NTNU, Institutt for fysikk
Faglig kontakt under eksamen:
Prof. Tore Lindmo, tlf. mobil: 911 47 844

EKSAMEN I EMNE TFY 4225 KJERNE OG STRÅLINGSFYSIKK

Onsdag 1. desember 2010
Tid: kl. 09.00 – 13.00
Hvert oppgavepunkt (a, b, c etc) gis lik vekt ved bedømmingen.
Hjelpemidler (C):
Bestemt, enkel kalkulator
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae
Rottmann: Matematische Formelsammlung

Wednesday December 1st, 2010
Time: 09h00 – 13h00
Each point (a, b, c etc) carries equal weight in the evaluation.
Allowed instruments (C):
Simple, specified calculator
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae
Rottmann: Matematische Formelsammlung

CONSTANTS

Speed of light	c	2.99792458×10^{8} m/s
Charge of electron	e	1.602189×10^{-19} C
Boltzmann constant	k	1.38066×10^{-23} J/K
		8.6174×10^{-5} eV/K
Planck's constant	h	6.62618×10^{-34} J · s
		4.13570×10^{-15} eV · s
	$\hbar = h/2\pi$	1.054589×10^{-34} J · s
		6.58217×10^{-16} eV · s
Gravitational constant	G	6.6726×10^{-11} N · m^2/kg^2
Avogadro's number	N_A	6.022045×10^{23} mole^{-1}
Universal gas constant	R	8.3144 J/mole · K
Stefan-Boltzmann constant	σ	5.6703×10^{-8} W/m^2 · K^4
Rydberg constant	R_∞	1.0973732×10^{7} m^{-1}
Hydrogen ionization energy		13.60580 eV
Bohr radius	a_0	5.291771×10^{-11} m
Bohr magneton	μ_B	9.27408×10^{-24} J/T
		5.78838×10^{-5} eV/T
Nuclear magneton	μ_N	5.05084×10^{-27} J/T
		3.15245×10^{-8} eV/T
Fine structure constant	α	1/137.0360
	hc	1239.853 MeV · fm
	$\hbar c$	197.329 MeV · fm
	$e^2/4\pi\epsilon_0$	1.439976 MeV · fm

PARTICLE REST MASSES

	u	MeV/c^2
Electron	5.485803×10^{-4}	0.511003
Proton	1.00727647	938.280
Neutron	1.00866501	939.573
Deuteron	2.01355321	1875.628
Alpha	4.00150618	3727.409
$\pi^\pm$	0.1498300	139.5669
π^0	0.1448999	134.9745
μ	0.1134292	105.6595

CONVERSION FACTORS

1 eV = 1.602189×10^{-19} J

1 u = 931.502 MeV/c^2
= 1.660566×10^{-27} kg

1 b = 10^{-28} m^2

1 Ci = 3.7×10^{10} decays/s

<u>Oppgave 1.</u>

Grunntilstanden for $^{40}_{19}K$ har kjernespinn 4 og negativ paritet. Denne nukliden desintegrerer i 90 % av tilfellene ved β^- til grunntilstanden i ^{40}Ca, og i 10 % av tilfellene ved β^+ og/eller EC til et eksitert nivå i ^{40}Ar som deretter deeksiteres til grunntilstanden ved γ-emisjon med kvanteenergi 1460 keV. Halveringstiden for ^{40}K er $1{,}25 \cdot 10^9$ år.

a) Forklar at 4^- er en mulig grunntilstand for ^{40}K. Rekkefølgen for de laveste energinivåene i skallmodellen er $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$.
Klassifiser β^- -overgangen til ^{40}Ca med hensyn til grad av forbudthet og F og/eller GT type.
Fermi-integralet for denne overgangen har $\log_{10} f = 1{,}5$.
Vurder om verdien av $\log_{10} ft_{1/2}$ stemmer med informasjonen i Tabell 3.3. (Lilley).

Table 3.3 Approximate values of $\log_{10} ft_{1/2}$ for different types of β-decay transition.

Type of transition	$\log_{10} ft_{1/2}$
Superallowed	~ 3.5
Allowed	5.5 ± 1.5
First forbidden	7.5 ± 1.5
Second forbidden	~ 12
Third forbidden	~ 16
Fourth forbidden	~ 21

b) Skriv opp definisjonen av Q-verdien for en kjernereaksjon og utled formelen for Q-verdien ved radioaktiv β^+desintegrasjon uttrykt ved atomære masser, og også uttrykt ved atomære masseoverskudd (som det skal regnes med i denne oppgaven).
Hvordan tolker du det faktum at ^{40}K kan desintegrere ved både β^- og β^+/EC?

c) Beregn Q-verdiene for desintegrasjon av ^{40}K ved henholdsvis β^-, β^+ og EC desintegrasjon.
Bestem om desintegrasjonen til det eksiterte nivået i ^{40}Ar skjer ved β^+ eller EC. Følgende masseoverskudd er oppgitt (i μu-enheter): ^{40}Ar: -37617; ^{40}K: -36001; ^{40}Ca: -37409.

d) I gjennomsnitt består menneskekroppen av 0,27% (vektprosent) kalium, og av dette utgjøres 0,012% av ^{40}K. Molar masse for kalium er 39,1 g/mol.
Bruk formalismen for interndosimetri og vis at spesifikk effektiv energi for ^{40}K fordelt i hele kroppen (70 kg) som kilde- og målorgan, og beregnet fra informasjon gitt ovenfor og resultater funnet under pkt c), blir 10^{-15} Sv/desintegrasjon.
Beregn årlig effektiv dose som skyldes kroppens innhold av ^{40}K. Anta at absorbert fraksjon for γ-emisjon med kvanteenergi 1460 keV med kroppen som kilde- og mål-organ er 30%.

Oppgave 2.

Et sfærisk, gassfylt dosimeter skal brukes for mikrodosimetriske målinger av spesifikk energi. Målingene gjøres ved at dosimetret plasseres i et målefantom som settes i en fotonstråle fra en punktkilde. Både fantom og dosimeter er laget av vevsekvivalent materiale (homogent dosimeter). Dosimeteret viser akkumulert avsatt energi i løpet av en valgt eksponeringstid og nullstilles mellom hver måling. Målingene skal gjøres for en serie avtagende doser, hvor dosen til slutt skal velges så liten at strålingens stokastiske energiavsetning kommer klart fram. Liten dose oppnås ved å øke avstanden til kilden ($1/r^2$ avhengighet) og ved å velge tilstrekkelig kort eksponeringstid for hver måling. For hver dose gjøres flere gjentatte målinger.

a) Sett opp betingelsen for at enkeltmålingene fra dosimeteret skal tilsvare energiavsetningen i en biologisk cellekjerne med diameter 5,0 μm (ρ=1,0 g/cm^3). Bestem hvilken tetthet gassen i dosimeteret må ha dersom gass-kaviteten i dosimeteret har en diameter på 2,0 cm.
Anta at fluensen av sekundærelektroner er den samme i gass-kaviteten i dosimetret som gjennom cellekjernen, og vis at doseavsetningen, uttrykt ved midlere spesifikk energi, blir den samme i mikrodosimeteret som i cellekjernen.

b) Fotonkilden gir i utgangspunktet en fluensrate på 10^{10} fotoner/cm^{2}s, med fotonenergi 1,0 MeV.
Bestem hvilken eksponeringstid som må brukes for å oppnå en dose på 1,0 Gy. Følgende koeffisienter er oppgitt (i cm^2/g) for 1 MeV fotoners vekselvirkning med vevsekvivalent materiale:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = 0.0706 \qquad \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right) = 0.0311 \qquad \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right) = 0.0309$$

c) Skissér kvalitativt hvordan de målte mikrodosimetriske verdier (spesifikk energi i Gy) endres etter hvert som dosen gjøres mindre, ned til 10^{-6} Gy.
Vis i samme figur hvordan sannsynligheten for å registrere en energiavsetning i dosimetret for hver eksponering endres med avtagende dose.
Sett opp et uttrykk for hvordan dosen kan kontrollberegnes ut ifra de observerte verdiene, slik at dette uttrykket er gyldig for ethvert dosenivå i det undersøkte intervallet.

d) Skissér tilsvarende kvalitative kurveforløp (spesifikk energi og sannsynlighet for energiavsetning) over samme doseområde dersom bestrålingen gjøres med nøytroner med energi på noen MeV.
Kommentér forskjellene mellom de skisserte forløpene i c) sammenlignet med dem i d).

Oppgave 3.

Tykkelsen av en metallfolie reguleres under produksjonen ved å måle attenuasjonen av en fotonstråle gjennom folien. En fotonkilde er plassert over folien der den kommer ut fra valsene, og en NaI-detektor er plassert under folien. Fotonenergien er valgt slik at attenuasjonen av den kollimerte strålen er nøyaktig 50 % ved den ønskede folietykkelsen på 0,10 mm. Telle-effektiviteten for detektoren, i fravær av folie, er 1,0 %. For å regulere valsene må bestemmelsen av tykkelse skje med en telletid på 1 s. Folietykkelsen må reguleres innenfor ± 5 % med 95 % sikkerhet (dvs en 5 % endring eller mer i folietykkelse skal resultere i et avvik i tellerate på ± 2 standard avvik eller mer). Anta at bakgrunnstellinger kan neglisjeres.

a) Beregn nødvendig kildeaktivitet.

b) Skriv ned uttrykket for telle-effektiviteten for et slikt tellesystem, og forklar de ulike faktorene som inngår i uttrykket.

Problem 1.

The ground state of $^{40}_{19}K$ has nuclear spin 4 and negative parity. In 90 % of the cases this nuclide disintegrates by β^- to the ground state of ^{40}Ca, and in 10 % of the cases by β^+ and/or EC to an excited state of ^{40}Ar, which subsequently is de-excited to the ground state by γ emission of quantum energy 1460 keV. The half-life of ^{40}K is $1.25 \cdot 10^9$ years.

a) Explain that 4^- is a possible ground state of ^{40}K. The sequence of low-energy states of the shell model is $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$.
Classify the β^- transition to ^{40}Ca in terms of degree of forbiddenness and F and/or GT type.
The Fermi integral of this transition has $\log_{10} f$ value of 1.5.
Check whether the value of $\log_{10} ft_{1/2}$ is in agreement with information given in Table 3.3. (Lilley).

Table 3.3 Approximate values of $\log_{10} ft_{1/2}$ for different types of β-decay transition.

Type of transition	$\log_{10} ft_{1/2}$
Superallowed	~ 3.5
Allowed	5.5 ± 1.5
First forbidden	7.5 ± 1.5
Second forbidden	~ 12
Third forbidden	~ 16
Fourth forbidden	~ 21

b) Write the definition of the *Q* value of a nuclear reaction, and derive the formula for the *Q* value of β^+ disintegration, expressed by atomic masses, and also expressed by mass excess values (as will be used for calculations in the present problem).
How do you interpret the fact that ^{40}K disintegrates by both β^- and β^+/EC processes?

c) Calculate the *Q* values for disintegration of ^{40}K by β^-, β^+, and EC, respectively. Determine whether the transition to the excited level of ^{40}Ar takes place by β^+ or EC. The following mass excess values are given (in μu units): ^{40}Ar: -37617; ^{40}K: -36001; ^{40}Ca: -37409.

d) On average the mass of the human body consists of 0.27 % potassium, of which 0.012 % is ^{40}K. Molar mass of ^{40}K is 39.1 g/mol.
Use the formalism of internal dosimetry and show that the specific effective energy of ^{40}K distributed in the whole body (70 kg) as both source and target organ, and calculated on the basis of above information and results from c), is 10^{-15} Sv/disintegration.
Calculate the annual effective dose to the human body due to the content of ^{40}K. Assume that the absorbed fraction of the γ emission of quantum energy 1460 keV is 30 % for the whole body as both source and target organ.

Problem 2.

A spherical, gas-filled dosimeter is to be used for micro-dosimetric measurements of specific energy. The measurements are performed by placing the dosimeter in a measurement phantom exposed to a beam of photons from a point source. Both the phantom and the dosimeter are made of tissue equivalent material (homogeneous dosimeter). The dosimeter measures accumulated deposited energy during a chosen exposure time, and is reset to zero between each measurement. The measurements are performed for a series of decreasing doses, in such a way that the dose gradually will be chosen so low that the stochastic nature of energy deposition becomes apparent. Lower dose is achieved by increasing the distance between source and target ($1/r^2$ dependence) and by choosing sufficiently short exposure time for each measurement. At each chosen dose value several repeated measurements are performed.

a) Formulate the condition that must be fulfilled for single measurements from the dosimeter to represent the energy deposition in the nuclei of biological cells. These nuclei are assumed to have a diameter of 5.0 μm and density of ρ=1.0 g/cm^3. Determine the necessary density of the gas in the dosimeter if its gas cavity has a diameter of 2.0 cm. Assume that the fluence of secondary electrons is the same in the gas cavity as through the cell nucleus, and show that the dose deposition, expressed by the average specific energy, will be the same in the micro-dosimeter as in the cell nucleus.

b) The photon source delivers a fluence rate of 10^{10} photons/cm^{2}s, at quantum energy 1.0 MeV.
Determine the necessary exposure time to be used to deliver a dose of 1.0 Gy. The following coefficients are given (in cm^2/g) for the interaction of 1 MeV photons with tissue-equivalent material:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = 0.0706 \qquad \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right) = 0.0311 \qquad \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right) = 0.0309$$

c) Draw a qualitative graph to show how the measured micro-dosimetric quantities (specific energy) change as the dose is decreased, down to 10^{-6} Gy. Draw in the same figure a graph showing how the probability of observing an energy deposit in the dosimeter for each measurement will change with decreasing dose.
Write an expression that can be used to calculate the dose from the observed values. This expression is to be valid for any dose in the whole range of doses investigated.

d) Draw the corresponding two graphs (specific energy and probability of energy deposition) over the same interval of doses for the case of irradiation with neutrons of several MeVs.
Comment on the characteristic differences between the graphs shown in c) in comparison with those in d).

Problem 3.

The thickness of a metallic foil is regulated during manufacture by observing the attenuation of a beam of photons passing through the foil. A photon source is placed above the foil as it emerges from the rollers, and a NaI detector is placed below the foil. The photon energy is chosen so that the attenuation of the collimated beam is exactly 50 % at the desired foil thickness of 0.10 mm. The counting efficiency of the detector, with no foil in place, is 1.0 %. To regulate the rollers, it is necessary to make a determination of the thickness in a counting time of 1 s. The thickness must be regulated to within ± 5 % with 95 % certainty (i.e. a 5 % change or more in thickness of the foil shall result in a deviation in count rate of ± 2 standard deviations or more). Assume that background counts are negligible.

a) Calculate the required activity of the source.

b) Write the expression for the counting efficiency of such a detection system, and explain the various factors in this expression.