<u>I a)</u>

α) For å fremstille likevekt må $\rho(q,p,t)$ være stasjonær: $\partial\rho/\partial t = 0$. Det er opfyldt med $\rho = \rho(E)$ som man ser av Liouvilles sats.

β) Ved sammenfatning av tilnærmet (eller helt) uavhengige systemer er energien additiv:

$$E_{1+2} = E_1 + E_2 + o(N)$$

mens sannsynligheten multiplikativ:

$$\rho_{1+2} = \rho_1 \rho_2 + \text{et v.v.ledd } \rho_{12} \text{ som kan sløyfes}$$

Det er opfyldt med $\rho \sim \exp(E)$

<u>I b)</u>

Entropien er også additiv:

$$S_{1+2} = S_1 + S_2 + \cancel{S}_{12}$$

Forsøk en almindelig: $S = S[\rho]$, $\int \rho \, d\Omega = 1$

$S_1 = \int f(\rho_1) d\Omega$, $S_2 = \int f(\rho_2) \, d\Omega_2$

$\int \rho_1 \, d\Omega_1 = 1$, $\int \rho_2 \, d\Omega_2 = 1$, $d\Omega_1 \cdot d\Omega_2 = d\Omega_{1+2}$

$S_1 = \int \rho_2 \, f(\rho_1) d\Omega_{1+2}$ $\quad S_2 = \int \rho_1 f(\rho_2) \, d\Omega_{1+2}$

$S_{1+2} = \int f(\rho_1 \rho_2) \, d\Omega_{1+2} = S_1 + S_2$ gir da funksjonallikningen

$$\frac{f(\rho_1)}{\rho_1} + \frac{f(\rho_2)}{\rho_2} = \frac{f(\rho_1\rho_2)}{\rho_1\rho_2} \quad \therefore \quad f(\rho) = \rho \log p.$$

<u>I c)</u>

En infinitesimal reversibel process svarer i ensemblet til en forandring

$$\psi \to \psi + d\psi, \quad \Theta \to \Theta + d\Theta,$$

og hvis de mekaniske parametre endres $a \to a + da$, vil energien for hvert medlem (system) i ensemblet undergå en forandring $E \to E + dE$, mens fordelingen hele tiden beholder sin kanoniske form og spesielt $\int \rho d\Omega = 1$ forblir konstant. Det gir til 1.orden i små størrelser:

$$0 = \int e^{\frac{\psi - E}{\Theta}} d\Omega \left\{ d\psi - dE - d\Theta \; \frac{\psi - E}{\Theta} \right\}$$

$$d\psi - \overline{dE}(\mathrm{rev.}) - \bar{\sigma} d\Theta = 0$$

Innsetning av $d(\bar{\sigma}\Theta) = d\bar{E} - d\psi$ gir

$$\Theta d\bar{\sigma} = d\bar{E} - \overline{dE}(\mathrm{rev.}) \quad \text{g.e.d.}$$

II a)

For T = o går n(ε) mot en plankestubb

$$\bar{n} \to \begin{cases} 1 & \varepsilon \ll \mu_0 \\ 0 & \varepsilon \gg \mu_0 \end{cases}$$

$$N = \int_0^\infty dN(\varepsilon) = 4\pi V \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \int_0^{\mu_0} \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon$$

$$= \text{" " " "} \cdot \frac{2}{3} \mu_0^{3/2}$$ derav

$$\underline{\mu_0 = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3}{8\pi} \frac{N}{V}\right)^{2/3}}$$

II b)

Almindelig er det kjemiske potensial gitt ved

$$N = 4\pi V \cdot \left(\frac{2m}{h^2 \beta}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^{\frac{1}{2}}\, dx}{e^{x - \beta\mu} + 1}$$

$$= \frac{3N}{2(\beta\mu_0)^{3/2}} \int \text{"}$$

For $\mu = 0$ har vi altså:

$$\frac{2}{3} (\beta\mu_0)^{3/2} = 0.67 \left(= \tfrac{1}{2}\sqrt{\pi} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \zeta(3/2)\right)$$

$$\left(\frac{\mu_0}{kT}\right)^{3/2} = 1.00\ldots$$

$$T = \frac{\mu_0}{k} = \frac{h^2}{2mk} \cdot \left(\frac{3}{8\pi} \frac{N}{V}\right)^{2/3}$$

$$\frac{N}{V} = \frac{\rho}{m} = \frac{0.016}{4.92 \cdot 10^{-24}} = \underline{3.25 \cdot 10^{21}}$$

$$\left(\frac{3}{8\pi} \cdot \frac{N}{V}\right)^{2/3} = 10^{14} \left(\frac{3x\ 3.25}{8\pi}\right)^{2/3} = \underline{0.53 \cdot 10^{14}}$$

$$\frac{h^2}{2mk} = \frac{(6.62)^2 \cdot 10^{-54}}{2 \times 4.92 \cdot 10^{-24} \times 1.38 \cdot 10^{-16}} = \frac{44}{13}\ 10^{-14}$$

$$T = \frac{0.53 \times 44}{13} = \underline{\underline{1.8^\circ\ K}}$$