

Løsningsforslag til øving 6

Veiledning mandag 3. og onsdag 5. oktober

a) Magnetfeltet inne i en uendelig lang spole med viklingstetthet  $N/d$ , og som er fylt med et magnetiserbart medium med relativ permeabilitet  $\mu_r$  er

$$B = \mu_0 \mu_r N I / d$$

Her er  $I$  *fri* strøm, dvs strømmen i spoletråden. Spolens tverrsnitt har areal  $A$ . Det betyr at  $N$  viklinger av spoletråden omslutter en magnetisk fluks

$$\phi = N B A = N^2 \mu_0 \mu_r \frac{A}{d} I$$

Selvinduktans  $L$  er pr definisjon

$$L = \frac{\phi}{I}$$

slik at

$$L_i = N_i^2 \mu_0 \mu_r \frac{A}{d}$$

for spole nr  $i$  ( $i = 1, 2$ ). (Dette var rett og slett repetisjon fra i vår, se øving 14.)

b) Primærkretsen består av en motstand  $R_1$  koblet i serie med en induktans  $L_1 = N_1^2 \mu_0 \mu_r A / d$ . Da finner vi total impedans ved simpelthen å legge sammen enkeltimpedansene:

$$Z_1(\omega) = R_1 + i\omega L_1$$

c) Impedansen for en kapasitans  $C$  er  $1/i\omega C$ , slik at impedansen til sekundærkretsen blir

$$Z_2(\omega) = R_2 + \frac{1}{i\omega C}$$

Det er umiddelbart klart at for vinkelfrekvenser  $\omega \gg 1/R_2 C$  kan vi neglisjere den imaginære delen (den såkalte reaktansen) av  $Z_2$ .

d) Spenningskilden i sekundærkretsen er den induserte motspenningen i spole 2 som følge av endringen i den magnetiske fluksen som omslutes av de  $N_2$  viklingene på spolen. Denne spenningen blir

$$\mathcal{E}_2 = \dot{\phi}_2 = N_2 A \dot{B}$$

Med tilnærmelsen  $Z_2 \simeq R_2$  har vi

$$\dot{Q} = I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2} = \frac{N_2 A \dot{B}}{R_2}$$

Med andre ord:

$$V_2 = \frac{Q}{C} = \frac{N_2 AB}{R_2 C}$$

For lavere verdier av frekvensen må vi sette  $Z_2 = R_2 + 1/i\omega C$ . Da blir

$$\dot{Q} = I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{Z_2} = \frac{N_2 A \dot{B}}{R_2 + 1/i\omega C}$$

slik at

$$V_2 = \frac{Q}{C} = \frac{N_2 AB}{R_2 C + 1/i\omega}$$

med absoluttverdi

$$|V_2| = \frac{N_2 AB}{\sqrt{(R_2 C)^2 + 1/\omega^2}}$$

Kommentarer:

- Dersom vi (som her) ”trekker” en strøm  $I_2$  i sekundærkretsen, får vi generert et bidrag til magnetfeltet i jernkjernen motsatt rettet det som genereres av strømmen  $I_1$  i primærkretsen. Dette har vi neglisjert i beregningene våre, og for at det skal være i orden, må vi ha  $I_2$  liten i forhold til  $I_1$ , med andre ord  $|Z_2| \gg |Z_1|$ . (Dette er oppfylt med god margin i laboppgaven, ettersom  $R_2 \gg R_1$  og samtlige reaktanser er små i forhold til resistansene.) Hvis dette *ikke* var tilfelle, måtte vi ta hensyn til at magnetfeltet i de to spolene påvirkes både av strømmen i spolen selv (dvs selvinduksjon), men også av strømmen i den andre spolen (dvs gjensidig induksjon). I regningene over har vi kun tatt hensyn til selvinduksjon i spole 1 og gjensidig induksjon i spole 2.
- Med en harmonisk spenningskilde  $V_0 \cos \omega t$  ( $\rightarrow V_0 \exp i\omega t$  på kompleks form) vil samtlige involverte ”signaler” (magnetfelt i spolene, spenningsfall over motstander og kondensator, strømmer etc) svinge på samme måte, dvs med samme frekvens. Vi vet da umiddelbart at alle disse blir på samme form, dvs

$$Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$$

$$I_2(t) = I_{20} e^{i\omega t}$$

$$B(t) = B_0 e^{i\omega t}$$

osv. De ulike amplitudene  $Q_0$  etc. vil da generelt bli komplekse størrelser, som da inneholder informasjon om både absoluttverdi og fasevinkel i forhold til påtrykt spenning, f.eks.

$$Q_0 = |Q_0| e^{i\alpha_Q}$$

Vi ser at med tilnærmelsen  $Z_2 \simeq R_2$  vil  $Q$  (og dermed  $V_2$ ) svinge i fase med magnetfeltet  $B$ . Med  $Z_2 = R_2 + 1/i\omega C$  ser vi at vi får en faseforskjell mellom  $Q$  og  $B$  gitt ved

$$- \arctan \frac{1}{\omega R_2 C}$$