UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen

Prof. P. C. Hemmer
Tlf. 3648

EKSAMEN I FAG 71515 STATISTISK MEKANIKK

VED AVH: F 113 STATISTISK MEKANIKK

ONSDAG 17.8.1988

KL.0900 - 1500

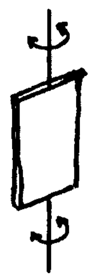
Tillatte hjelpemidler: Rottmann Mathematische Formelsammlung
Godkjent lommekalkulator.

I. Konvensjonelle oppgaver. (Hvert punkt teller likt, tilsammen 50%).
Besvares, som vanlig, på separate ark.

Oppgave 1

a. En ideell gass med temperatur T befinner seg i et "uendelig" høyt kar i et konstant tyngdefelt. Beregn midlere potensielle energi pr. partikkel. Den potensielle energi defineres som null i bunnen av karet.

b. Et speil er festet i en tynn torsjonstråd som vist på figuren. Når speilet blir utsatt for et dreiemoment M, dreier det en vinkel $\phi = M/S$ ut fra likevektsstillingen, der S er trådens torsjonsstivhet. Bestem energifunksjonen $E(\phi)$ for speilets dreiebevegelse.



Speilet er i termisk likevekt med en gass med temperatur T. Finn et uttrykk for midlere kvadratiske avvik, $\langle\phi^2\rangle$, fra likevektsstillingen $\phi = 0$.

Oppgave 2

For fermioner eller bosoner uten vekselvirkninger er fordelingen over mulige besettelsestall, n_k, i enpartikkeltilstanden ψ_k uavhengig av besettelsestallene i de andre tilstandene. Da kan vi definere en stor kanonisk "partisjonsfunksjon" for en enkelt tilstand som

$$z_k = \sum_{n_k} e^{\beta(\mu-\epsilon_k)n_k} .$$

a. Bestem z_k for fermioner og for bosoner.

b. Vis at fluktuasjonskvadratet, $\langle\delta n_k^2\rangle \equiv \langle n_k^2\rangle - \langle n_k\rangle^2$, kan skrives som

$$\langle\delta n_k^2\rangle = \langle n_k\rangle[1 \mp \langle n_k\rangle]$$

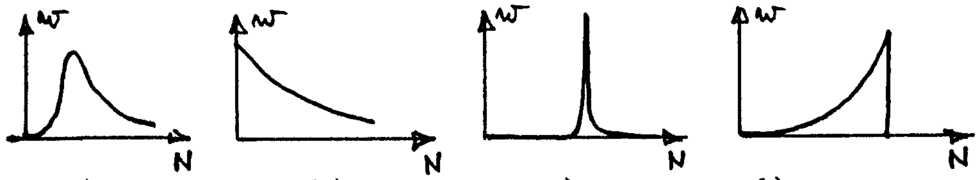
der minus gjelder for fermioner, pluss for bosoner.

c. Hva er $\langle\delta n_k^2\rangle$ for fermioner når $T \to 0$? Hvordan kunne vi ha innsett dette resultatet uten å regne?

II. Korte spørsmål (Hvert spørsmål teller likt, tilsammen 50%).

Besvares ved avmerking i de dertil egnete felt på oppgavearket selv. Bruk blyant.

1. Et åpent delvolum (med $V=1\text{cm}^3$) av en gass ved værelsestemperatur og atmosfæretrykk befinner seg i tyngdefeltet. Sannsynligheten er $w(N)dN$ for at antall gassmolekyler N er i intervallet $(N,N+dN)$. Formen på $w(N)$ er, grovt sett (kryss av i en av rutene) :



a) b) c) d)

a
b
c
d

2. Tre ikke vekselvirkende partikler danner et system. Det finnes bare 3 énpartikkeltilstander tilgjengelige for partiklene. Disse 3 tilstandene har energiene $\varepsilon_1<\varepsilon_2<\varepsilon_3$. Hva er systemets midlere energi ved høye temperaturer $(k_BT>>\varepsilon_3-\varepsilon_1)$, når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

a
b
c

3. Samme system som under spørsmål 2. Hva er systemets midlere energi ved lave temperaturer $(k_BT<<\varepsilon_2-\varepsilon_1)$, når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

a
b
c

4. Samme system som under spørsmål 2. Hva er sannsynligheten, ved høye temperaturer $(k_BT>>\varepsilon_3-\varepsilon_1)$, for å finne de 3 partiklene i hver sin tilstand, når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

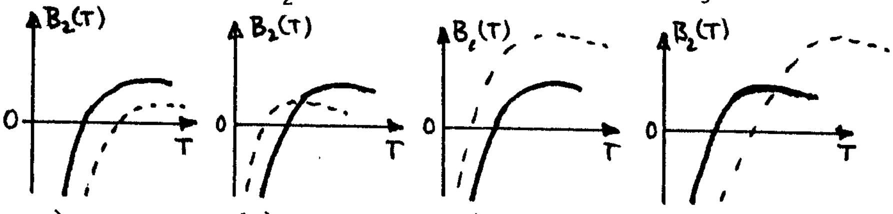
a
b
c

5. Hva er dimensjonen til 2.virialkoeffisient $B_2(T)$? Kryss av.

a) J/K b) K/m^2 c) m^3/J d) m^3 e) J/m^3 f) m^{-3}

a d
b e
c f

6. I figurene nedenfor er 2. virialkoeffisient for neon skissert som en heltrukken kurve. For argon har $B_2(T)$ meget nær samme form som for Ne, men skalerer annerledes. Hvilken av de 4 stiplete kurvene representerer best $B_2(T)$ for A? Sett kryss.



a) b) c) d)

a
b
c
d

---

7. En fotongass er en Bosegass med kjemisk potensial $\mu=0$. Hvilket (hvilke) av de oppførte termodynamiske potensialer er null for fotongassen? Sett kryss.

U
H
F
G

---

8. CH_4-molekylet har en tetraedrisk struktur
Antall kvadratiske ledd i $H(p,q)$ pga translasjon er a
" " " " " " rotasjon " b
" " " " " " vibrasjon " c

C_V ved værelsestemperatur er ca. $\xi \cdot R$ pr.mol

a=
b=
c=
ξ=

---

9. Spinnkorrelasjonsfunksjonen for et spinn-½ system ($\sigma_i=\pm1$) er definert som

$$\Gamma_{ij}=\langle\sigma_i\sigma_j\rangle-\langle\sigma_i\rangle\langle\sigma_j\rangle$$

Et spinnsystem har Hamiltonfunksjonen

$$H = -h\sum_i\sigma_i - J\sum_{\langle ij\rangle}\sigma_i\sigma_j$$

der siste summen går over alle par av nærmeste naboer.
Hvilke av følgende utsagn er sanne, når $J=0$? Sett kryss.

a) $\Gamma_{ij}=0$ for alle T og h når $i\neq j$

b) $\Gamma_{ij}=1$ " " " " " " "

c) $\Gamma_{ij}=0$ " " " " " " $i=j$

d) $\Gamma_{ij}=1$ " " " " " " "

e) $\Gamma_{ij}=1$ for alle T, når $h=0$ og $i=j$.

a
b
c
d
e

10. Samme system som under spørsmål 9, men nå med $J>0$.
Hvilke av følgende utsagn er sanne? Sett kryss.

a) $\Gamma_{ij}=0$ for alle T og h når $i \neq j$

b) $\Gamma_{ij} \to 0$ når $T \to \infty$ for alle h og når $i \neq j$

c) $\Gamma_{ij} > 0$ når $h=0$ og i,j er nærmeste naboer

d) $\Gamma_{ij} < 0$ " " " " " "

a	
b	
c	
d	