

i Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i TFY4215 Innføring i kvantefysikk

Faglig kontakt under eksamen: Jon Andreas Støvneng
(med forbehold om streik)

Tlf.: 45 45 55 33

Eksamensdato: 30. mai 2018

Eksamenstid (fra-til): 15.00-19.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C.

Godkjent kalkulator.

Rottmann, Matematisk formelsamling.

Angell og Lian, Fysiske størrelser og enheter.

Annen informasjon:

50 flervalgsoppgaver med lik vekt. Kun ett svar er korrekt på hver oppgave.

1 poeng for riktig svar. 0 poeng for feil svar eller intet svar.

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

- 1 Computertomografi (CT) utføres med røntgenstråling, og en typisk fotonenergi kan være 60 keV. Hva er da bølgelengden?

A 11 pm B 21 pm C 31 pm D 41 pm E 51 pm

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

- 2 I en gass av natriumatomer kan det dannes dimere, Na_2 , med masse **46u**. Eksperimenter viser at slike molekyler har bølgeegenskaper. (Phys Rev Lett **74**, 4783 (1995)) Hva er (den termiske de Broglie-) bølgelengden til Na_2 ved en temperatur **770°C**?

A 0.51 Å B 0.41 Å C 0.31 Å D 0.21 Å E 0.11 Å

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

3 Hva er rms-hastigheten til en gass av Na_2 -molekyler ved 770°C ?

A ca 0.1 km/s B ca 0.2 km/s C ca 0.8 km/s D ca 1.6 km/s E ca 3.2 km/s

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

4 Hva er bølgelengden til $\text{C}_{60}(\text{C}_{12}\text{F}_{25})_{10}$ når molekylet har hastighet 80 m/s? Atomære masser for C og F er henholdsvis $12u$ og $19u$.

A 0.7 pm B 1.7 pm C 2.7 pm D 3.7 pm E 4.7 pm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

5 I moderne transmisjonselektronmikroskop (TEM) kan elektroner oppnå relativistiske hastigheter. Hva er impulsen til elektroner med kinetisk energi 300 keV?

A 70 keV/c B 210 keV/c C 350 keV/c D 490 keV/c E 630 keV/c

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 6 I Bohr-modellen, hva er sammenhengen mellom elektronets kinetiske energi K og den potensielle energien (potensialet) V ?

A $K = -2V$ B $K = V$ C $K = V/2$ D $K = -V$ E $K = -V/2$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 7 Oppgave 7-12:

Et elektron (i oppgave 11 og 12: flere elektroner) befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn med bredde 40 \AA og konstant potensial $V = 0$. Anta at elektronet foretar en overgang fra 3. eksiterte tilstand til grunntilstanden slik at det sendes ut et foton. Hva er fotonets bølgelengde?

A $2.5 \mu\text{m}$ B $3.5 \mu\text{m}$ C $4.5 \mu\text{m}$ D $5.5 \mu\text{m}$ E $6.5 \mu\text{m}$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 8 Anta nå at elektronet befinner seg i en tilstand som kan uttrykkes som en lineærkombinasjon av grunntilstanden og

3. eksiterte tilstand, nærmere bestemt

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{2}\psi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar} + \frac{\sqrt{3}}{2}\psi_4(x)e^{-iE_4t/\hbar}$$

Med hvor lang periode vil sannsynlighetstettheten $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$ oscillere?

A 12 ms B 12 μ s C 12 ns D 12 ps E 12 fs

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 9** Anta i neste omgang at et elektron i denne potensialboksen er preparert i en symmetrisk og normert starttilstand $\Psi(x, 0) = \sqrt{5/L}$ for $2L/5 < x < 3L/5$ og $\Psi(x, 0) = 0$ ellers. Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir resultatet E_1 ?

A 0 B 16% C 29% D 39% E 1

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 10** Med samme starttilstand som i forrige oppgave, hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir resultatet E_2 ?

A 0 B 16% C 29% D 39% E 1

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 11 Anta nå at 20 ikkevekselvirkende elektroner (fermioner med spinn 1/2) befinner seg i potensialboksen med bredde 40 Å. Hva er systemets totale energi i grunntilstanden?

A 2 eV B 6 eV C 10 eV D 14 eV E 18 eV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 12 Hva er maksimal bølgelengde for fotoner som kan absorberes i 20-elektron-systemet i forrige oppgave?

A $0.4 \mu\text{m}$ B $1.1 \mu\text{m}$ C $1.8 \mu\text{m}$ D $2.5 \mu\text{m}$ E $3.2 \mu\text{m}$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 13 Oppgave 13-16:

Vibrasjonsfrihetsgraden til hydrogenfluorid, HF, kan med brukbar tilnærming beskrives med harmonisk oscillatorpotensialet $V(x) = m\omega^2 x^2 / 2$. Siden atomære masser er henholdsvis $1.0u$ og $19u$, har oscillatoren masse $m = 0.95u$. Vibrasjonsfrekvensen er $f = 1.24 \cdot 10^{14}$ Hz.

Hva er fjærkonstanten?

A 5.6 N/cm B 9.6 N/cm C 13.6 N/cm D 17.6 N/cm E 21.6 N/cm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

14 Hva er den totale utstrekningen til det klassisk tillatte området når oscillatoren befinner seg i 1. eksiterte tilstand?

A 12 pm B 22 pm C 32 pm D 42 pm E 52 pm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

15 Boltzmannfaktoren $\exp(-\hbar\omega/k_B T)$ gir forholdet mellom sannsynligheten for å finne oscillatoren henholdsvis i 1. eksiterte tilstand og i grunntilstanden. Hvor stort er dette forholdet for HF-molekylet ved romtemperatur (300 K)?

A $3 \cdot 10^{-4}$ B $3 \cdot 10^{-9}$ C $3 \cdot 10^{-14}$ D $3 \cdot 10^{-19}$ E $3 \cdot 10^{-24}$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

16 I en gass med hydrogenfluorid vil en liten andel av molekylene være DF, der D angir deuterium, med masse **2.0u** (et proton og et nøytron i kjernen). Hva er vibrasjonsfrekvensen i DF?

A $8.98 \cdot 10^{11}$ Hz B $8.98 \cdot 10^{12}$ Hz C $8.98 \cdot 10^{13}$ Hz D $8.98 \cdot 10^{14}$ Hz E $8.98 \cdot 10^{15}$ Hz

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

17 Hva er kommutatoren $[x, \hat{p}_x]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{i}{\hbar}$ E $\frac{i\hbar p_x}{m}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

18 Hva er kommutatoren $[x, \hat{L}_x]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{i}{\hbar}$ E $\frac{i\hbar p_x}{m}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

19 Hva er kommutatoren $[x, \hat{K}]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{i}{\hbar}$ E $\frac{i\hbar p_x}{m}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

20 Hva er kommutatoren $[\hat{p}_x, \hat{L}_x]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{i}{\hbar}$ E $\frac{i\hbar p_x}{m}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

21 Hva er kommutatoren $[\hat{p}_x, V(x)]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial V}{\partial x}$ E $\frac{i}{\hbar} \frac{\partial V}{\partial x}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

22 Hva er kommutatoren $[\hat{p}_x, \hat{K}]$?

A 0 B 1 C $i\hbar$ D $\frac{i}{\hbar}$ E $\frac{i\hbar p_x}{m}$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

23 Oppgave 23 - 26:

Vi betrakter en isotrop todimensjonal harmonisk oscillator,

$$V(x, y) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2),$$

med energieigenfunksjoner

$$\psi_{n_x n_y}(x, y) = \psi_{n_x}(x)\psi_{n_y}(y),$$

dvs på produktform, med funksjoner av x og y som i formelvedlegget.Hva er energien i tilstanden ψ_{11} ?

- A $\hbar\omega$ B $3\hbar\omega/2$ C $2\hbar\omega$ D $5\hbar\omega/2$ E $3\hbar\omega$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

24 Hva er L (dvs absoluttverdien av dreieimpulsen) i tilstanden ψ_{11} ?

- A $\hbar/2$ B \hbar C $3\hbar/2$ D $2\hbar$ E $5\hbar/2$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

25 Hva er $\langle L_z \rangle$ (dvs forventningsverdien av L_z) i tilstanden ψ_{11} ?

- A $-2\hbar$ B $-\hbar$ C 0 D \hbar E $2\hbar$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

26 Hvilken av følgende tilstander er egenfunksjon til \hat{L}_z med egenverdi $-2\hbar$?

- A $\psi_{20} - \psi_{02} - \sqrt{2}i\psi_{11}$ B $\psi_{20} + \psi_{02} + \sqrt{2}\psi_{11}$ C $\psi_{20} + \psi_{02}$
D $\psi_{10} + \psi_{01} + i\psi_{11}$ E ψ_{02}

Oppgitt: $\cos 2\phi = \cos^2 \phi - \sin^2 \phi$; $\sin 2\phi = 2 \sin \phi \cos \phi$

Velg ett alternativ

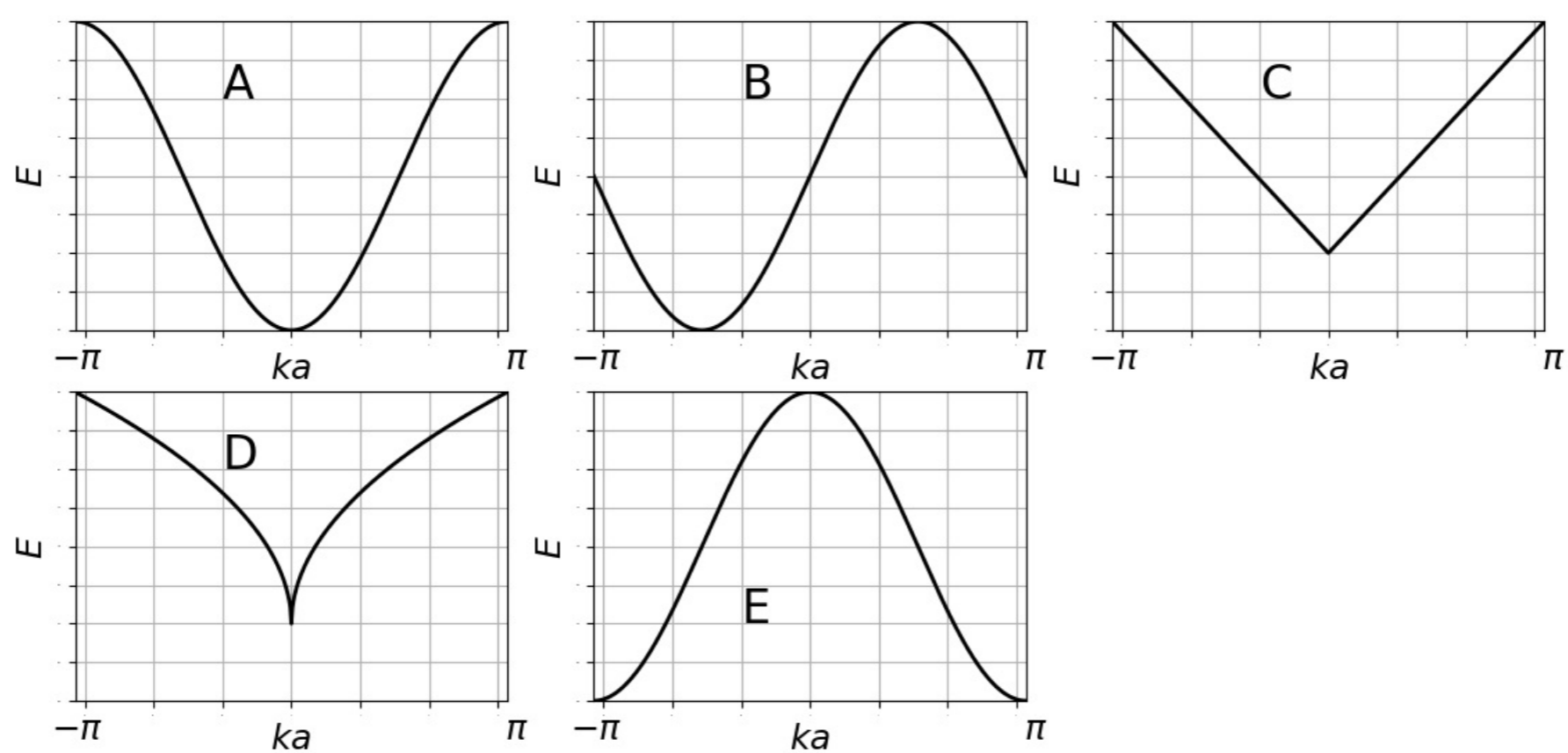
- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

27 Oppgave 27 og 28:
Diskretisering av den tidsuavhengige Schrödingerligningen (TUSL) gir (f eks)

$$-\frac{\hbar^2}{2ma^2}(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) + V_n\psi_n = E\psi_n$$

Her er $a = x_{n+1} - x_n$ avstanden mellom "gitterpunktene" og m er partikkelens masse. La oss se på en fri partikkel med $V_n = 0$ overalt ($-\infty < n < \infty$). Den ikke urimelige prøveløsningen $\psi_n = \exp(ikx_n) = \exp(ikna)$ viser seg å fungere bra. Hvilken figur illustrerer den resulterende dispersjonsrelasjonen (båndstrukturen) $E(k)$?



Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

28 Båndbredden er differansen mellom største og minste verdi av funksjonen $E(k)$. Hva er båndbredden i forrige oppgave?

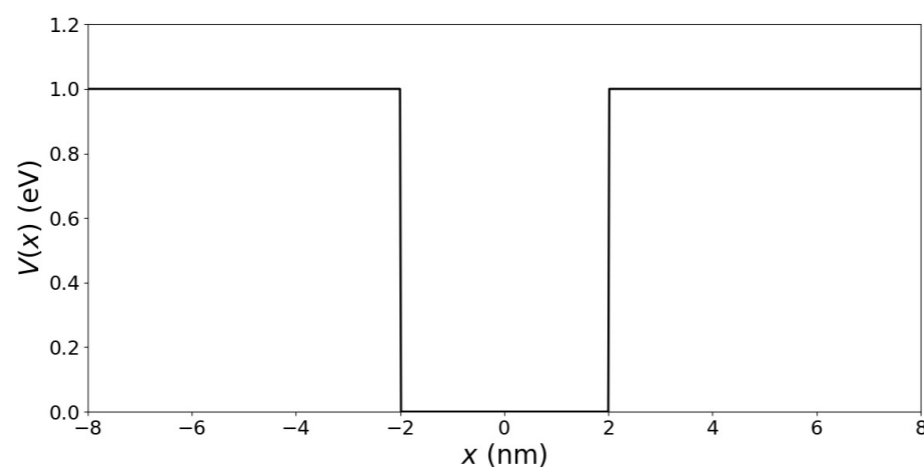
- A \hbar^2/ma^2 B $4\hbar^2/ma^2$ C $2\hbar^2/ma^2$ D $\hbar^2/4ma^2$ E $\hbar^2/2ma^2$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

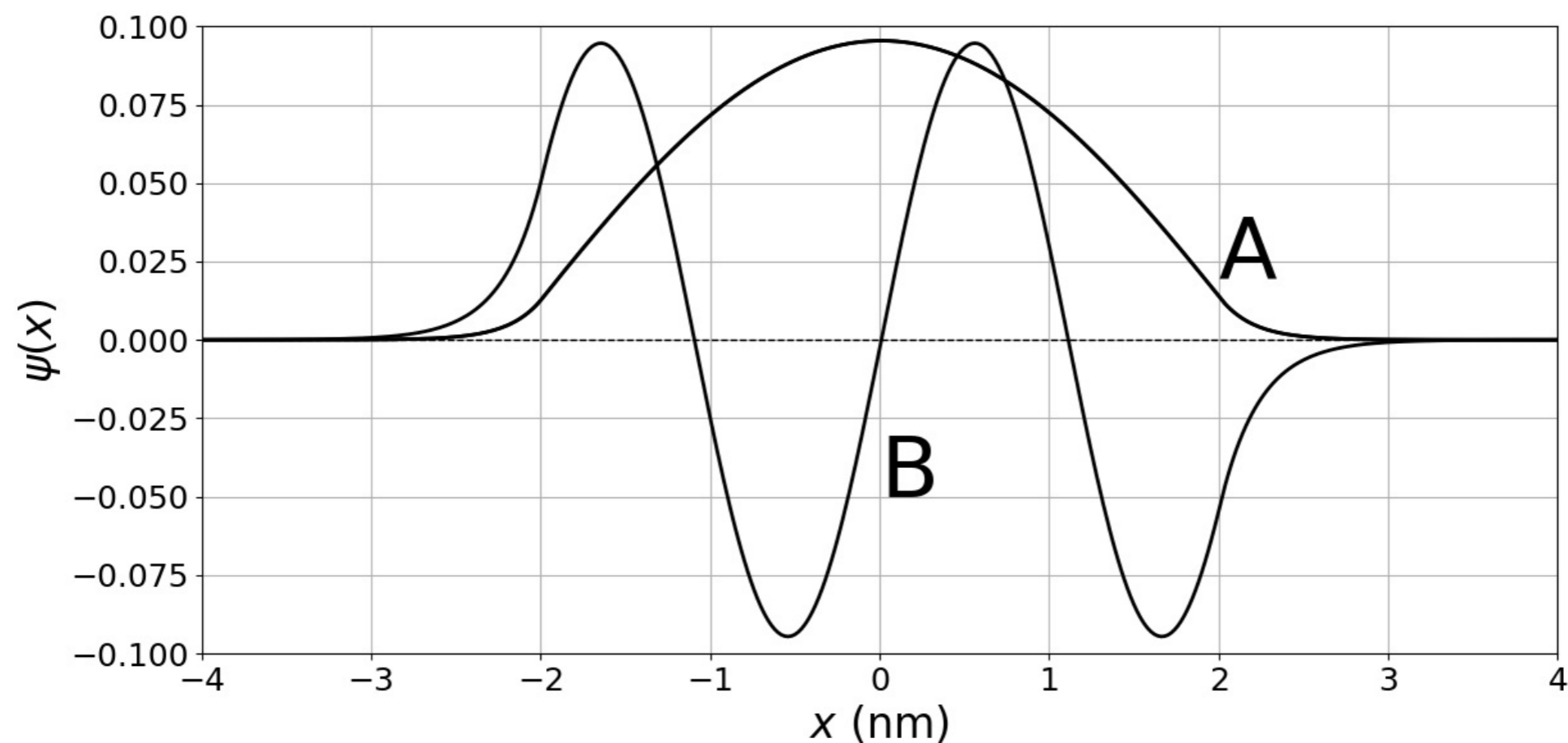
Maks poeng: 1

29 Oppgave 29-33:



Potensialbrønnen i figuren over er symmetrisk om $x = 0$ og har dybde 1.0 eV og bredde 4.0 nm. Potensialet er valgt lik null inni potensialbrønnen. I denne og de neste oppgavene ser vi på noen energiegetilstander for et elektron i dette potensialet.

Figuren nedenfor viser to energiegetilstander, **A** og **B**.



Hvilken tilstand er **A**?

- A Grunntilstanden B 1. eksiterte tilstand C 2. eksiterte tilstand
D 3. eksiterte tilstand E 4. eksiterte tilstand

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

30 I figuren i forrige oppgave, hvilken tilstand er **B**?

- A Grunntilstanden B 1. eksiterte tilstand C 2. eksiterte tilstand
D 3. eksiterte tilstand E 4. eksiterte tilstand

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

31 Hva er et rimelig estimat av energien i tilstand **A**?

- A 0.19 eV B 0.07 eV C 0.02 eV D 0.005 eV E 0.001 eV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

32 Hva er et rimelig estimat av energien i tilstand **B**?

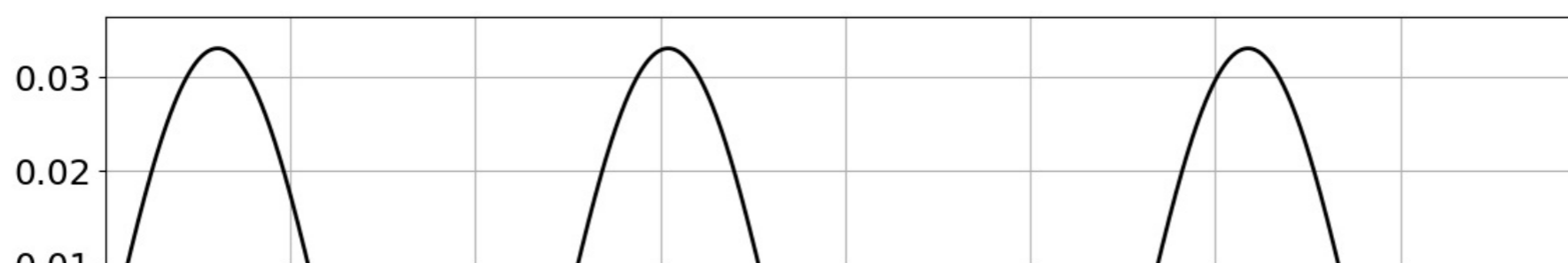
- A 0.1 eV B 0.3 eV C 0.5 eV D 0.7 eV E 0.9 eV

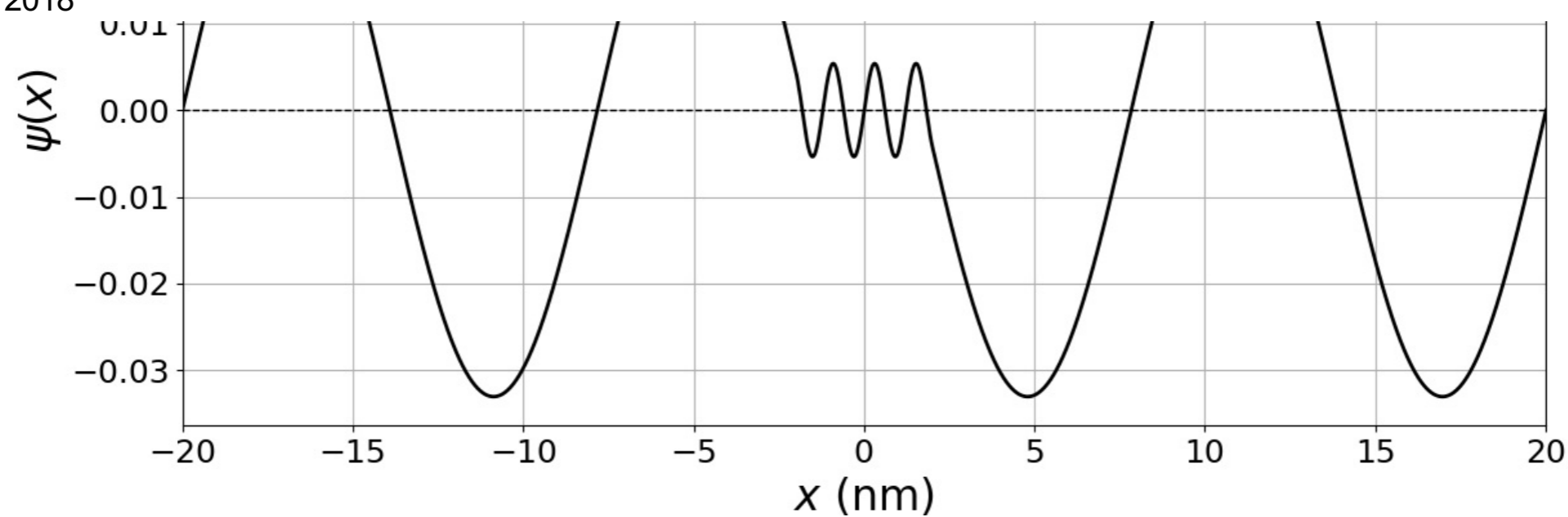
Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

33





Figuren over illustrerer en ubunden tilstand i brønnpotensialet. Hva er et rimelig estimat av energien i denne tilstanden?

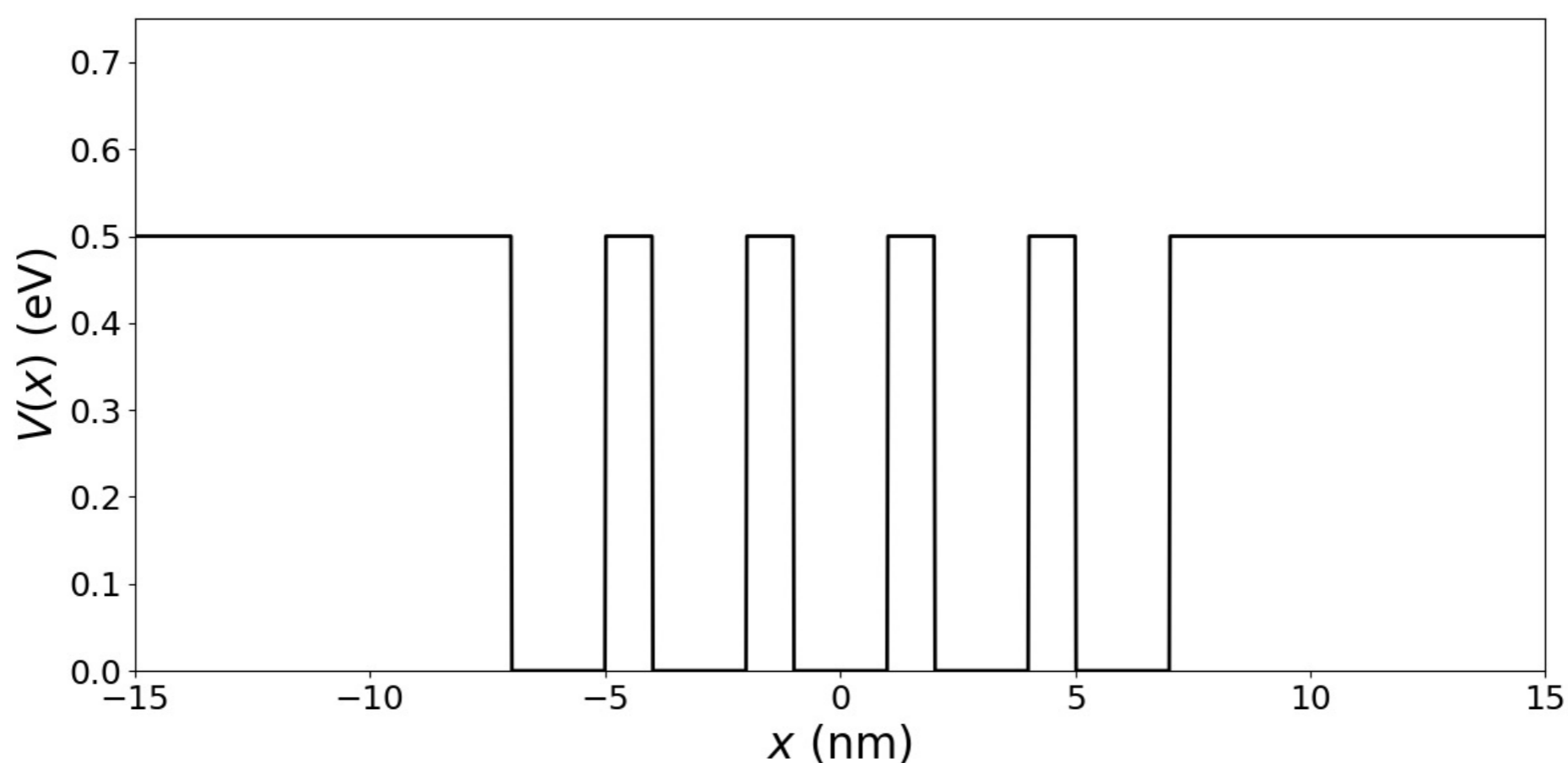
- A 1.01 eV B 1.03 eV C 1.05 eV D 1.07 eV E 1.09 eV

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

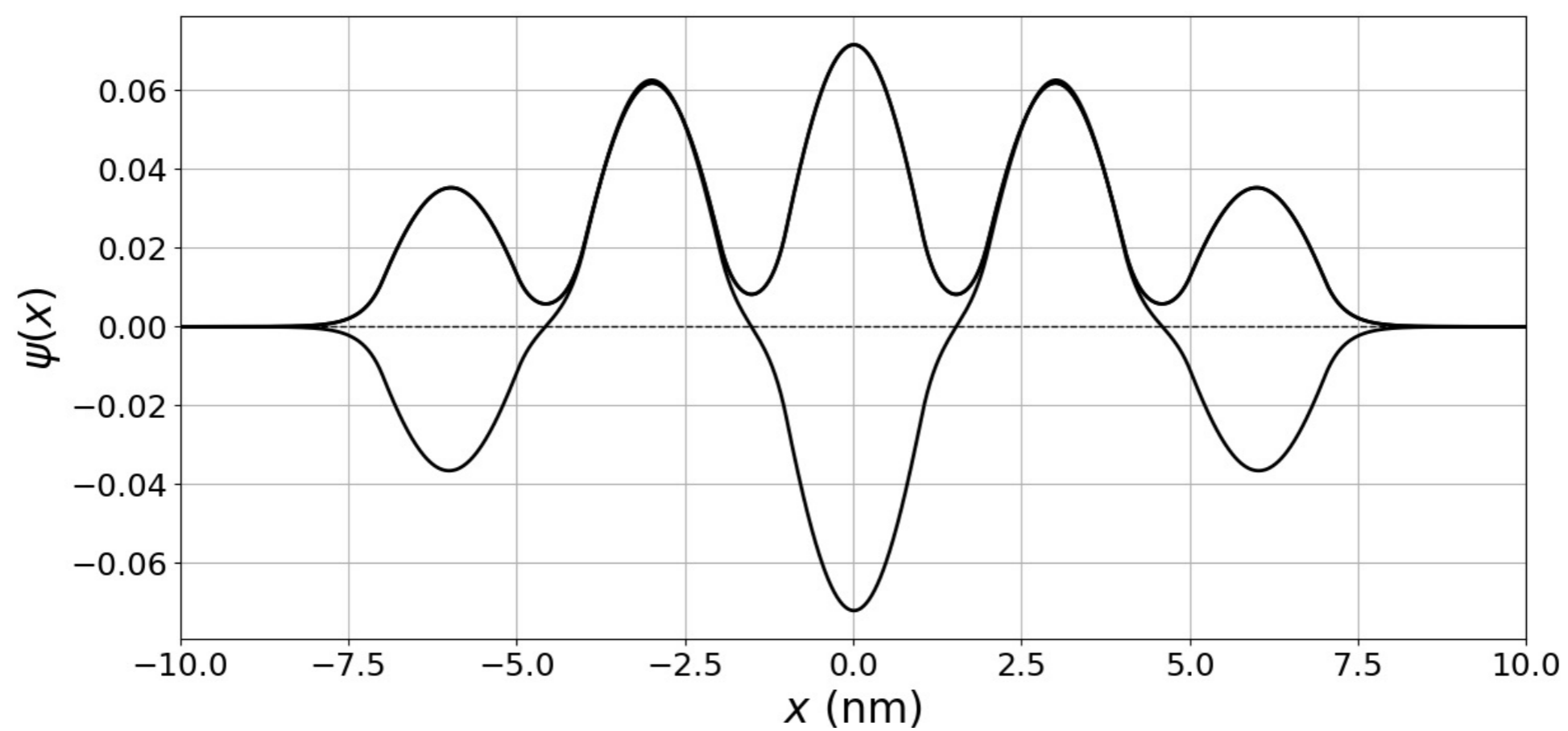
Maks poeng: 1

34 Oppgave 34 - 36:



Potensialet i figuren over er et *supergitter*, bestående av 5 potensialbrønner (potensial lik null), hver med bredde 2.0 nm, adskilt av potensialbarrierer, hver med bredde 1.0 nm og høyde 0.5 eV. I "kontaktene" på hver side er potensialverdien 0.5 eV. Hele potensialstrukturen er symmetrisk om $x = 0$.

Vi ser på noen energiegentilstander for et elektron i et slik supergitter. Figuren nedenfor illustrerer grunntilstanden og 4. eksiterte tilstand:



Hva er et rimelig estimat av energien i grunntilstanden?

- A 0.02 eV B 0.06 eV C 0.18 eV D 0.54 eV E 1.62 eV

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

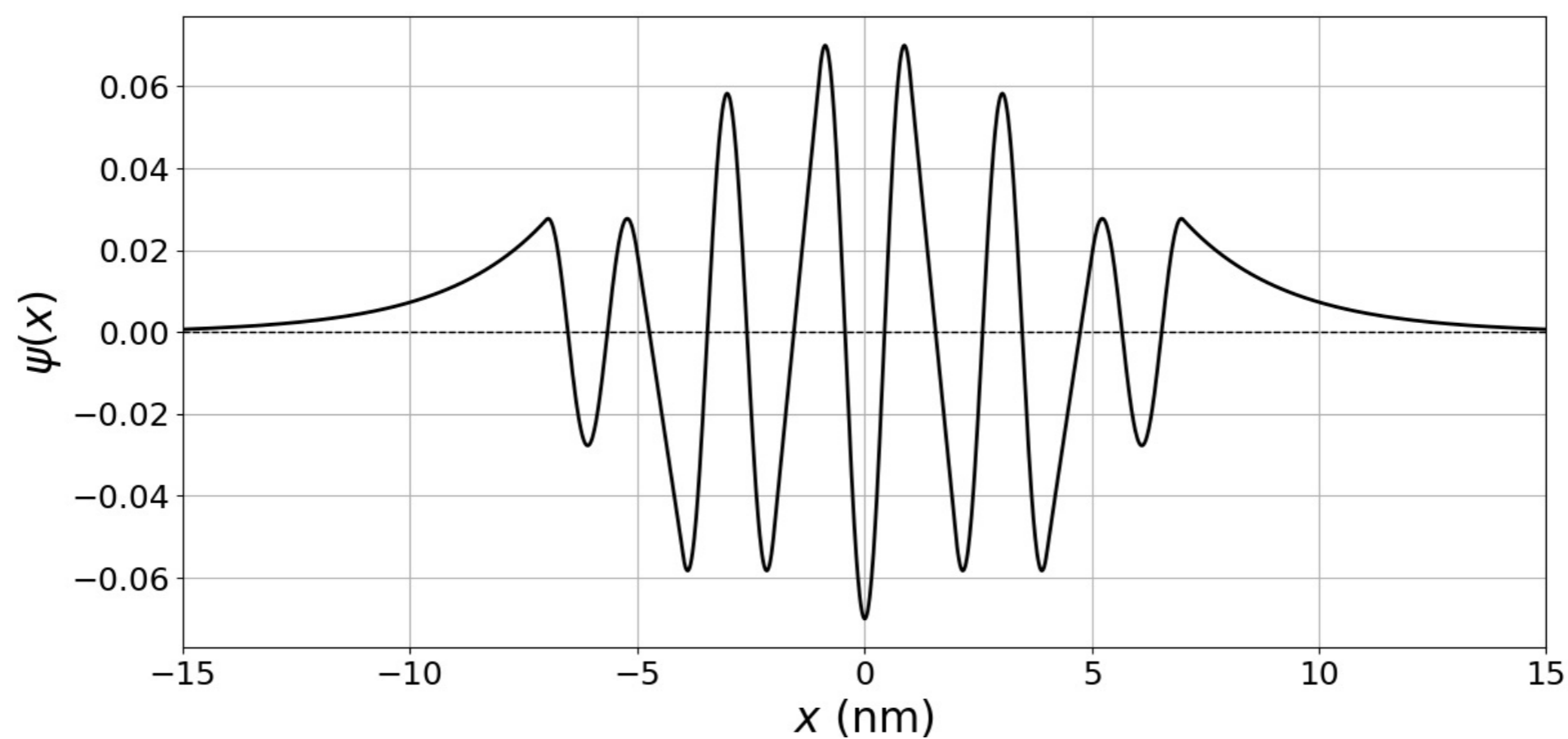
35 Hva kan du si om energien i 4. eksiterte tilstand?

- A Omtrent lik energien i grunntilstanden (litt større).
 B Omtrent 50% større enn energien i grunntilstanden.
 C Omtrent dobbelt så stor som energien i grunntilstanden.
 D Omtrent fire ganger så stor som energien i grunntilstanden.
 E Omtrent åtte ganger så stor som energien i grunntilstanden.

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1



Det opplyses at verdien av bølgefunksjonen er 0.02756 i $x = 7.0$ nm og 0.00117 i $x = 14$ nm. Hva er da et rimelig estimat av energien i denne tilstanden?

- A 0.412 eV B 0.432 eV C 0.452 eV D 0.472 eV E 0.492 eV

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

37 Oppgave 37 - 40:

En av energiegentilstandene i hydrogenatomet (en $3d$ -tilstand) er $\psi_{321} = R_{32}Y_{21}$. Her er

$$R_{32}(r) = \frac{4}{81\sqrt{30}a_0^{3/2}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0}; \text{ vinkeldelen er gitt i formelvedlegget.}$$

Hva slags paritet har ψ_{321} ?

- A Ingen B Odde C Like D Ubestemt E Uskarp

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

38 For et elektron i tilstanden ψ_{321} , hva er vinkelen mellom z -aksen og elektronets dreieimpuls L ?

A 33° B 44° C 55° D 66° E 77°

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

39 I hvilken avstand fra kjernen er radialtettheten $(R_{32} r)^2$ størst?

A $3a_0$ B $6a_0$ C $9a_0$ D $12a_0$ E $15a_0$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

40 Et elektron i tilstanden ψ_{321} gjennomgår en overgang til en tilstand med lavere energi. Hva er bølgelengden på det emitterte fotonet?

A 656 nm B 545 nm C 434 nm D 323 nm E 212 nm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 41 Som et alternativ til de sfæriske harmoniske funksjonene Y_{2m} kan tilstander med $l = 2$ uttrykkes ved hjelp av kartesiske koordinater (der normeringskonstanter mangler):

$$d_{z^2} \sim \frac{z^2}{r^2}, \quad d_{xy} \sim \frac{xy}{r^2}, \quad d_{xz} \sim \frac{xz}{r^2}, \quad d_{yz} \sim \frac{yz}{r^2}, \quad d_{x^2-y^2} \sim \frac{x^2-y^2}{r^2}$$

Hva slags lineærkombinasjon av disse kan brukes til å representere Y_{21} ?

A $d_{z^2} - d_{xy}$ B $d_{x^2-y^2} + id_{xz}$ C $d_{xz} + id_{yz}$ D $d_{xy} - d_{yz}$ E $d_{z^2} + id_{x^2-y^2}$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

- 42 En partikkel beskrives ved tidspunktet $t = 0$ av bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/4}} e^{-x^2/4\sigma^2} e^{ik_0x}$$

Hva er sannsynlighetsstrømmen i posisjonen $x = 0$ ved dette tidspunktet?

A 0 B $\hbar k_0/\sigma$ C $\hbar k_0/m$ D $\hbar\sigma/\sqrt{2}m$ E $\hbar k_0/\sqrt{2\pi}m\sigma$

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

- 43 En partikkel beskrives ved tidspunktet $t = 0$ av bølgefunksjonen

$$\Psi(x, 0) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/4}} e^{-x^2/4\sigma^2}$$

Hva er sannsynlighetsstrømmen i posisjonen $x = 0$ ved dette tidspunktet?

A 0 B $\hbar k_0/\sigma$ C $\hbar k_0/m$ D $\hbar\sigma/\sqrt{2}m$ E $\hbar k_0/\sqrt{2\pi}m\sigma$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 44 En partikkel med kinetisk energi E sendes inn mot et potensialsprang $V_0 = 2.5$ eV. Partikkelens impuls er $\hbar k$ til venstre for potensialspranget og $\hbar q$ til høyre for potensialspranget. Sannsynligheten for at partikkelen reflekteres ved potensialspranget er da

$$R = \left(\frac{k-q}{k+q} \right)^2.$$

Hva må partikkelens energi være for at den med 96% sannsynlighet skal bli *transmittert*?

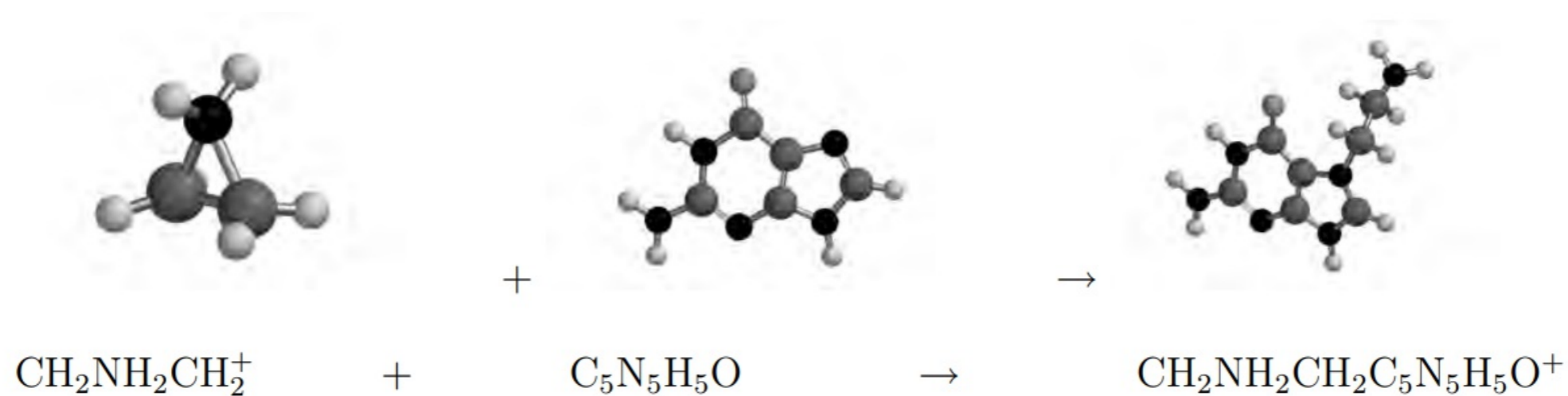
- A 3.5 eV B 4.0 eV C 4.5 eV D 5.0 eV E 5.5 eV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1

- 45 Oppgave 45 - 50:
Figuren viser en kjemisk reaksjon med relevans innen kjemoterapi:



Reaksjonen skal studeres med Hartree-Fock-beregninger, der enpartikkeltilstandene (molekylorbitalene) uttrykkes som en lineærkombinasjon av atomære basisfunksjoner. Det valgte basissettet inkluderer $1s$ og $2s$ for hydrogenatomene og $1s$, $2s$, $2p$, $3s$ og $3p$ for de øvrige atomene. Hvor mange basisfunksjoner er inkludert totalt?

- A 48 B 148 C 248 D 348 E 448

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 46 I grunntilstanden, med totalt elektronspinn $S = 0$, hvor mange molekylorbitaler er okkupert av elektroner i reaksjonsproduktet $\text{CH}_2\text{NH}_2\text{CH}_2\text{C}_5\text{N}_5\text{H}_5\text{O}^+$? (H, C, N og O har atomnummer henholdsvis 1, 6, 7 og 8.)

A 11 B 31 C 51 D 71 E 91

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 47 Hvor mange vibrasjonsfrihetsgrader ("normale vibrasjonsmoder") har reaksjonsproduktet $\text{CH}_2\text{NH}_2\text{CH}_2\text{C}_5\text{N}_5\text{H}_5\text{O}^+$?

A 6 B 25 C 42 D 69 E 75

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

 Maks poeng: 1

- 48 La N_0 angi summen av antall vibrasjonsfrihetsgrader for de to reaktantene, og la N_1 angi antall vibrasjonsfrihetsgrader for reaksjonsproduktet $\text{CH}_2\text{NH}_2\text{CH}_2\text{C}_5\text{N}_5\text{H}_5\text{O}^+$. Hvor stor er da differansen $\Delta N = N_1 - N_0$?

A -12 B -6 C 0 D 6 E 12

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

- 49** I en Hartree-Fock-beregning øker beregningstiden på en gitt datamaskin omtrent med antall basisfunksjoner opphøyd i fjerde potens. Anta at beregningstiden for $\text{CH}_2\text{NH}_2\text{CH}_2^+$ er 18 sekunder. Hva er da omtrent forventet beregningstid for reaksjonsproduktet $\text{CH}_2\text{NH}_2\text{CH}_2\text{C}_5\text{N}_5\text{H}_5\text{O}^+$?

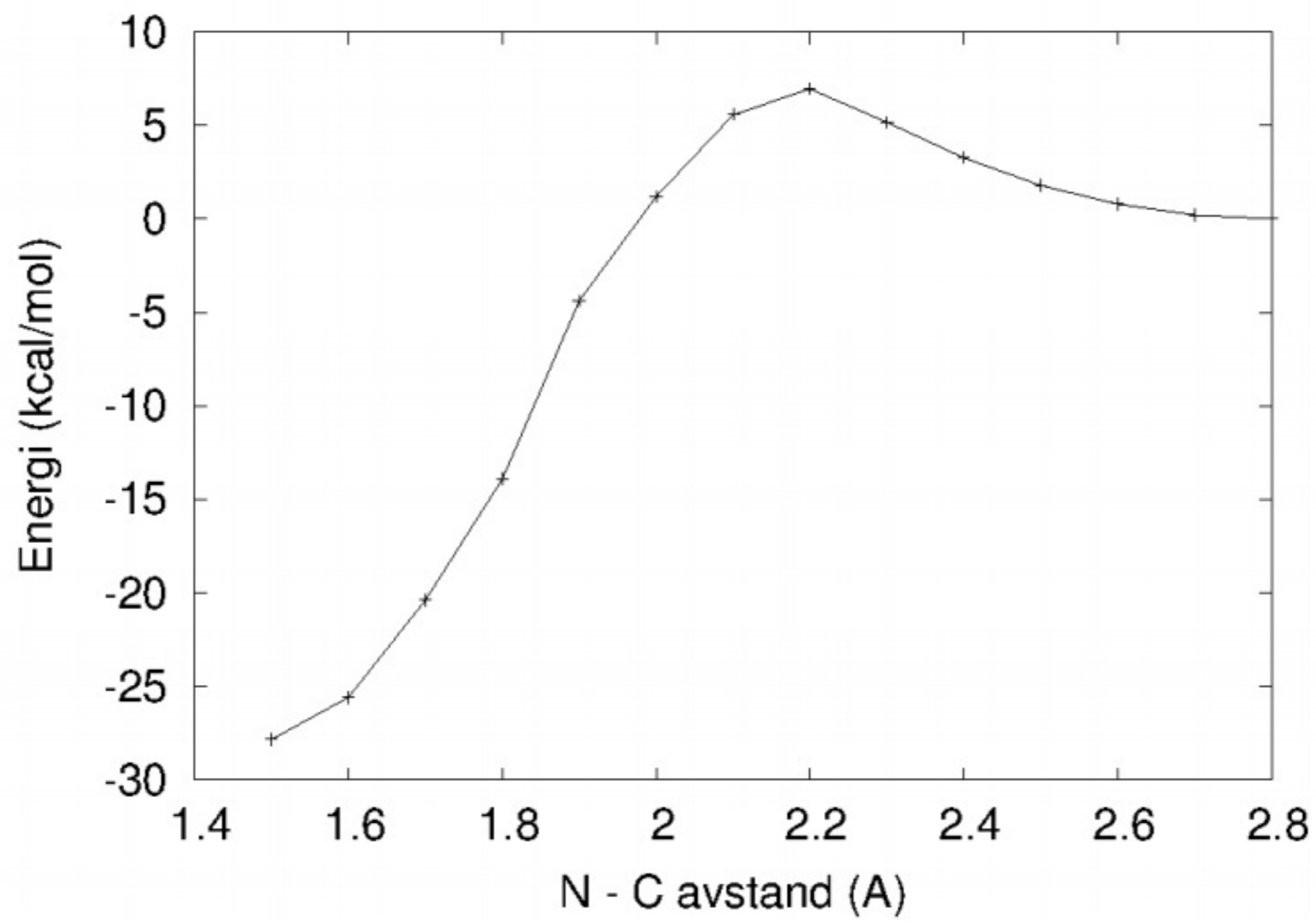
A 1 minutt B 1 time C 8 timer D 1 døgn E 1 uke

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E

Maks poeng: 1

- 50** Den beskrevne reaksjonen modelleres ved å redusere avstanden mellom et nitrogenatom i den ene reaktanten og et karbonatom i den andre stegvis fra 2.8 til 1.5 Å:



I følge denne beregningen, omtrent hvor mye energi frigjøres (som varme) pr reaksjon?

(1 cal = 4.184 J; 1 mol (reaksjoner) = $6 \cdot 10^{23}$ (reaksjoner))

A 1.2 peV B 1.2 neV C 1.2 μ eV D 1.2 meV E 1.2 eV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E

Maks poeng: 1