

## Kontinuasjoneksamen

Teoretisk Fysikk IB (Statistisk mekanikk) Fag 715 15

15. august 1974 kl. 9 - 14.

Tillatte hjelpemidler: Logaritmetabell og reknestav.

Vennligst skriv bare på forsiden av arkene.

I

a) Skriv opp (uten utledning) fordelingsfunksjonen i det kanoniske ensemble for  $N$  identiske klassiske partikler. Identifiser alle størrelser som inngår.

b) Hva sier ekvipartisjonsprinsippet? Bevis det.

c) Kraften på en fjærvekt som er forlenget et stykke  $x$  er

$$F = ax \quad (a = \text{konstant}).$$

Finn den midlere termiske fluktusjon av fjærlengden når den har termisk likevekt med temperatur  $T$ .

Hvor stor er den minste masse som kan måles med fjærvekten når måleutslaget skal være større enn den midlere termiske fluktusjon?

d) Bevis følgende generalisering av ekvipartisjonsprinsippet:

$$\langle q_i \frac{\partial H}{\partial q_i} \rangle = \langle p_i \frac{\partial H}{\partial p_i} \rangle = kT$$

forutsatt at Hamiltonfunksjonen  $H \rightarrow \infty$  tilstrekkelig raskt når  $q_i$  og  $p_i \rightarrow \pm \infty$ .

For en relativistisk gass av  $N$  partikler gjelder

$$H = \sum_{i=1}^N m_i c^2 \quad ; \quad \vec{p}_i = m_i \vec{v}_i \quad \text{der} \quad m_i = \frac{m_{0i}}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}}$$

Her er  $m_{0i}$  hvilemassen til partikkel nr.  $i$ . Bevis at for hastighetene  $\vec{v}_i$  gjelder

$$\left\langle \frac{v_i^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \right\rangle = \frac{3kT}{m_{0i}}$$

$i$  termisk likevekt.

## II

- a) Vis v.h.a. det store kanoniske ensemble at det midlere partikkeltall i k'te énpartikkel tilstand for ikke-vekselvirkende spinnløse partikler er gitt ved

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT}} .$$

- b) Bestem kondensasjonstemperaturen  $T_\lambda$  der Bose-Einstein kondensasjonen inntreffer for en gitt antallstetthet  $\rho = \langle N \rangle / V$  .
- c) Beregn  $T_\lambda$  for heliumisotopen  $\text{He}^4$  (betraktet som en ideell gass) ved massetettheten  $\rho_m = 0.178 \text{ g/cm}^3$  .

### Oppgitt:

Antall energitilstander i intervallet  $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$  er meget nær  $2\pi(2m/h^2)^{\frac{3}{2}} V \epsilon^{\frac{1}{2}} d\epsilon$  .

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{1}{2}} dx}{e^x - 1} = 2.315$$

$\text{H}^4$ - atomets masse :  $m = 6.64 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ .

Plancks konstant:  $h = 6.62 \cdot 10^{-27} \text{ erg.sek}$ .

Boltzmanns konstant:  $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/deg}$ .

\*