UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR EKSPERIMENTALFYSIKK

EKSAMEN I FAG 715 15
STATISTISK MEKANIKK
(ved Lærarhøgskolen Statistisk mekanikk F 113)

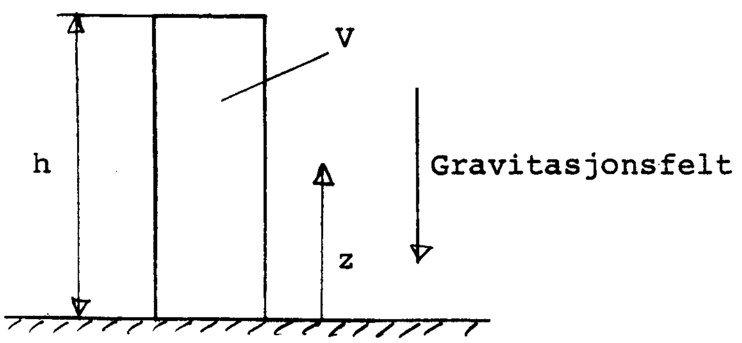
Onsdag 10 desember 1986
kl. 0900 - 1600

Tillatne hjelpemiddel: Godkjent Kalkulator.
K. Rottmann: Matematische Formelsammlung
O. Øgrim: Størrelser og enheter i fysikken.

Fagleg kontakt: K. Budal, tlf. 3455.

Oppgåve 1

Ein ideell gass av N atom er plassert i ein sylinder med volum V og høgd h i eit gravitasjonsfelt med konstant tyngdeakselerasjon g . Kvart atom har massen m .



a) Finn sannsynligheten $P(\vec{r}_1,\vec{p}_1)d^3r_1d^3p_1$ (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant C_1) for at eit atom (f.eks. nr.1) har ein posisjon i intervallet $\vec{r}_1$ til $\vec{r}_1 + d\vec{r}_1$ og ein impuls i intervallet $\vec{p}_1$ til $\vec{p}_1 + d\vec{p}_1$.

b) Finn sannsynligheten $P(\vec{v}_1)d^3v_1$ (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant C_2) for at eit atom har ein fart i intervallet $\vec{v}_1$ til $\vec{v}_1 + d\vec{v}_1$.

c) Finn sannsynligheten $P(z_1)dz_1$ (med unntak av ein trivi-ell proporsjonalitetskonstant C_3) for at eit atom har ein vertikalposisjon i intervallet z_1 til $z_1 + dz_1$.

Bruk så normeringskravet til å bestemma konstanten C_3 .

Oppgitt:

$$\rho = Ce^{\beta(F-H)}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.

Oppgåve 2

Eit atom er plassert i ein behaldar med volum V . Atomet er i termisk likevekt med veggene i behaldaren som har temperaturen T . Atomet kan dissosierast i eit ion og eit elektron. Det udissosierte atomet (konfigurasjon 1) har energien

$$E_1 = \frac{p^2}{2M} ,$$

der p er impulsen til atomet og M er atommassen. Det dissosierte atomet (konfigurasjone 2) har tilnærma totalenergien

$$E_2 \cong \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2M} + u ,$$

der dei to 1. ledda er dei kinetiske energiane til elektronet og ionet, respektivt og u er ionisasjonsenergien (den potensielle energien). Vi har neglisjert masseskilnaden mellom atomet og ionet. Vi ser bort frå vekselverknaden mellom ionet og elektronet etter dissosiasjonen (u = konstant).

a) Finn sannsynligheten P_u (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant) for at atomet skal vera udissosiert.

b) Finn sannsynligheten P_d (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant) for at atomet skal vera dissosiert. Skriv ned eit uttrykk for $\alpha = P_u/P_d$.

c) Vanligvis er $u \gg kT$. Vil i så fall atomet, ved eit lite volum V , vera dissosiert eller ikkje ?

d) Anta at $u \gg kT$, men at volumet V blir gjort svært stort $(V \longrightarrow \infty)$. Korleis går det nå med brøkdelen α ? Gi ei fysisk forklaring på resultatet.

e) Dei indre deler av sola består av varme gassar, mens dei ytre delane (koronaen) er kaldare og har mindre tetthet. Undersøkelsar av sollyset viser at atoma i dei ytre delane inneheld fleire dissosierte atom enn dei indre, varmare delane. Korleis kan dette resultatet forklarast ?

Oppgitt:

1)
$$\rho = \frac{1}{\prod_i N_i!\,h^{3N_i}}\, e^{\beta(F-H)}$$

2)
$$\int_{-8}^{+8} e^{-\alpha x^2}\, dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.

Oppgåve 3

Vi ser på eit kanonisk system av N identiske, ikkje-vekselverkande, spinnlause, boson. Systemet har berre to tilgjengelege einpartikkeltilstandar med einpartikkelenergiane $\epsilon_1 = 0$ og $\epsilon_2 = \epsilon$, respektivt.

a) Finn sannsynligheten $p(n_1)$ for at grunntilstanden skal innehalda n_1 partiklar. Skriv svaret som funksjon av N og $q = e^{-\epsilon/kT} \leq 1$.

b) Finn det middels besettelsestalet $\langle n_1 \rangle$ for grunntilstanden, uttrykt ved N og q.

c) Skisser forholdet $\alpha = \langle n_1 \rangle / N$ som funksjon av q for $N = 100$.

d) Finn eit uttrykk for den indre energien U for systemet uttrykt ved N, ϵ og $\langle n_1 \rangle$.
Finn varmekapasiteten C_v for systemet når $N = 1$.

Oppgitt:

$$p_n = \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.