

Faglig kontakt under eksamen:  
Navn: Johannes Bremer  
Telefon: 3582, 3586

Eksamen i fag 71516 og 74316 Elektromagnetisk teori  
Torsdag 25.05.89  
Tid: 0900 - 1300

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator.  
Rottmann: "Mathematische Formelsammlung".

Oppgave 1

- a) Vis at det elektrostatiske potensialet i et punkt  $\vec{r}$  fra en vilkårlig ladningsfordeling  $\rho(\vec{r})$  kan tilnærmes av et monopol- og et dipolmoment.
- b) Utled den almengyldige relasjonen  $\nabla \cdot \vec{D} = \rho(\vec{r})$ .
- c) En uladet dielektrisk kule med radius  $R$  og permittivitet  $\epsilon$  befinner seg i vakuum. Hvilke generelle grensebetingelser gjelder for potensialet på kuleoverflaten?
- d) Kula under pkt. c) plasseres i det ytre potensialet

$$\Phi_0 = -E_0 r \cos\theta.$$

Regn ut potensialet innenfor og utenfor kuleoverflaten. Gi en kort beskrivelse av feltet.

Det opplyses at Laplace-likningen for en sfærisk symmetrisk geometri har generell løsning

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (a_{nm} r^n + b_{nm} r^{-1-n}) P_n^m(\cos\theta) e^{\pm im\phi}$$

Legendre-polynomene  $P_n(\cos\theta)$  er gitt ved  $P_0 = 1$ ,  $P_1 = \cos\theta$ , ...

- e) Et dielektrisk medium har en uniform elektrostatiske dipoltetthet  $\vec{P}$ . Vis at følgende relasjon gjelder for et vilkårlig punkt  $\vec{r}$ :

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{P_{\perp}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS'$$

Her står  $P_{\perp}$  for normalkomponenten av polarisasjonen på en flate  $S$  som omslutter punktet.

Oppgitt:  $\nabla \cdot (\vec{a}f) = f\nabla \cdot \vec{a} + \vec{a}\nabla f$

- f) Fig. 1 viser et utsnitt av et magnetiserbart medium med en liten kuleformet og lufttom kavitet. I fig. 2 er det vist en magnetiserbar kule i vakuum.

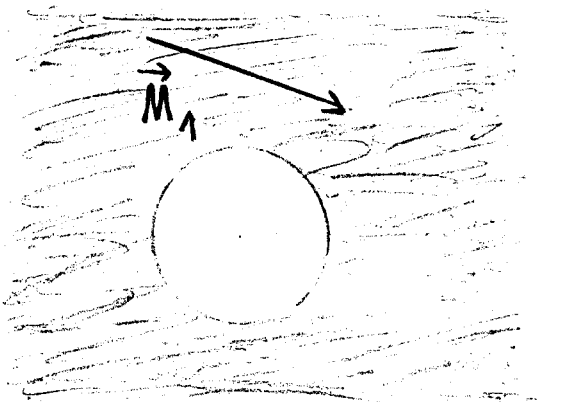


Fig. 1

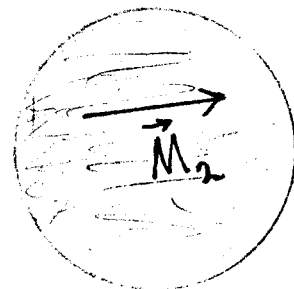


Fig. 2

Det er ingen frie strømmer i materialene som imidlertid har uniforme magnetiseringer  $\vec{M}_1$  og  $\vec{M}_2$ . Hva er forutsetningen for at vi skal få lik magnetisk felt-intensitet  $\vec{H}$  innenfor de to kuleflatene? Begrunn svaret kort.

### Oppgave 2

- a) Vis at kravet om ladningsbevarelse er tatt vare på i Maxwells likninger.
- b) En elektrisk leder med tverrsnitt-areal  $A$  har en homogen fordeling av positivt ladete partikler som er ubevegelige i hvilerammen til lederen. I tillegg går det en jevn strøm av negative partikler i en og samme retning med hastigheten  $\vec{u}$ . Ladningene har verdien  $\pm e$  og konsentrasjonene er gitt ved henholdsvis  $n_+$  og  $n_-$ . (Dette kan følgelig tjene som en enkel modell for en metallisk leder.) En observatør beveger seg i jevn og rettlinjet hastighet  $\vec{v}$  parallellt med lederen. Hastigheten  $\vec{v}$  oppfyller ikke nødvendigvis kravet  $|\vec{v}| \ll c$ . Hvilken ledningsstrøm registrerer han?
- c) En ladet partikkel befinner seg i nærheten av lederen beskrevet under b). Hvilke generelle betingelser må være oppfylt for at elektriske og magnetiske krefter – som kan innvirke på partikkelbevegelsen – skal forsvinne i observatørens hvileramme?
- d) Forklar kort hvordan en kontraksjonsoperasjon kan utføres på en blandet tensor. Vis at normen til en 4-vektor er invariant, og forklar hvorfor resultatet under c) blir gyldig for alle observatørhastigheter.