TFY4215 Innføring i kvantefysikk Løsningsforslag til Midterm 1. mars 2019

1) **A**
Fotonenergi ved overgang fra $m = 2$ til n: $E_{2n} = hc/\lambda_n = (hc/B)(n^2 - 4)/n^2$. Dermed: $E_{36} = E_{32} - E_{26} = (hc/B)((4-9)/9 + (36-4)/36) = hc/3B = 1237/(3 \cdot 364.5) = 1.13$ eV.

2) **B**
$\Psi \sim \exp(-iEt/\hbar)$ slik at $E = \hbar\omega$.

3) **C**
Med ekvidistante energinivåer $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ og symmetrisk sannsynlighetsfordeling fra $n = 1$ til $n = 5$ blir $\langle E \rangle = 5\hbar\omega/2$.

4) **E**
Kryssleddene i $|\Psi(x,t)|^2$ gir en harmonisk funksjon, sinus eller cosinus, med argument $(E_5 - E_1)t/\hbar$, som med $E_n = n^2\pi^2\hbar^2/2mL^2$ blir $12\pi^2\hbar t/mL^2$. Dermed er perioden $T = 2\pi mL^2/12\pi^2\hbar = mL^2/3h$.

5) **E**
Starttilstanden $\Psi(x, 0)$ kan uttrykkes som en sum av stasjonære tilstander,

$$\Psi(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n(x),$$

med

$$c_n = \int_0^L \psi_n^*(x)\, \Psi(x,0).$$

Sannsynligheten for å måle E_1 er da

$$|c_1|^2 = |\frac{\sqrt{2}}{L}\int_0^L \sin(\pi x/L)dx|^2 = |\frac{\sqrt{2}}{L} \cdot \frac{L}{\pi} \cdot 2|^2 = \frac{8}{\pi^2} \simeq 0.81.$$

6) **D**

$$\begin{aligned}
[y, \hat{L}_z]f &= [y, x\hat{p}_y - y\hat{p}_x]f \\
&= (\hbar/i)[yx\partial f/\partial y - y^2\partial f/\partial x - x\partial(yf)/\partial y + y\partial(yf)/\partial x] \\
&= (\hbar/i)(-xf) \\
&= i\hbar x f
\end{aligned}$$

7) **A**
Den stiplede tilstanden har ingen nullpunkter og er dermed grunntilstanden.

8) **B**
Den heltrukne tilstanden har ett nullpunkt og er dermed 1. eksiterte tilstand.

9) **D**
De to tilstandene har praktisk talt samme bølgelengde i det klassisk tillatte (brønn-)området. Forskjellen er i hvert fall langt mindre enn (f.eks) 0.1 nm. Da er energiforskjellen helt sikkert mye mindre enn 1 eV.

10) **C**
Utenfor brønnområdet anslår vi bølgelengden til ca 2.5 nm. Da kan vi anslå en kinetisk energi

$$K = \frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = 0.0378 \text{ eV nm}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{2.5^2 \text{ nm}^2} = 0.24 \text{ eV}.$$