

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Navn: Kåre Olaussen  
Telefon: 3652

**Kontinuasjoneksamen i**  
**Fag 74316 Elektrisitet og magnetisme 2**  
Onsdag 18. august 1993  
Tid: 09.00–1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.  
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.  
Barnett and Cronin, *Mathematical Formulae*.  
Øgrim og Lian, *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk*.

En ukevis oppsummering av forelesningene i dette faget følger som et vedlegg til eksamenssettet. Merk at innholdet i denne oppsummeringen er valgt ut uavhengig av eksamensoppgavene.

**Oppgave 1:**

Forklar kort ( gjerne i stikkords form) og kvalitativt hva du forbinder med følgende begreper

- a) Coulombs, Faradays og Amperes lover
- b) Coulomb og Lorentz justering
- c) Elektrisk dipolmoment og polariserbarhet
- d) Polart og aksialt vektorfelt
- e) Einsteins summekonvensjon
- f) Speilingsmetoden
- g) Variasjonsmetoden for elektrostatiske potensialer
- h) Snell's brytningslov
- i) Brewsters vinkel
- j) Fresnels rombe
- k) Anomal dispersjon og resonant absorpsjon
- l) Maxwell's spenningstensor
- m) Naturlig linjebredde
- n) Thomson spredning
- o) Synkrotronstråling

**Oppgave 2:**

Det elektriske dipolmomentet  $\vec{d}$  til et (nøytralt) atom eller molekyl er definert som

$$\vec{d} = \sum_i q_i \vec{r}_i, \quad (1)$$

der summen går over alle ladninger (dvs. elektroner og kjerner)  $q_i$  med posisjoner  $\vec{r}_i$ . Polariserbare atomer og molekyler har et dipolmoment som er proporsjonalt med det elektriske feltet det befinner seg i,

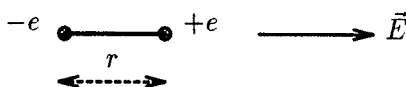
$$\vec{d} = \alpha \vec{E}, \quad (2)$$

der  $\alpha$  kalles for polariserbarheten.

- Hva er den elektriske kraften på en ladning  $q$  som er i et konstant elektrisk felt  $\vec{E}$ ?
- Hvordan avhenger den potensielle energien til denne ladningen av dens posisjon  $\vec{r}$ ?
- Som en enkel modell for hydrogenatomet betrakter vi det som to klassiske punktladninger  $\pm e$ , bundet sammen av et harmonisk potensial

$$V = \frac{1}{2} K (\vec{r}_+ - \vec{r}_-)^2, \quad (3)$$

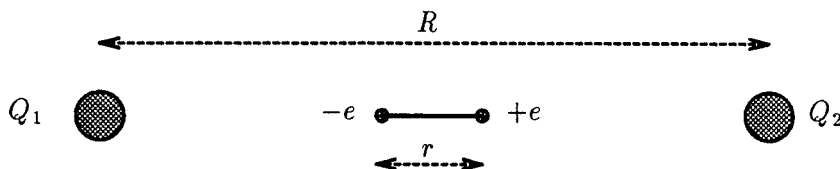
der  $\vec{r}_+$  og  $\vec{r}_-$  er posisjonene til henholdsvis protonet og elektronet.



Dette potensialet er ment å modellere både Coulomb-tiltrekningen mellom ladningene og kvantemekaniske effekter.

Hva blir avstanden mellom ladningene når dette atomet blir lagt i et elektrisk felt  $\vec{E}$ ?

- Hva blir dipolmomentet  $\vec{d}$ , og polariserbarheten  $\alpha$ ?
- Se så på to punktladninger  $Q_1$  og  $Q_2$  er befinner seg i avstand  $R$  fra hverandre. Hvor stor er kraften på hver ladning dersom de befinner seg i vakuum?
- Et polariserbart atom, som diskutert tidligere, blir plassert midt mellom ladningene:



Hva blir kreftene på ladningene  $Q_1$  og  $Q_2$  nå?

**Oppgave 3:**

Et elektron beveger seg med konstant hastighet  $v$  i en sirkulær bane med radius  $R$ , slik at dets posisjon ved tiden  $t$  er

$$\vec{r}_e(t) = R \left( \cos \frac{vt}{R} \hat{e}_x + \sin \frac{vt}{R} \hat{e}_y \right).$$

- a) Skriv ned  $\rho(\vec{x}, t)$  og  $\vec{j}(\vec{x}, t)$  for denne situasjonen, og verifiser at vi har ladningskonservering:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \vec{j}(\vec{x}, t) = 0.$$

- b) La

$$\rho(\vec{k}, t) \equiv \int d^3x e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \rho(\vec{x}, t),$$

$$\vec{j}(\vec{k}, t) \equiv \int d^3x e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \vec{j}(\vec{x}, t),$$

og beregn disse størrelsene.

- c) Pga. den sirkulære akselerasjonen vil elektronet sende ut elektromagnetisk stråling med konstant effekt, ved (vinkel-) frekvensene  $\omega_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ . Hva blir disse frekvensene? Under hvilken betingelse kan denne strålingen beregnes til god nøyaktighet i dipolap-proksimasjonen?
- d) For å finne utstrålt effekt i retningen

$$\hat{n} = \sin \vartheta (\cos \varphi \hat{e}_x + \sin \varphi \hat{e}_y) + \cos \vartheta \hat{e}_z,$$

må en beregne

$$\vec{j}(\vec{k}, \omega) \equiv \int dt e^{i\omega t} \vec{j}(\vec{k}, t),$$

der  $\vec{k} = (\omega/c)\hat{n}$ , og

$$j_{\perp}^i(\vec{k}, \omega) \equiv (\delta^{i\ell} - n^i n^{\ell}) j^{\ell}(\vec{k}, \omega).$$

Gjør dette under antagelse om at dipolap-proksimasjonen er gyldig.

- e) Beregn den utstrålte effekten (integrert over alle strålingsvinkler) fra elektronet i dipolap-proksimasjonen over.
- f) Strålingen fører til en friksjonskraft på elektronet—strålingsreaksjonen—som kan finnes ved å se på energibalansen. (Dvs. slik at den utstrålte energien pr. tidsenhet blir kompensert av en like stor reduksjon i elektronets kinetiske energi). Bestem denne kraften i dipolap-proksimasjonen.