Institutt for fysikk, NTNU
FY1013 Elektrisitet og magnetisme II
Høst 2005

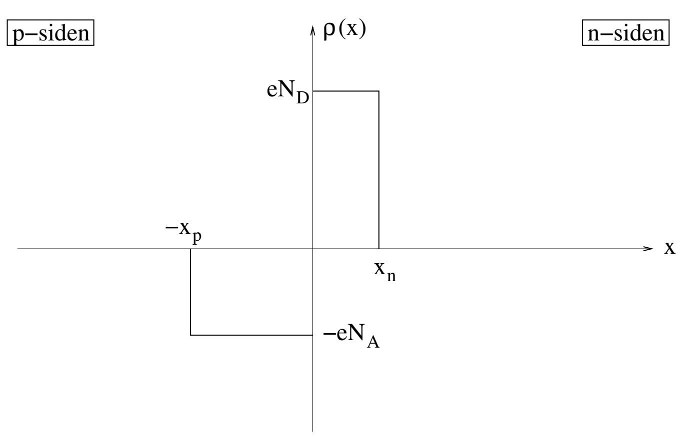
Øving 3

Veiledning: Mandag 12. og onsdag 14. september
Innleveringsfrist: Fredag 16. september

pn-overgang (diode): elektrostatiske forhold i nærheten av grenseflaten

Benytt anledningen til å friske opp kunnskapene i elektrostatikk!

Innledning:
En pn-overgang har en uniform fordeling av N_A akseptoratomer pr volumenhet på p-siden og N_D donoratomer pr volumenhet på n-siden. Vi antar at alle akseptorer og donorer er ionisert, dvs at alle donorer har bidratt med 1 elektron til ledningsbåndet og at alle akseptorer har bidratt med 1 hull til valensbåndet til halvlederkrystallen. Vi antar videre at både N_A og N_D er mye større enn halvlederens intrinsikke konsentrasjon $n_i = p_i$ av hhv elektroner og hull (dvs den konsentrasjonen av elektroner og hull som vi ville ha hatt i en helt ren halvleder av samme type). Langt unna grenseflaten har vi derfor $n = N_D \gg p$ på n-siden og $p = N_A \gg n$ på p-siden. I et tynt sjikt på begge sider av grenseflaten, i den såkalte *sperresonen*, dvs i området $[-x_p, x_n]$, blir både hull- (p) og elektronkonsentrasjonen (n) neglisjerbar i forhold til N_A og N_D. Dette kan vi forstå på følgende måte: I det vi setter de to halvdelene sammen, har vi ved grenseflaten at konsentrasjonen av elektroner i ledningsbåndet er mye større på n-siden enn på p-siden. Dermed vil elektroner i ledningsbåndet diffundere fra n- til p-siden av overgangen. Tilsvarende vil hull i valensbåndet diffundere fra p- til n-siden av overgangen. Men da vil den dynamiske likevekten (gitt ved $n \cdot p$ = temperaturavhengig konstant) være forstyrret på begge sider av grenseflaten, og på en slik måte at elektroner i ledningsbåndet "faller ned" og okkuperer hull i valensbåndet. Vi kaller dette for elektron-hull *rekombinasjon*. Nettoresultatet av denne prosessen er at konsentrasjonen av både elektroner og hull blir betydelig redusert i et lite område på begge sider av grenseflaten. Netto ladningsfordeling $\rho(x)$ blir derfor tilnærmet som vist i figuren:



Diffusjonsprosessen beskrevet ovenfor, elektroner fra n- til p-siden og hull fra p- til n-siden, fører til at det blir et overskudd av positiv ladning på n-siden og et overskudd av negativ ladning på p-siden av grenseflaten. Følgelig genereres det et elektrisk felt i nærheten av grenseflaten, og dette elektriske feltet sørger for å utligne diffusjonsstrømmen. I likevekt går det selvsagt ingen netto strøm gjennom grenseflaten. I oppgaven nedenfor skal vi se nærmere på det genererte elektriske feltet og det tilhørende potensialet.
Kommentar til figuren over: Overgangen til elektrisk nøytralitet ved $x = -x_p$ og $x = x_n$ er i virkeligheten ikke helt skarp men foregår over en viss lengdeskala. Denne lengdeskalaen er imidlertid typisk liten i forhold til sperresonens utstrekning $W = x_n + x_p$. Det samme gjelder for overgangen fra $\rho = -eN_A$ til $\rho = eN_D$ ved $x = 0$. Dermed er $\rho(x)$ i virkeligheten en kontinuerlig funksjon overalt, noe som igjen garanterer at det elektriske feltet $\vec{E} = E(x)\hat{x}$ også er kontinuerlig overalt. Systemet antas å være fullstendig uniformt i y- og z-retning, dvs ingen fysiske størrelser avhenger av y eller z.

Nå til selve oppgaven!

a) Anta at konsentrasjonene av forurensningsatomer, N_D og N_A, er gitt. Vi antar dessuten at x_n er kjent. Hva blir da x_p og W når hele systemet er elektrisk nøytralt?

b) Utled Poissons ligning,

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon},$$

med utgangspunkt i Gauss' lov (på differensialform, se side 3) og sammenhengen mellom $\vec{E}$ og V. Her er ρ fri ladning pr volumenhet, og ε er permittiviteten til det materialet som vi betrakter. ∇^2 er den såkalte laplaceoperatoren,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

I vårt system, der ingenting varierer med y og z, har vi altså

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon}$$

Bruk denne ligningen til å bestemme potensialet $V(x)$ og det elektriske feltet $E(x)$ for *pn*-overgangen som er vist i figuren på side 1. Vis at det såkalte *innebygde potensialet* $\Delta V = V(x \to \infty) - V(x \to -\infty)$ kan uttrykkes på formen

$$\Delta V = \frac{eN_D x_n^2}{2\varepsilon}\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)$$

Tips: Integrer Poissons ligning to ganger. Du har tilstrekkelig informasjon til å bestemme $E(x)$ entydig. I sperresonen må E bli en lineær funksjon av x, utenfor sperresonen må E være lik null. (Hvorfor?) Potensialet $V(x)$ kan du selvsagt bare bestemme på en konstant nær: Nullpunkt for potensialet velger vi som kjent etter eget ønske!

Kommentar: Vi har her antatt at halvlederen kan beskrives som et lineært og isotropt dielektrikum med permittivitet $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$. For Si er $\varepsilon_r = 11.8$. "Bundet" ladning er altså assosiert

med polarisering av atomene i halvlederkrystallen og er dermed "innbakt" i permittiviteten ε. Ladningen $\rho(x)$ blir i dette tilfellet det vi i vår kalte fri ladning, selv om den her faktisk er bundet opp til immobile forurensningsatomer. Husk at fri ladning, pr definisjon, innbefattet all ladning som ikke var assosiert med polariseringen av mediet. Sammenhengen mellom den elektriske forskyvningen $\vec{D}$ og det elektriske feltet $\vec{E}$, $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, samt Gauss' lov for $\vec{D}$, $\nabla \cdot \vec{D} = \rho(x)$, gir umiddelbart sammenhengen mellom $V(x)$ og $\rho(x)$, dvs Poissons ligning.
Vakuumpermittiviteten er $\varepsilon_0 = 10^7/4\pi c^2 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}$, med enhet C/Vm.

c) Regn ut tallverdien til ΔV når n-siden er dopet med 10^{17} antimonatomer pr cm^3, p-siden er dopet med 10^{16} boratomer pr cm^3, og verdien av x_n er 30 nm. Hvor stort er det maksimale elektriske feltet $E_{\max}$ (dvs ved $x = 0$)?

Tallsvar: $\Delta V = 758$ mV, $E_{\max} = -4.6$ MV/m.

Utledning av Gauss' lov på differensialform:

Gauss' lov på integralform:

$$\varepsilon_0 \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = q$$

Divergensteoremet:

$$\oint_S \boldsymbol{G} \cdot d\boldsymbol{A} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{G} \, dV$$

Her er S en lukket flate som omslutter volumet V, mens $\boldsymbol{G}$ representerer et vilkårlig vektorfelt. Anvender vi divergensteoremet på det elektriske feltet, kan vi skrive:

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{E} \, dV$$

Netto ladning q i volumet V kan uttrykkes ved (rom-)ladningstettheten ρ:

$$q = \int_V \rho \, dV$$

Dermed må vi, ifølge Gauss' lov for $\boldsymbol{E}$, kunne skrive

$$\int_V \nabla \cdot \boldsymbol{E} \, dV = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} \, dV$$

Ettersom dette skal være riktig for vilkårlige lukkede flater S (med tilhørende volum V), må ikke bare disse *integralene* være like store – *integrandene* må også *overalt* være like store:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Dette er Gauss' lov for det elektriske feltet på differensialform. Dersom vi befinner oss i et dielektrikum, dvs et polariserbart medium, med permittivitet ε, har vi akkurat samme ligning, med ε i stedet for ε_0. Da representerer ρ fri ladning pr volumenhet.