

Eksamen i
fag 71515 TEORETISK FYSIKK IB – STATISTISK MEKANIKK
Torsdag 11. desember 1975
kl. 0900 – 1500

(Tillatte hjelpemidler: Regnestav og logaritmetabell)

Oppgave 1.

- a) Skriv opp den kanoniske fordelingslov for et klassisk énkomponent-system av N like partikler, og definer størrelsene som inngår. Formuler og bevis ekvipartisjonsprinsippet.
- b) En partikkel med masse m frastøtes av en underliggende horisontal flate med en kraft omvendt proporsjonal med avstanden z fra flata. Proporsjonalitetskonstanten er a . I tyngdefeltet blir partikkelens Hamiltonfunksjon

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + mgz - a \ln z.$$

Partikkelen er i termisk likevekt ved temperaturen T .

Hva er sannsynligheten for å finne partikkelen i en avstand fra overflata mellom z og $z + dz$? Regn klassisk.

Beregn partikkelens middelaavstand som funksjon av temperaturen.

Oppgitt:

$$(i) \int_0^{\infty} x^n e^{-cx} dx = n!/c^{n+1} \quad ; \quad n! = n(n-1)!$$

(i denne notasjonen er n ikke nødvendigvis et heltall).

$$(ii) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-cx^2} dx = \sqrt{\pi/c}.$$

*

Oppgave 2.

Energivåene E_n for et kvantemekanisk system avhenger av volumet V som

$$E_n = C_n V^{-a},$$

der C_n og a er konstanter. Benytt det kanoniske ensemble til å

beregne forholdet mellom trykket p og energitettheten $u = U/V$. Hvilken verdi har dette forholdet for ikke-relativistiske punkt-partikler?

*

Oppgave 3.

- a) Et åpent system består av ikke vekselvirkende fermioner som kan besette énpartikkelnivåene ϵ_i ($i = 1, 2, \dots$). Omgivelsene er karakterisert ved temperaturen T og et kjemisk potensial μ for fermionene. Vis at i likevekt er det midlere antall partikler i tilstand nr. i lik

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/kT} + 1} \quad .$$

Her er k Boltzmanns konstant.

Hva er systemets indre energi U uttrykt ved ovennevnte størrelser?

Under punktene b) og c) skal to forskjellige spesialtilfeller behandles.

- b) Anta at energinivåene ligger svært tett i intervallet $(0, \infty)$ og at det er meget nær

$$4\pi(2m/h^2)^{\frac{3}{2}} V \epsilon^{\frac{1}{2}} d\epsilon$$

tilstander med energi i intervallet $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$. Her er m partikkelmassen, h Plancks konstant og V systemets volum.

Angi et integraluttrykk for partikkeltettheten $\rho = \langle N \rangle / V$ og den indre energi U , og beregn disse eksplisitt ved det absolutte nullpunkt. Beregn også midlere partikkelenergi ved $T = 0$.

*

- c) Betrakt deretter et annet system som har bare to energinivåer, $\epsilon_1 = 0$ og $\epsilon_2 = \epsilon$ ($\epsilon > 0$). Hva blir den indre energi i dette tilfellet?

Beregn varmekapasiteten C (ved konstant kjemisk potensial).

Skissér denne som funksjon av temperaturen når det kjemiske potensial har verdien $\mu = \frac{1}{2} \epsilon$.

For noen verdier av μ blir C negativ. Gi en kort kvalitativ forklaring på dette.

*