

# Kontinuasjoneksamen i TFY 4230

## Statistisk Fysikk

Faglærer: Professor Jens O. Andersen  
Institutt for Fysikk, NTNU  
Tlf: 73593131

Fredag 11. August 2006  
kl. 09.00-13.00

Tillette hjelpemiddel:  
Godkjend lommekalkulator  
Rottmann: Matematisk Formelsamling  
Rottmann: Matematische Formelsammlung  
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

### Oppgave 1

Ein partikkel bevegar seg i ein dimensjon i eit potensial  $V(x) = V_0|x|$ , der  $V_0$  er ein positiv konstant. Hamiltonfunksjonen er

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0|x| ,$$

der  $m$  er massen til partikkelen. I det mikrokanoniske ensemblet har partikkelen energi  $E$ . Sannsynlegheitsfordelinga  $P(p, x)$  er

$$P(p, x) = c \delta(E - H) ,$$

der  $c$  er ein normaliseringskonstant.

a) Bestem konstanten  $c$  og finn den normaliserte marginalfordelinga  $P(x)$ .

b) Finn middelværdien  $\langle V_0|x| \rangle$  (hint: bruk delvis integrasjon).

Vi skal nå sjå på det same systemet i det kanoniske ensemblet ved temperatur  $T$ .

c) Rekn ut partisjonsfunksjonen  $Z$ .

d) Finn fluktuasjonane i energien, det vil seie  $\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$ .

## Oppgave 2

I denne oppgava skal vi sjå på ein kjede av tre Isingspinn med Hamiltonfunksjonen

$$H = J(s_1s_2 + s_2s_3) ,$$

der  $J$  er ein positiv konstant.

a) Skriv ned alle konfigurasjonane og dei tilhøyrande energiane.

b) Vis at partisjonsfunksjonen kan skrivast som

$$Z = 8 \cosh^2(\beta J) .$$

c) Rekn ut midlere energi  $E$ . Finn  $E$  i grensa  $T \rightarrow \infty$  og tolk resultatet.

d) Rekn ut korrelasjonsfunksjonen  $\langle s_1s_2 \rangle$ . Ta grensa  $T \rightarrow \infty$  og tolk resultatet.

## Oppgave 3

I denne oppgava skal vi studere ein ikkje-relativistisk Fermigass ved  $T = 0$  i to romlege dimensjonar. Massen til fermiona er  $m$  og arealet til systemet er  $V = L^2$ . Vi reknar utan degenerasjon.

a) Vis at tettheten av tilstandar er

$$g(\epsilon) = \frac{2m\pi}{h^2}V .$$

- b) Finn tettheten  $\rho$ , den indre energien  $E$  og trykket  $P$ , uttrykt ved Fermienergien  $\epsilon_F$ .
- c) Bruk resultatene i b) til å finne tilstandslikninga.
- d) Gi ei kort forklaring på kvifor trykket til Fermigassen er større enn null for  $T = 0$ .

## Oppgave 4

Denne oppgava består av fire ulike spørsmål som ein kan svare på uavhengig av kvarandre.

- a) Gi ei kort forklaring på fenomenet Bose-Einstein kondensasjon.
- b) Gjer kort greie for virialutviklinga for klassiske reelle gassar.
- c) Bruk ekvipartisjonsprinsippet til å forutseie varmekapasiteten til ein isotrop todimensjonal harmonisk oscillator.
- d) Det storkanoniske ensemblet er karakterisert ved tre parametre. Desse er?

---

Oppgitt for heile settet:

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) .$$

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2) .$$

$$PV = k_B T \sum_i \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}]$$