

i Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i TFY4215 Innføring i kvantefysikk

Eksamensdato: 12. august 2021

Eksamenstid (fra-til): 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A / Alle hjelpemidler tillatt

Faglig kontakt under eksamen: Jon Andreas Støvneng

Tlf.: 45 45 55 33

Epost: jon.stovneng@ntnu.no

Teknisk hjelp under eksamen: [NTNU Orakel](#)

Tlf: 73 59 16 00

ANNEN INFORMASJON:

- Faglig kontaktperson skal fortrinnsvis kun kontaktes dersom det er feil eller mangler i oppgavesettet.
- Besvarelsen din i Inspira Assessment lagres automatisk. Jobber du i andre programmer – husk å lagre underveis.
- Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Det er tillatt å bruke hjelpemidler.
- Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspira. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.
- 40 flervalgsoppgaver med lik vekt. Kun ett svar er korrekt på hver oppgave. 1 poeng for riktig svar. 0 poeng for feil svar eller intet svar.

OM LEVERING:

- **Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger**, forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert.
- **Trekk fra eksamen:** Ønsker du å levere blankt/trekke deg, gå til hamburgermenyen i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.
- **Tilgang til besvarelse:** Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

1 Computertomografi (CT) utføres med røntgenstråling. Anta at fotonenes bølgelengde er 99 pm. Hva er da fotonenergien?

A 12.5 keV B 14.5 keV C 16.5 keV D 18.5 keV E 20.5 keV F 22.5 keV

Velg ett alternativ

A

B

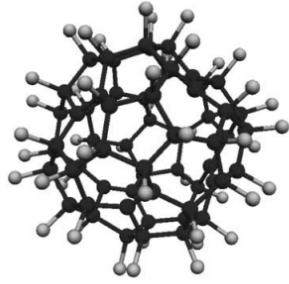
C

D

E

F

Maks poeng: 1



Fluorofulleren-molekyler med kjemisk formel $C_{60}F_{48}$ har bølgeegenskaper. Hva er den termiske de Broglie-bølgelengden til slike molekyler ved en absolutt temperatur 300 K?
(Bruk atomære masser 12u og 19u for hhv C og F.)

A 2.0 pm B 2.4 pm C 2.8 pm D 3.2 pm E 3.6 pm F 4.0 pm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

3 Hva er omtrent rms-hastigheten i en gass av $C_{60}F_{48}$ -molekyler ved 300 K?

A 13 m/s B 24 m/s C 35 m/s D 46 m/s E 57 m/s F 68 m/s

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

4 Hva er midlere rotasjonsenergi pr $C_{60}F_{48}$ -molekyl ved 300 K?

A 39 meV B 49 meV C 59 meV D 69 meV E 79 meV F 89 meV

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

5 Et proton har hvileenergi 939 MeV. Hva er impulsen til et proton med kinetisk energi 450 MeV?

- A 2524 MeV/c B 2024 MeV/c C 1524 MeV/c
D 1024 MeV/c E 524 MeV/c F 124 MeV/c

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

6 Hva er hastigheten til en svovelkjerne med kinetisk energi 28.0 GeV og masse 34u?

- A $2.74 \cdot 10^8$ m/s B $2.54 \cdot 10^8$ m/s C $2.34 \cdot 10^8$ m/s
D $2.14 \cdot 10^8$ m/s E $1.94 \cdot 10^8$ m/s F $1.74 \cdot 10^8$ m/s

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

7 Oppgave 7-10:

Et elektron befinner seg i en endimensjonal uendelig dyp potensialbrønn med bredde 4.2 nm og konstant potensial $V = 0$. Anta at elektronet foretar en overgang fra 3. eksiterte tilstand til grunntilstanden slik at det sendes ut et foton. Hva er fotonets bølgelengde?

A 2.5 μm B 3.2 μm C 3.9 μm D 4.6 μm E 5.3 μm F 6.0 μm

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

- 8 Anta nå at elektronet befinner seg i en tilstand som kan uttrykkes som en lineærkombinasjon av 3. og 4. eksiterte tilstand, nærmere bestemt

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_4(x)e^{-iE_4t/\hbar} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_5(x)e^{-iE_5t/\hbar}$$

Med hvilken frekvens vil sannsynlighetstettheten $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$ oscillere?

- A 26 THz B 36 THz C 46 THz D 56 THz E 66 THz F 76 THz

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

- 9 Anta i neste omgang at et elektron i denne potensialboksen er preparert i en antisymmetrisk og normert starttilstand $\Psi(x, 0) = \sqrt{4/L}$ for $3L/8 < x < 4L/8$, $\Psi(x, 0) = -\sqrt{4/L}$ for $4L/8 < x < 5L/8$ og $\Psi(x, 0) = 0$ ellers. Hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir resultatet E_2 ?

A 0 B 2% C 7% D 23% E 49% F 82%

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

- 10 Med samme starttilstand som i forrige oppgave, hva er sannsynligheten for at en måling av elektronets energi gir resultatet E_1 ?

A 0 B 2% C 7% D 23% E 49% F 82%

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

11 Oppgave 11-16:

Vibrasjonsfrihetsgraden til N_2 kan med brukbar tilnærming beskrives med harmonisk oscillatorpotensialet $V(x) = m\omega^2 x^2/2$. Siden atomære masser her er $14u$, har oscillatoren (reduisert) masse $m = 7u$. Vibrasjonsfrekvensen er $f = 91$ THz.

Hva er fjærkonstanten?

- A 1.0 kN/m B 1.7 kN/m C 2.4 kN/m D 3.1 kN/m E 3.8 kN/m F 4.5 kN/m

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

12 Hva er energien til et foton som eksiterer N_2 fra 1. til 2. eksiterte vibrasjonstilstand?

- A 0.68 eV B 0.58 eV C 0.48 eV D 0.38 eV E 0.28 eV F 0.18 eV

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

- 13 Boltzmannfaktoren $\exp(-\hbar\omega/k_B T)$ gir forholdet mellom sannsynligheten for å finne oscillatoren henholdsvis i 1. eksiterte tilstand og i grunntilstanden. Hvor stort er dette forholdet for N_2 -molekylet ved romtemperatur (300 K)?

A $5 \cdot 10^{-9}$ B $5 \cdot 10^{-7}$ C $5 \cdot 10^{-5}$ D $5 \cdot 10^{-3}$ E 0.5 F 5.0

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

- 14 Dissosiasjonsreaksjonen $N_2 \rightarrow N + N$ beskrives godt med Morse-potensialet

$$E(R) = E_0 [1 - e^{-\alpha(R-R_0)}]^2$$

Dissosiasjonsenergien er 9.9 eV (som er praktisk talt lik E_0 , siden nullpunktsenergien $\hbar\omega/2$ er mye mindre enn E_0). Dersom dette Morse-potensialet skal gi samme vibrasjonsfrekvens som i oppgave 11 for små utsving fra likevekt, hvilken verdi for parameteren α bør du da velge (i enheten 1/nm)?

A 13 B 24 C 35 D 46 E 57 F 68

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

15 Avstanden mellom atomkjernene (dvs bindingslengden) i N_2 er ca 1.1 Å. Dersom vi betrakter molekylet som en stiv rotator, hva er energiforskjellen mellom laveste og nest laveste rotasjonstilstand?

A 0.49 meV B 0.49 μ eV C 0.49 keV D 49 meV E 49 eV F 4.9 neV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

16 Nitrogen har atomnummer 7. I grunntilstanden har elektronene i molekylet N_2 totalt spinn lik null. Hvor mange molekylorbitaler er okkupert av elektroner i grunntilstanden?

A 7 B 14 C 2 D 1 E 12 F 4

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

17 Hva er kommutatoren $[x, y]$?

A z B xy C yx D 0 E \hbar F z^2

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

18 Hva er kommutatoren $[\hat{p}_x \hat{p}_y, xy]$?

A $(\hbar/i) (\hbar/i + x\hat{p}_y + y\hat{p}_x)$ B $(\hbar/i) (\hbar/i - x\hat{p}_x - y\hat{p}_y)$
C $(\hbar/i) (\hbar/i - x\hat{p}_y - y\hat{p}_x)$ D $-(\hbar/i) (\hbar/i + x\hat{p}_x + y\hat{p}_y)$
E $(\hbar/i) (\hbar/i - x\hat{p}_y + y\hat{p}_x)$ F $(\hbar/i) (\hbar/i + x\hat{p}_x + y\hat{p}_y)$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

19 Oppgave 19 - 21:

Vi betrakter en isotrop tredimensjonal harmonisk oscillator,

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2),$$

med energiegenfunksjoner

$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \psi_{n_x}(x)\psi_{n_y}(y)\psi_{n_z}(z) \equiv (n_x n_y n_z),$$

dvs på produktform, med funksjoner av x , y og z som i formelvedlegget.

Hva er degenerasjonsgraden til energinivået $7\hbar\omega/2$?

A 3 B 6 C 9 D 15 E 21 F 28

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

20 Hva er L_z i tilstanden (100) ?

A 0 B uskarp C \hbar D $-\hbar$ E $2\hbar$ F $-2\hbar$

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

21 Hva er L_z i tilstanden (001) ?

A 0 B uskarp C \hbar D $-\hbar$ E $2\hbar$ F $-2\hbar$

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

22 Oppgave 22 og 23:

Diskretisering av den tidsuavhengige Schrödingerligningen (TUSL) gir (f eks)

$$-\frac{\hbar^2}{2ma^2}(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) + V_n\psi_n = E\psi_n$$

Her er $a = x_{n+1} - x_n$ avstanden mellom "gitterpunktene" og m er partikkelens masse. La oss se på en fri partikkel med $V_n = 0$ overalt ($-\infty < n < \infty$). Prøveløsningen

$\psi_n = \exp(ikx_n) = \exp(ikna)$ viser seg å fungere bra og gir dispersjonsrelasjonen

$E(k) = E_0(1 - \cos ka)$. Dersom $E_0 = 2.5 \text{ eV}$ og $a = 5.0 \text{ \AA}$, hva er da partikkelens masse m ? (Her er m_e elektronmassen.)

A $m = 0.02m_e$ B $m = 0.07m_e$ C $m = 0.12m_e$

D $m = 0.27m_e$ E $m = 0.47m_e$ F $m = 0.68m_e$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

23 Båndbredden er differansen mellom største og minste verdi av funksjonen $E(k)$. Hva er båndbredden i forrige oppgave?

A 2.5 eV B 4.0 eV C 5.0 eV D 6.0 eV E 7.5 eV F 9.0 eV

Velg ett alternativ

A

B

C

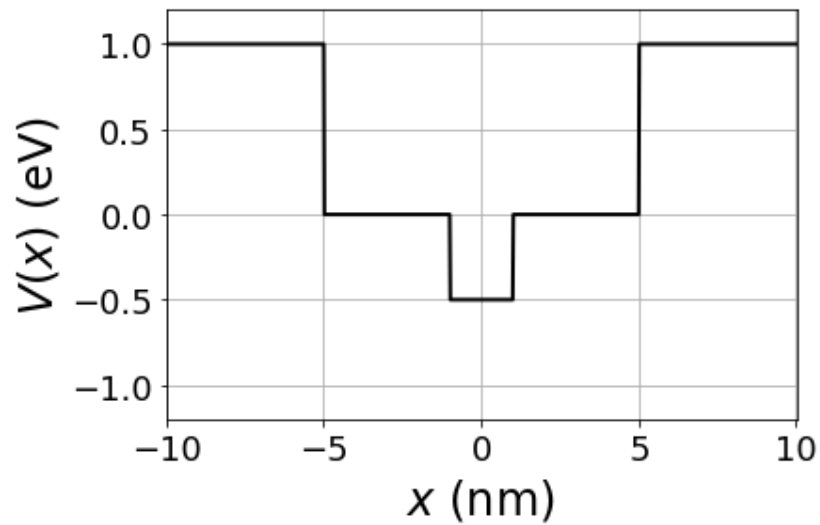
D

E

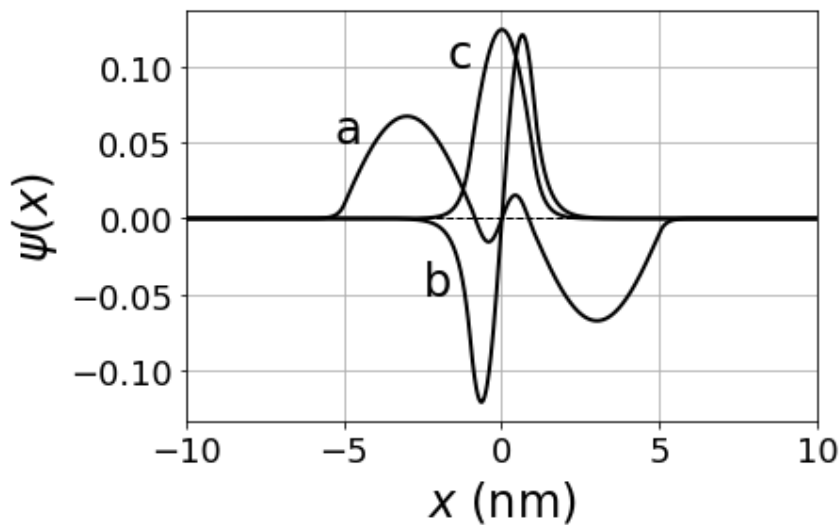
F

Maks poeng: 1

24 Oppgave 24-28:



Potensialet i figuren over er stykkevis konstant og symmetrisk om $x = 0$, og har verdiene $V = -0.5$ eV på intervallet $|x| < 1.0$ nm, $V = 0$ på intervallene 1.0 nm $< |x| < 5.0$ nm, og $V = 1.0$ eV for $|x| > 5.0$ nm. I denne og de neste oppgavene ser vi på noen energiegentilstander for et elektron i dette potensialet. Figuren nedenfor viser tre energiegentilstander, merket hhv a, b og c.



Hvilken tilstand er a?

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A Grunntilstanden | B 1. eksiterte tilstand | C 2. eksiterte tilstand |
| D 3. eksiterte tilstand | E 4. eksiterte tilstand | F 5. eksiterte tilstand |

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

25 I figuren i forrige oppgave, hvilken tilstand er c?

- A Grunntilstanden B 1. eksiterte tilstand C 2. eksiterte tilstand
D 3. eksiterte tilstand E 4. eksiterte tilstand F 5. eksiterte tilstand

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

26 Av de tre tilstandene a, b og c, hvilke(n) har negativ energi?

- A Alle tre B Ingen C Kun a D a og b E a og c F b og c

Velg ett alternativ

- A
 B
 C
 D
 E
 F

Maks poeng: 1

27 Hva er et rimelig estimat av energien i tilstand a?

A -0.40 eV B -0.20 eV C 0.02 eV D 0.30 eV E 0.50 eV F 0.70 eV

Velg ett alternativ

A

B

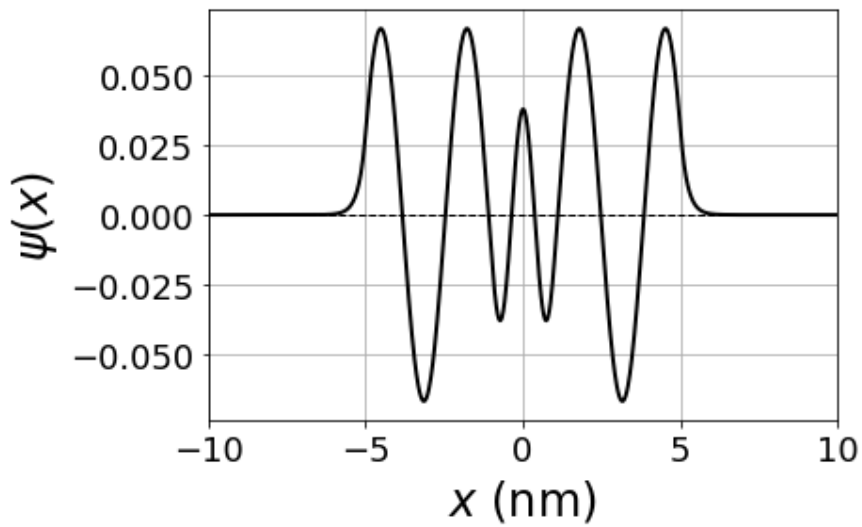
C

D

E

F

Maks poeng: 1



For samme potensial som i de foregående oppgavene, hva er et rimelig estimat av energien til et elektron i *denne* tilstanden?

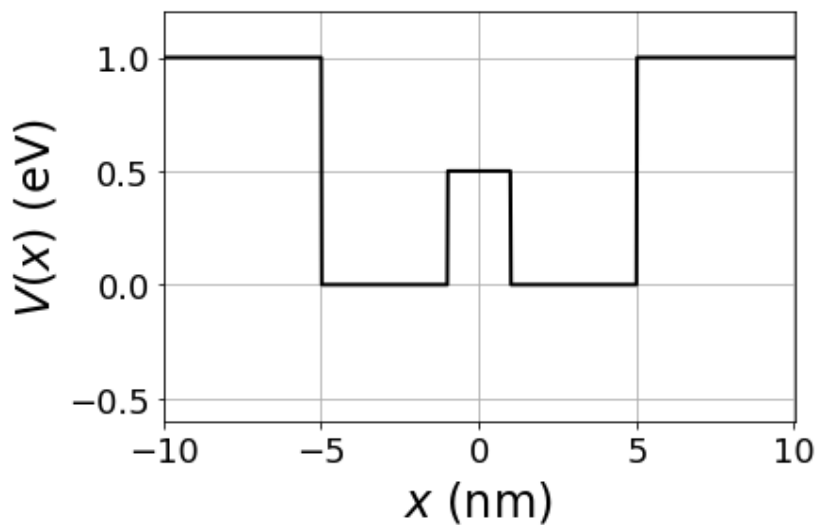
- A 0.02 eV B 0.2 eV C 0.4 eV D 0.6 eV E 0.8 eV F 1.0 eV

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

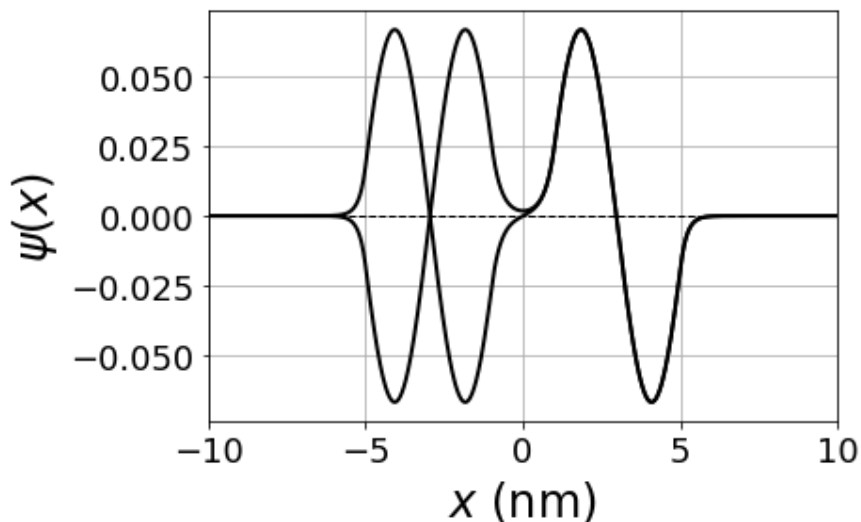
Maks poeng: 1

29 Oppgave 29 - 31:



Potensialet i figuren over er det samme som i oppgave 24 - 28, bortsett fra at brønnen i midten er erstattet av en barriere, slik at $V = 0.5 \text{ eV}$ på intervallet $|x| < 1.0 \text{ nm}$.

Figuren nedenfor illustrerer to energiegentilstander for et elektron i dette potensialet:



Av følgende seks utsagn, hvilket utsagn er *feil*?

- A Dette er 2. og 3. eksiterte tilstand.
- B Energien til de to tilstandene er mindre enn 0.5 eV.
- C Energien til de to tilstandene er praktisk talt lik.
- D De to tilstandene er begge antisymmetriske mhp $x=0$.
- E De to tilstandene har krumning inn mot x-aksen der $V=0$.
- F De to tilstandene er såkalt bundne tilstander.

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

30 Grunntilstandsenergien er ca 19 meV. Hva kan du si om energien i 2. eksiterte tilstand?

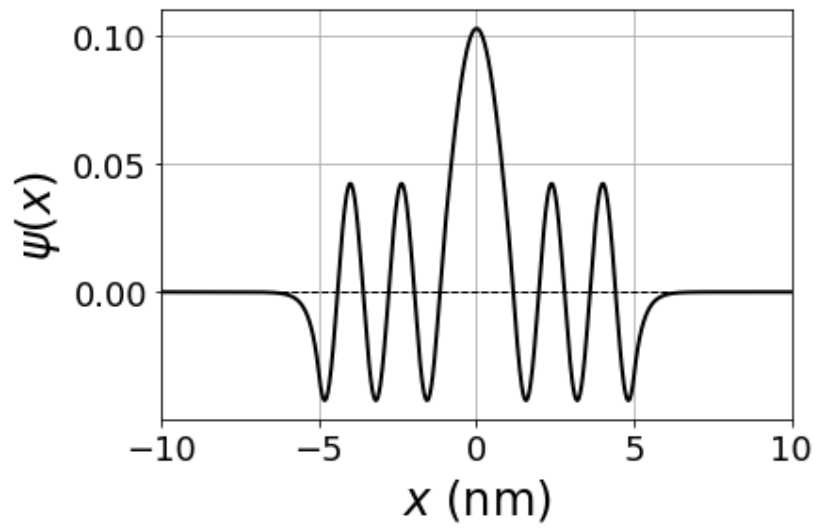
- A Omtrent lik energien i grunntilstanden (bittelitt større).
- B Omtrent 50% større enn energien i grunntilstanden.
- C Omtrent dobbelt så stor som energien i grunntilstanden.
- D Omtrent fire ganger så stor som energien i grunntilstanden.
- E Omtrent åtte ganger så stor som energien i grunntilstanden.
- F Omtrent tolv ganger så stor som energien i grunntilstanden.

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

31 Hvilken tilstand er dette?



- A 6. eksiterte tilstand
- B 7. eksiterte tilstand
- C 8. eksiterte tilstand
- D 9. eksiterte tilstand
- E 10. eksiterte tilstand
- F 11. eksiterte tilstand

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

32 Energieegentilstandene i hydrogenatomet med $n = 2$ og $l = 1$ ($2p$ -tilstandene) er

$$\psi_{21m}(r, \theta, \phi) = R_{21}(r)Y_{1m}(\theta, \phi)$$

(se formelvedlegget).

Hva slags paritet har $2p$ -tilstandene ?

A Ingen B Odde C Like D Ubestemt E Uskarp F Italiensk

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

33 Normerte tilstander med $l = 1$ kan uttrykkes ved hjelp av kartesiske koordinater:

$$p_x = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{x}{r}, \quad p_y = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{y}{r}, \quad p_z = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{z}{r}$$

Hvilken lineærkombinasjon av disse er identisk med Y_{1-1} ?

A $\sqrt{2}(p_x + p_y)$ B $\frac{1}{\sqrt{2}}(p_z - p_y)$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}(p_x - i p_y)$
D $\frac{1}{\sqrt{2}}(p_x + i p_z)$ E $-\frac{i}{\sqrt{2}}(p_x + p_z)$ F $-\frac{i}{\sqrt{2}}(p_y + p_z)$

Velg ett alternativ

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

34 En partikkel beskrives ved tidspunktet $t = 0$ av en normert bølgefunksjon

$$\Psi(x, 0) = C e^{-\alpha x^2}$$

med reelle konstante størrelser C, α .

Hva er forventningsverdien av partikkelens impuls ved dette tidspunktet?

A 0 B \hbar/α C $\hbar\alpha$ D α E $\sqrt{\alpha} \hbar$ F \hbar/C

Velg ett alternativ

A

B

C

D

E

F

Maks poeng: 1

35 Oppgave 35 - 38: Spinn-1/2-partikkel.

En partikkel med spinn 1/2 befinner seg i spinttilstanden

$$\chi = A \begin{pmatrix} 5i + 2 \\ 3 - 5i \end{pmatrix}$$

Dersom normeringskonstanten A velges som et positivt reelt tall, hva er dens verdi?

Velg ett alternativ

- A $1/\sqrt{39}$
- B $1/\sqrt{70}$
- C $1/\sqrt{54}$
- D $1/\sqrt{63}$
- E $1/\sqrt{31}$
- F $1/\sqrt{19}$

Maks poeng: 1

36 En partikkel med spinn 1/2 befinner seg i den normerte spinntilstanden

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Hva er S_y for denne partikkelen?

Velg ett alternativ

- A $\hbar/2$
- B $-\hbar/2$
- C Uskarp
- D \hbar
- E $-\hbar$
- F Null

Maks poeng: 1

37 En partikkel med spinn $1/2$ befinner seg i den normerte spinntilstanden

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 3i + 1 \\ 4i - 2 \end{pmatrix}$$

Hva er $\langle S_x \rangle$ for denne partikkelen?

Velg ett alternativ

- C $-\hbar/3$
- A $-\hbar/6$
- E \hbar
- D $\hbar/6$
- F $-\hbar$
- B $\hbar/3$

Maks poeng: 1

38 En partikkel med spinn $1/2$ befinner seg i den (unormerte) spinntilstanden

$$\chi = \begin{pmatrix} 4 - 2i \\ i + 7 \end{pmatrix}$$

Hva er sannsynligheten for å måle $S_z = +\hbar/2$ for denne partikkelen?

Velg ett alternativ

- A 0.333
- B 0.286
- C 0.111
- D 0.540
- E 0.161
- F 0.742

Maks poeng: 1

39 Hva er $\langle S^2 \rangle$ for et elektron som befinner seg i tilstanden

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} ?$$

A $\hbar^2/4$ B $\hbar^2/2$ C $3\hbar^2/4$ D Null E \hbar^2 F $2\hbar^2$

Velg ett alternativ:

- A
- B
- C
- D
- E
- F

Maks poeng: 1

40 Hva er

$$\int_0^5 (x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x) \delta(x - 1) dx \quad ?$$

- A 0
- B ∞
- C 3
- D -3
- E 6
- F -6

Velg ett alternativ:

- E
- B
- F
- A
- D
- C

Maks poeng: 1