

Filterkretser

Prosjekt i faget FY1013

Høsten 2005

av

Jon Alm Eriksen og Lodve Brastad

Abstract

Denne oppgaven presenterer teori rundt passive filterkretser, samt forsøk med passive filterkretser for å teste teori i praksis. Oppgaven presenterer også hvordan operasjonsforsterkeren fungerer, og hvordan den kan benyttes til å forsterke signal i filterkretser.

Innholdsfortegnelse

1. Formål.....	3
2. Filter.....	3
3. Analoge filterkretser.....	5
3.1 Passive analoge filterkretser.....	5
3.1.1 RC-Krets.....	6
3.1.2 RLC-krets.....	7
3.1.3 Kaskadefilter.....	9
4. Forsøk med filterkretser.....	11
4.1 Metode.....	11
4.2 Resultater.....	12
4.2.1 Spenningsfall over R i RLC-krets.....	12
4.2.2 Spenningsfall over C i RLC-krets.....	12
4.2.3 Spenningsfall over L i RLC-krets.....	13
4.2.4 Spenningsfall over LC i RLC-krets.....	14
4.2.5 Spenningsfall over C i RC-krets.....	16
4.2.6 Spenningsfall over C i RC-krets koblet i kaskade.....	17
5. Forsterkning av signal i analoge filterkretser.....	18
5.1 Operasjonsforsterkeren.....	18
5.2 Dioden og Transistoren.....	21
5.2.1 Dioden.....	21
5.2.2 Transistoren.....	22
5.3 Eksempel på kobling av operasjonsforsterker i en filterkrets.....	24
6. Konklusjon.....	25
Litteraturliste.....	26

1. Formål

Formålet med dette prosjektet er å forstå hvordan elektroniske komponenter i filterkretser benyttes for å filtrere og forsterke signal i en krets. Fokus for oppgaven vil derfor være å få innsikt i hvordan motstander, kondensatorer og spoler benyttes til å filtrere signaler, og hvordan operasjonsforsterkeren og dens komponenter fungerer for å forsterke signaler i filterkretser.

2. Filter

Helt generelt kan vi si at et filter er en form anordning som forsterker, demper eller stopper frekvenser når et signal slippes igjennom. En mer formell definisjon er at filteret fungerer som en lineær prosess som omformer et frekvensspekter. Mer matematisk kan det uttrykkes:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (\text{Lign. 2.1})$$

Her er $X(\omega)$ den Fouriertransformerte av det innkommende signalet, $Y(\omega)$ den Fouriertransformerte av det utgående signalet og $H(\omega)$ er overføringsfunksjonen (eng. transferfunksjon). En viktig observasjon er at overføringsfunksjonen $H(\omega)$ er konstant for en gitt verdi av ω , dette gjør prosessen lineær.

Overføringsfunksjonen $H(\omega)$ er mer presist en kompleks funksjon og kan skrives på formen

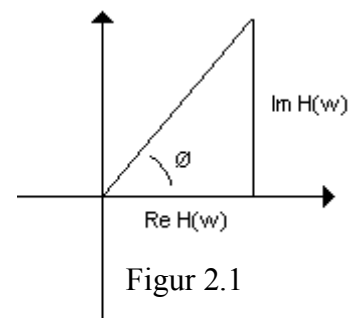
$$H(\omega) = |H(\omega)|e^{i\phi(\omega)}$$

Denne formen viser to viktige aspekter ved et filter, omforming av amplitude og omforming av fasen. For en gitt frekvens ω er amplituden på utgående signal lik amplituden på innkommende signalet ganger $|H(\omega)|$. Fasen på det utgående signalet er lik fasen på innkommende signal pluss faseforandringen $\phi(\omega)$ i filteret. Et filter kan altså forandre amplitude og fase til et signal. Det kan derimot ikke forandre frekvenser, eller legge til frekvenser som ikke er innhold i det innkommende signalet..

Av figur 2.1 ser vi at vi finner faseforandringen $\phi(\omega)$ ved

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(H(\omega))}{\text{Re}(H(\omega))}\right)$$

Hvor $\text{Im}(H(\omega))$ er imaginærdelen til $H(\omega)$, og $\text{Re}(H(\omega))$ er realdelen til $H(\omega)$.

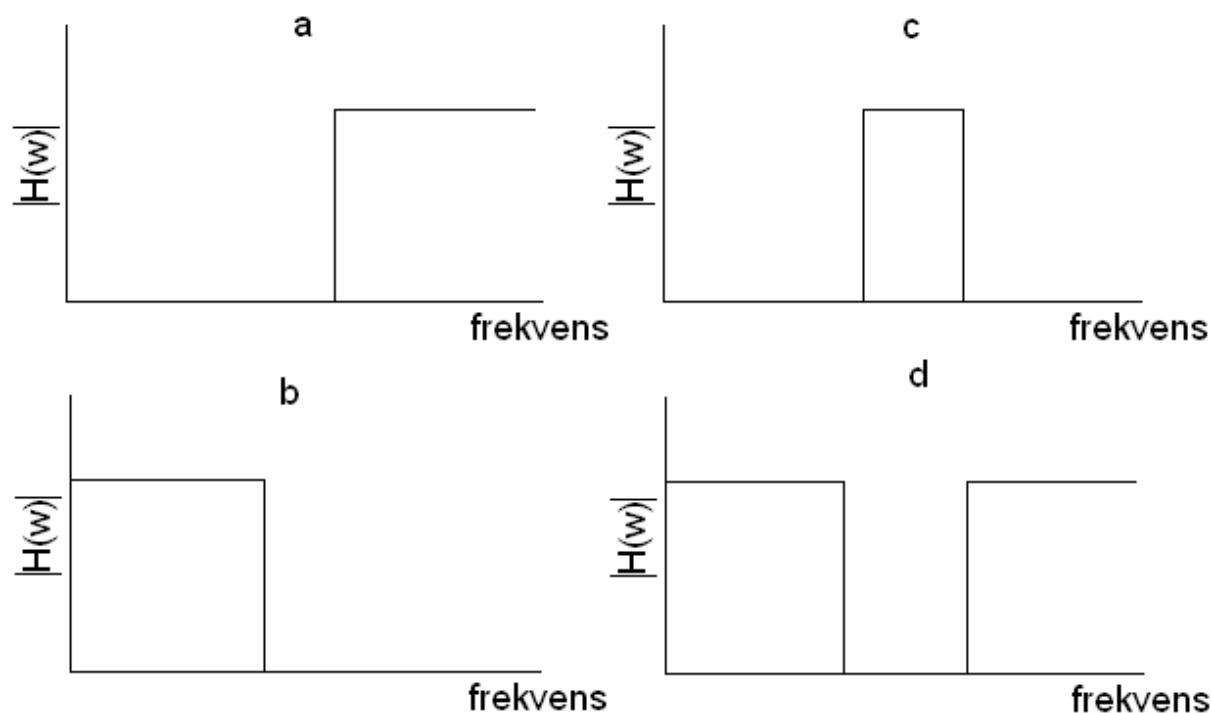


Vi vet fra Fouier teorien, at alle funksjoner kan skrives som en sum av enkle sinus og cosinusfunksjoner. Dette innebærer at selv et stygt signal kan beskrives som en superposisjon av harmoniske signaler.

Dette innebærer videre at selv om signalkilden inneholder et spekter av forskjellige frekvenser kan vi beregne $H(\omega)$ for de forskjellige frekvensene signalet er bygget opp av. Amplitude på innkommende signal $|X(\omega)|$, amplituden på utgående signal $|Y(\omega)|$ og faseforandringen $\phi(\omega)$ er derfor funksjoner av ω .

Begreper om filter

Et høypassfilter (figur 2.2a) er et filter som slipper igjennom høye frekvenser og demper lave, et lavpassfilter (figur 2.2b) slipper gjennom lave frekvenser og demper høye, mens et bandpassfilter (figur 2.2c) er et filter som slipper gjennom et område av frekvensspekteret og demper andre. I tillegg har vi bandstopfilter (figur 2.2d) som demper en hvis del av et frekvensspekter og slipper igjennom alle andre. I alle tilfellene kaller vi de frekvensene som slipper igjennom for filterets passband og de frekvensene som ikke slipper igjennom for filterets stoppband.



Figur 2.2 Filtertyper

Grensefrekvensen mellom stoppband og passband er det vi kaller cutoff frekvensen

I realiteten er det ikke snakk om skarpe enkle frekvenser som blir forsterket eller forminsket, men et område rundt den frekvensen som blir forsterket/forminsket mest. En klarer derfor ikke å lage et skarpt skille mellom stoppband og passband. Vi definerer cutoff frekvensen ω_c ut fra overføringsfunksjonen som,

$$H(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(\omega_m)_{maks} \quad (\text{lign. 2.2})$$

Hvor ω_m er den/de frekvensene som gir $H(\omega)_{maks}$

Vi skal ikke gå nøye inn på hvorfor nettopp dette er definisjonen, men kan nevne at det henger sammen med at intervallet mellom ω_c og ω_m svarer til halvverdibredden til maks intensitet av et signal som funksjon av frekvensen.

For bandpassfilter (og bandstopfilter) får vi to cutoff frekvenser ω_{c1} og ω_{c2} . Intervallet mellom disse kaller vi $\Delta\omega_c$. Vi skal bruke dette til å definere Q-verdien (eng. Quality value)

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_c}$$

Det er ofte ønskelig med en lav halvverdbredde og en så høy Q-verdi som mulig. Med en stor Q-verdi kan man fjerne eller forsterke veldig skarpe deler av et frekvensspekter.

3. Analoge filterkretser

Omtrent overalt hvor vi har elektronikk finner vi analoge filterkretser. De brukes i alt fra radio, fjernsynsapparater, telefoner og musikkanlegg til avanserte computere i alle former. Selv der en konverterer signaler fra analoge til digitale, bruker en analoge filter.

Vi kan dele alle elektroniske analoge filterkretser inn i to hovedgrupper. Aktive og passive. Det som kjennetegner aktive filter er at de inneholder en eller flere forsterkere som kan forsterke signalet når det sendes gjennom filterkretsen. En passiv filterkrets består derimot kun av kondensatorer, spoler og motstander. Signalet blir ikke forsterket når det passerer gjennom kretsen. En passiv filterkrets kan, som vi skal se, brukes til å forsterke enkelte frekvenser, men vil alltid virke som et intensitetsdempende element i en større krets.

Passive filter trenger ikke strømtilførsel og er derfor brukt i lavenergissystemer. Aktive filtre er generelt mindre og mer kompakte enn passive filtre, og er derfor ofte mer hendige. De har også en stor fordel i at de både kan dempe eller forsterke intensiteten til et signal. Et problem med aktive filtre er at når en bruker forsterkere får en alltid inn støy i det opprinnelige signalet.

Videre skal vi ta for oss analoge passive filterkretser, bygget opp av kondensatorer, spoler og motstander, og se hvordan vi kan bruke kombinasjoner av disse elementene til å lage filter beskrevet ovenfor.

3.1 Passive analoge filterkretser

Først vil vi definere impedansen Z som forholdet mellom spenningen V og strømmen I .

$$Z = \frac{V}{I}$$

Impedansen til de forskjellige kretselementene definerer vi som:

$$Z_R = R \quad Z_L = i\omega L \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Hvor R er resistans i motstand, L er induktans i spole og C er kapasitans i kondensator. i er her den imaginære enheten $\sqrt{-1}$

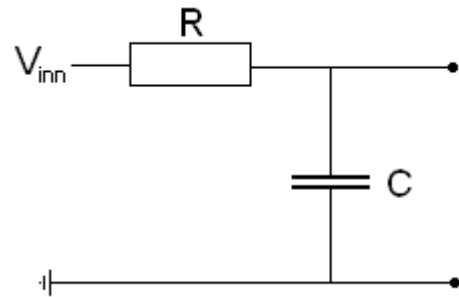
Videre definerer vi overføringsfunksjonen.

$$H(\omega) = \frac{Z_A}{Z_K}$$

Hvor Z_A representerer impedansen til kretselementet(/elementene) vi tapper utgående signal over, og Z_K er impedansen til hele kretsen.

3.1.1 RC-Krets

La oss først se på en enkel seriekoblet RC-krets, hvor vi tapper utgående signal over kondensatoren, se figur 3.1.



Figur 3.1

$$H(\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{i\omega C}}$$

Amplituden på det utgående signalet blir da,

$$V_{oC} = |H(\omega)|V_0 = \left| \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} \right| V_0 = \frac{\frac{1}{\omega C} V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}} \quad (\text{Lign. 3.1})$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{oC} = V_0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{oC} = 0$$

Som vi ser er amplituden på spenningsfallet avhengig av frekvensen. For høye verdier av ω går V_{oC} mot 0, mens for lave verdier av ω går V_{oC} mot V_0 . Tapper vi spenningen over kondensatoren har vi med andre ord en filterkrets som slipper lave frekvenser gjennom, og demper høye frekvenser. Et lavpassfilter.

Sender vi hvit støy (like stor amplitude for alle frekvenser) gjennom kretsen beskrevet ovenfor dempes de høye frekvensene og vi sitter igjen med lave frekvensene.

Ser vi derimot på spenningsfallet over resistansen, se figur 3.2, blir overføringsfunksjonen:

$$H(\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}}$$

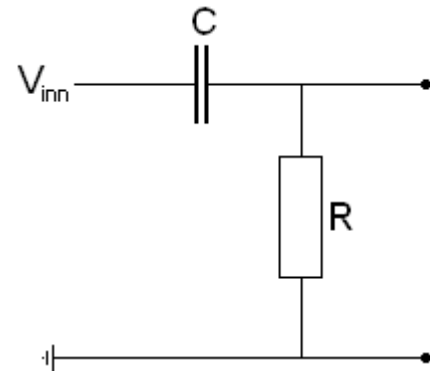
Vi finner amplituden av utgående signal på samme måte som ovenfor.

$$V_{oR} = |H(\omega)|V_0 = \left| \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \right| V_0 = \frac{RV_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2 \omega^2 C^2}}} \quad (\text{Lign. 3.2})$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{0C} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{0C} = V_0$$

Her har vi altså et filter som virker motsatt av det forrige. Et høypassfilter.



Figur 3.2

3.1.2 RLC-krets

Vi kobler nå på en spole i kretsen vår, slik at vi får en RLC krets. Når vi ser på amplituden av spenningsfallet over motstanden, se figur 3.3, får vi:

$$V_{0R} = |H(\omega)|V_0 = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right| V_0 = \frac{RV_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (\text{Lign. 3.3})$$

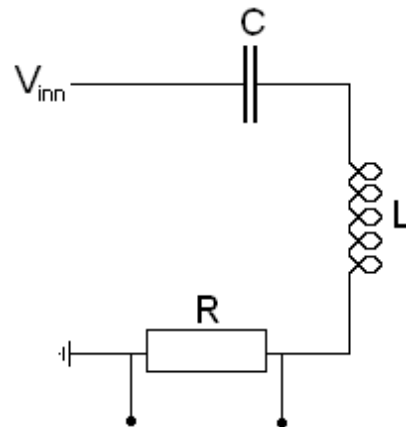
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{0R} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{0R} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} V_{0R} = V_0$$

$V_{0R \max}$ får vi når $L\omega = \frac{1}{\omega C}$, eller $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Denne kalles også resonansfrekvensen til dette systemet og gir oss $V_{0R \max} = V_0$. Denne resonansfrekvensen er uavhengig av inngangs og utgangssignal, og gjelder for alle RLC-kretser koblet i serie.

Både høyere og lavere verdier av ω (enn ω_0) gir lavere verdier av V_{0R} . Dette er et enkelt eksempel på et båndpassfilter, som slipper igjennom vinkelfrekvenser rundt $\omega = \omega_0$ og demper lavere og høyere verdier av ω .



Figur 3.3

Tapper vi signalet over kondensatoren i samme krets (figur 3.4), får vi

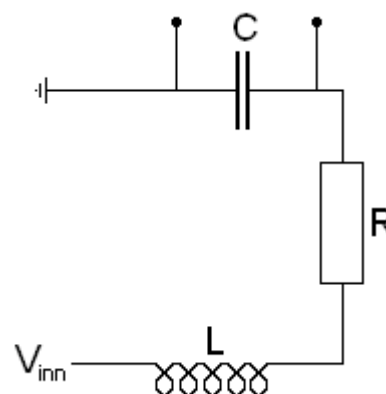
$$V_{0C} = |H(\omega)|V_0 = \left| \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right| V_0 = \left| \frac{\frac{1}{LC}}{\frac{i\omega R}{L} - \omega^2 + \frac{1}{LC}} \right| V_0 = \frac{\omega_0^2 V_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2 R^2}{L^2}}} \quad (\text{Lign. 3.4})$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{0C} = V_0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{0C} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} V_{0C} = V_0 \frac{\omega_0 L}{R}$$

Her har vi et lavpassfilter med en resonansfrekvens. Det er også interessant å påpeke at vi med et passivt filter har klart å forsterke signalet ved resonansfrekvensen, uten å øke intensiteten til signalet.



Figur 3.4

La oss se på samme krets men nå tappe utgående signal over Spolen (figur 3.5):

$$V_{oL} = |H(\omega)|V_0 = \left| \frac{i\omega L}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right| V_0 = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} V_0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2}} V_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2}} V_0$$

(Lign. 3.5)

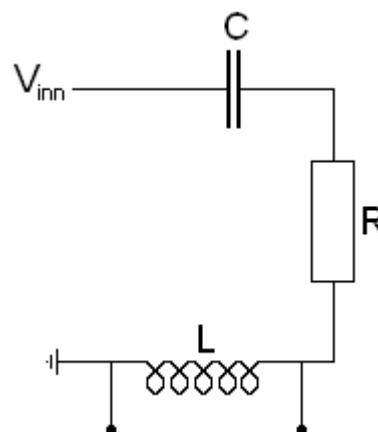
$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{oL} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{oL} = V_0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} V_{oL} = V_0 \frac{\omega_0 L}{R}$$

Vi får et høypassfilter med resonansfrekvens.

La oss til sist måle spenningsfallet over kondensatoren og spolen sammen, se figur 3.6.



Figur 3.5

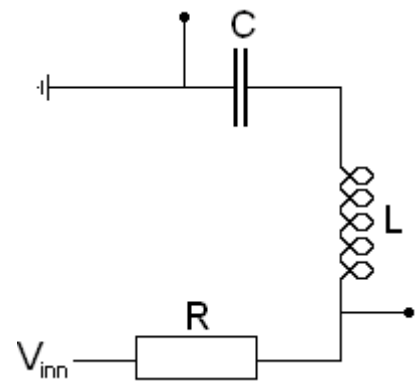
$$V_{oLC} = |H(\omega)|V_0 = \frac{\left| i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right|}{\left| R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right|} V_0 = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{R^2}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} + 1}} \quad (\text{Lign. 3.6})$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{0LC} = V_0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{0LC} = V_0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} V_{0LC} = 0$$

Vi har altså et Båndstoppfilter. Dette virker motsatt av RLC-filteret der vi taper spenningen over motstanden. Kanskje ikke like overraskede da summen av spenningsfall over komponentene i en krets er lik påtrykt spenning.



Figur 3.6

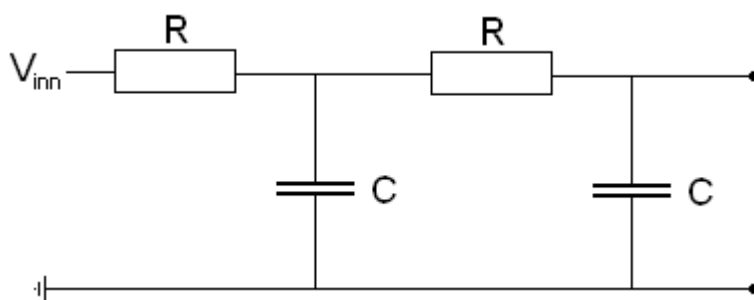
3.1.3 Kaskadefilter

Det er ingenting i veien for å filtrere et signal flere ganger. Vi kobler filtre i kaskade. Spesielt enkelt blir det å beskrive matematisk hvis vi sender signalet gjennom to like filtre etter hverandre.

La oss ta det første lavpassfilteret vi beskrev, hvor vi taper signalet over en kondensator i en enkel seriekoblet RC-krets. La oss sende et signal gjennom to slike filter, se figur 3.7.

$$V_{0R2} = |H(\omega)|V_{0R1} = |H(\omega)||H(\omega)|V_0 = |H(\omega)|^2 V_0$$

$$V_{0R2} = \left| \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} \right|^2 V_0 = \frac{R^2 V_0}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{V_0}{1 + \frac{1}{R^2 \omega^2 C^2}} \quad (\text{Lign. 3.7})$$



Figur 3.7

Sammenligner vi dette spenningsfallet med spenningsfallet vi fikk over kondensatoren i en enkel RC-krets, ser vi at når vi kobler i kaskade får vi brattere kurver og en skarpere frekvens som slipper igjennom. Vi ser det kanskje enda tydeligere hvis vi kobler to like RLC-kretser i kaskade, og taper spenningen over resistansen.

$$V_{0R2} = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right|^2 V_0 = \frac{R^2 V_0}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (\text{Lign. 3.8})$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} V_{OR} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} V_{OR} = 0$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} V_{OR} = V_0$$

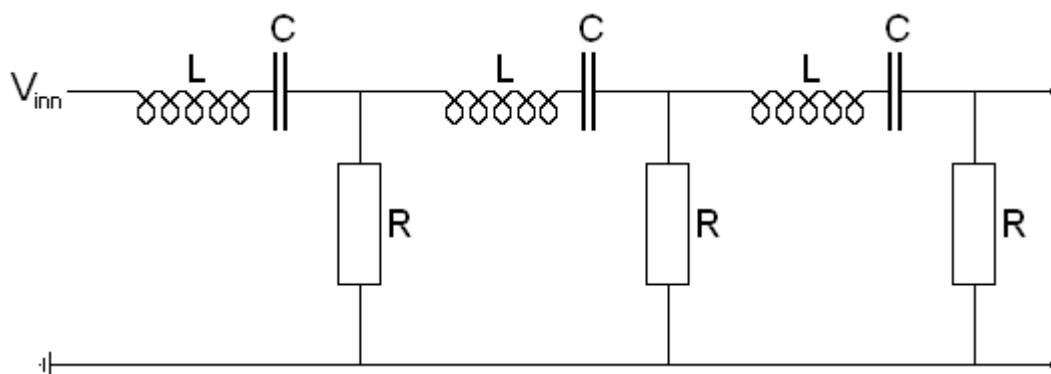
Her får vi samme grenseverdier som i en enkel RLC-krets, men en skarpere halvverdibredde og en høyere Q-verdi. Kobler vi mange slike kretser i kaskade (figur 3.8) vil vi få et utgangssignal som tilslutt domineres av et veldig lite frekvensspekter.

$$V_{OR2} = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right|^2 V_0 = \frac{R^2 V_0}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$V_{OR3} = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right|^3 V_0 = \frac{R^3 V_0}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)^{3/2}} \quad (\text{Lign. 3.9})$$

$$V_{OR4} = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right|^4 V_0 = \frac{R^4 V_0}{\left(R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)^{4/2}}$$

osv...



Figur 3.8

Vi har nå kun presentert de aller enkleste kombinasjonene av analoge filterkretser. Alle de forskjellige kombinasjonene av komponenter, og de forskjellige måtene å koble disse på, i kaskade med like eller helt andre kretser, gir oss et vell av mulige filterkretser med sine respektive egenskaper. Dette gjør oss i stand til, i hvert fall i teorien, til å formatere et inngangssignal til det vi måtte ønske.

4. Forsøk med filterkretser

For å teste teori om filterkretser i praksis, gjennomførte vi forsøk der vi sendte hvitt støy inn på filterkretser beskrevet i kapittel 3.

4.1 Metode

For hvert forsøk sender vi hvitt støy inn på filterkretsen og datalogger spenningsfallet over utgangen av filterkretsen. Vi ender opp med et plot som viser spenningsfallet som funksjon av tiden. Resultatet herfra gir vi navnet datalogg1. Tilsvarende datalogger vi spenningsfallet over hele kretsen. Resultatet herfra gir vi navnet datalogg2.

Datalogg1 og datalogg2 er egentlig gjennomsnittet av 10 loggninger, hvert med et intervall på 1 sekund. Dette gjøres for at målingene skal bli så nøyaktige som mulig fra en støykilde som ikke er ideell.

Som nevnt i kap. 2 kan alle funksjoner beskrives som en sum av enkle sinus- eller cosinusfunksjoner. En enkel sinus- eller cosinusfunksjon svinger med en gitt frekvens og en gitt amplitude. Vi benytter derfor fourieranalyse i Matlab til å presentere formen på vårt dataloggede spenningsfall som et spekter av frekvenser med ulik amplitude.

Spenningsfallet over hele filterkretsen, Fouriertransformert av datalogg2, vil representere amplituden på det opprinnelige frekvensspekteret i støyen. Fouriertransformert av Datalogg1 vil representere amplituden for frekvensspekteret målt over en utgangen av filterkretsen.

Hvis vi dividerer amplituden på en gitt frekvens i datalogg1 med amplituden på den samme frekvensen i datalogg2, vil vi oppnå et amplitudeforhold. Størrelsen på amplitudeforholdet forteller dermed hvor mye amplituden har endret seg i forhold til den opprinnelige amplituden, og amplitudeforhold mindre enn 1 medfører derfor at amplituden for denne frekvensen har blitt dempet i filterkretsen. Som vi ser av ligning 2.1 er dette amplitudeforholdet det samme som amplituden til overføringsfunksjonen:

$$\frac{|Y(\omega)|}{|X(\omega)|} = |H(\omega)|$$

Vi lar Matlab tegne en graf over amplitudeforholdet for et frekvensspekter. Dermed kan vi se hvor mye ulike frekvenser i filterkretsen blir dempet, og evt. forsterket.

BM: En ideell hvit støykilde har samme amplitude for alle frekvenser. Dette tilsier at hvis en vet amplituden på støyen, så er datalogg2 unødvendig. Da kan en presentere en graf med frekvensspekteret og tilhørende amplitude fra datalogg1, og om ønskelig en referanselinje som viser den opprinnelige amplituden i støyen. Støykilden vår er derimot ikke ideell, og en divisjon med frekvensspekteret i støyen og presentasjon av amplitudeforholdet gir derfor et mer nøyaktig resultat.

For å oppnå en variasjon i amplitude over frekvensspekteret som tydelig gir inntrykk av effekten av filtreringen, måtte vi prøve oss frem med ulike verdier på resistans, kapasitans og induktans. Verdien på disse komponentene vil derfor variere noe i oppsettet av de forskjellige kretsene som blir presentert i resultatdelen.

Sammenhengen mellom vinkelfrekvens og frekvens er $f = \frac{\omega}{2\pi}$

4.2 Resultater

4.2.1 Spenningsfall over R i RLC-krets

Komponentverdier

R=10 Ω

L= 39,7 mH

C= 212 nF

Forventet resonansfrekvens,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1738,93 \text{ Hz}$$

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.3, og figur 3.3. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor:

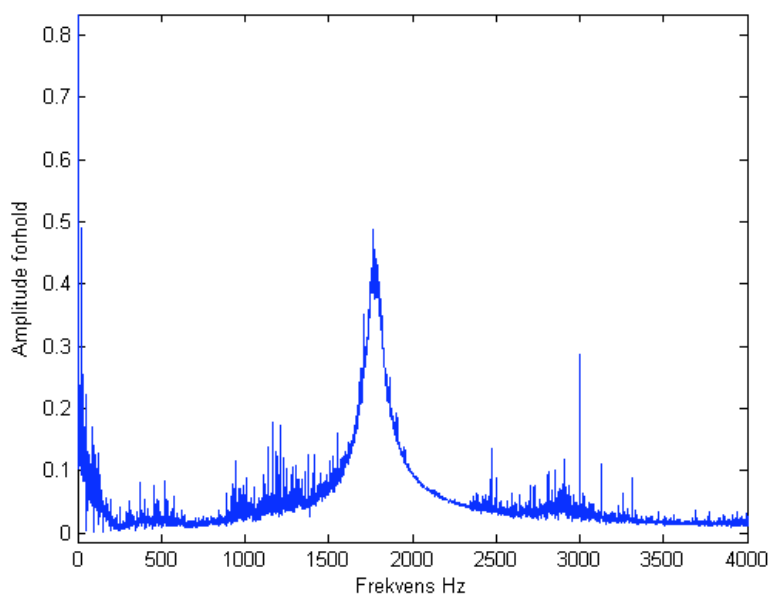


Diagram1

Som forventet ser vi av diagram1 at filteret vårt slipper gjennom frekvenser rundt resonansfrekvensen, og demper de andre. Vi hadde likevel forventet en høyere verdi for amplitudeforholdet enn 0,5 ved resonansfrekvensen, da amplitudeforholdet ifølge 3.3 burde gå mot 1. Vi observerer også at filterkretsen ikke demper de laveste frekvensene < 200 Hz.

4.2.2 Spenningsfall over C i RLC-krets

Komponentverdier

R=10 Ω

L= 39,7 mH

C= 212 nF

Forventet resonansfrekvens,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1738,93Hz$$

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.4, og figur 3.4. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor.

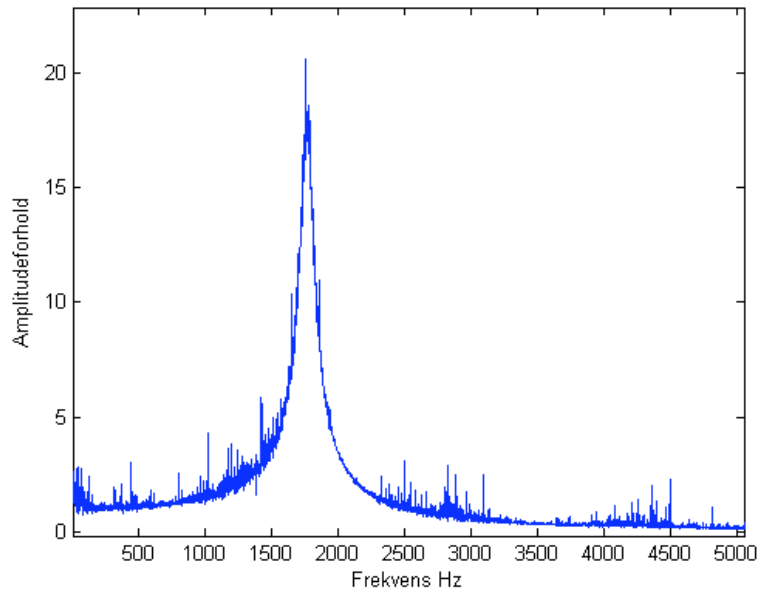


Diagram2

Av diagram2 ser vi at vi har klart å forsterke signalet rundt resonansfrekvensen 20 ganger. Vi ser antydninger til at filteret vårt gjennom frekvenser lavere enn resonansfrekvensen, og demper de som er høyere, som vi kan forvente ifølge ligning 3.4.

4.2.3 Spenningsfall over L i RLC-krets

Komponentverdier

R=10 Ω

L= 12,6 mH

C= 212 nF

Forventet resonansfrekvens,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 3086,69Hz$$

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.5, og figur 3.5. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor:

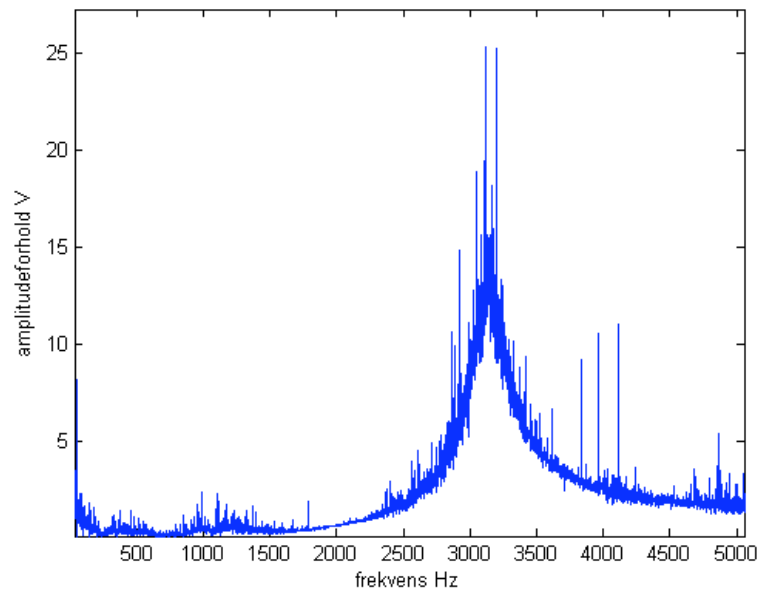


Diagram3

For å se forventet tendens bedre måtte vi for dette filteroppsettet måtte bruke en annen spole med et lavere viklingstall og induktans. Dette har følgelig gitt oss en høyere resonansfrekvens. Av diagram3 ser vi at denne resonansfrekvensen ligger rundt den forventede verdien. Vi har også her klart å forsterke resonansfrekvensen.

4.2.4 Spenningsfall over LC i RLC-krets

Komponentverdier

$R = 42 \Omega$

$L = 39,7 \text{ mH}$

$C = 212 \text{ nF}$

Forventet resonansfrekvens,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1738,93 \text{ Hz}$$

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.6, og figur 3.6. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor:

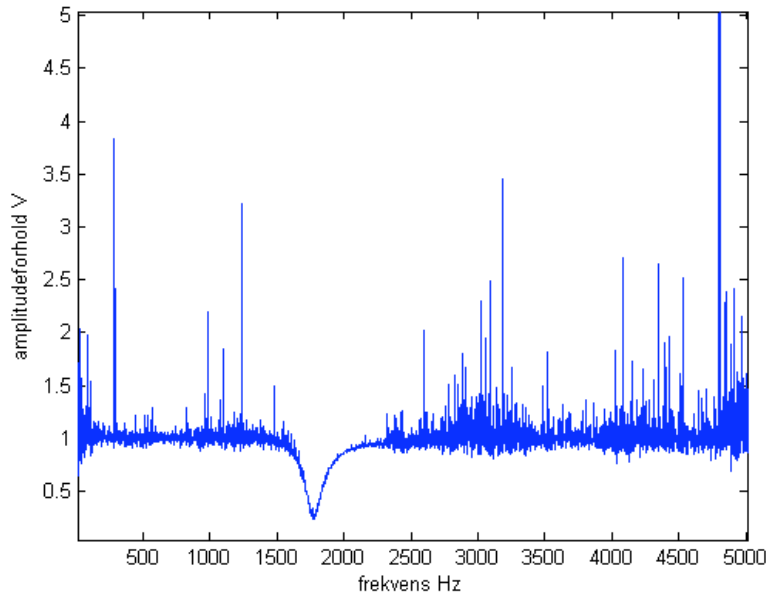


Diagram4

Vi ser av diagram4 at filteret slipper alle frekvenser gjennom, unntatt i et intervall mellom ca. 1600 og 2200 Hz; vi har et båndstopfilter.

For å se tendensen måtte vi øke motstand i kretsen til 42Ω , dette for å få en lavere Q-verdi og et bredere bandstop.

I dette tilfellet er $H(\omega)_{maks} = 1$, (se ligning 2.2 og 3.6)

Vi ser på $\Delta\omega_c$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} H(\omega)_{maks} = H(\omega_c)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c^2 L - \frac{1}{C}}{\sqrt{R^2 \omega_c^2 + \left(\omega_c^2 L - \frac{1}{C}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\left(\omega_c^2 L - \frac{1}{C}\right)^2}{R^2 \omega_c^2 + \left(\omega_c^2 L - \frac{1}{C}\right)^2}$$

$$\omega_c R = \pm \left(\omega_c^2 L - \frac{1}{C}\right)$$

$$\omega_c^2 L \pm \omega_c R - \frac{1}{C} = 0$$

(Det er bare de positive verdiene for ω_{c1} og ω_{c2} vi er ute etter)

$$\omega_{c1} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \rightarrow \omega_{c1} = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L}$$

$$\omega_{c2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L} \rightarrow \omega_{c2} = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L}$$

$$\Rightarrow \Delta\omega_c = |\omega_{c1} - \omega_{c2}| = \frac{R}{L}$$

Vi ser her at $\Delta\omega_c \sim R$, derfor valgte vi en høyere verdi på resistansen for å bedre se tendensen i filtreringen som vises diagram4.

4.2.5 Spenningsfall over C i RC-krets

Komponentverdier

R= 42 Ω

C= 212 nF

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.1, og figur 3.1. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor:

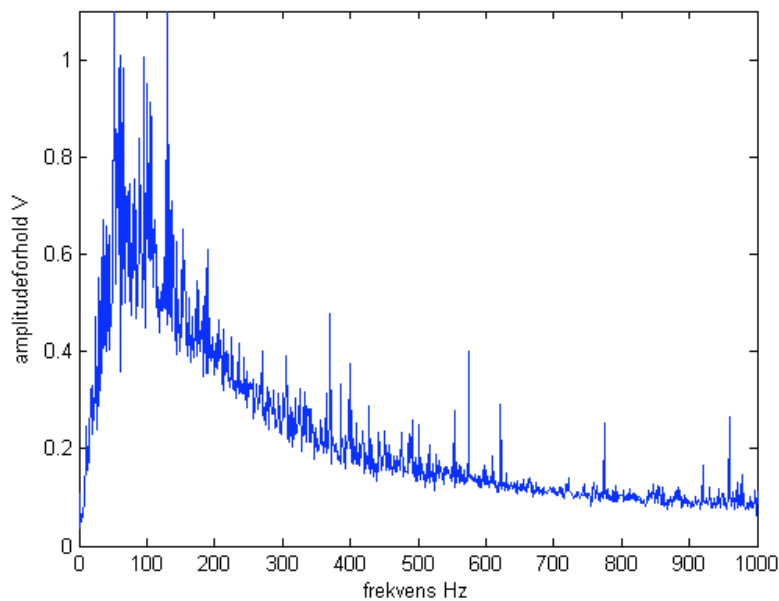


Diagram5

Når frekvensen går mot null skal amplitudeforholdet gå mot 1 ifølge ligning 3.1. Av diagram5 ser vi at dette ikke er tilfellet for frekvenser under 50 Hz. Dette klarer vi ikke gi noen god forklaring på. Sett bort fra dette er resultatene i tråd med forventede resultater.

4.2.6 Spenningsfall over C i RC-krets koblet i kaskade

Komponentverdier

$R = 42 \Omega$

$C = 212 \text{ nF}$

Denne kretsen er beskrevet i ligning 3.7, og figur 3.7. Amplitudeforholdet vi fikk ved det dataloggede spenningsfallet over motstanden og hele kretsen er gjengitt nedenfor:

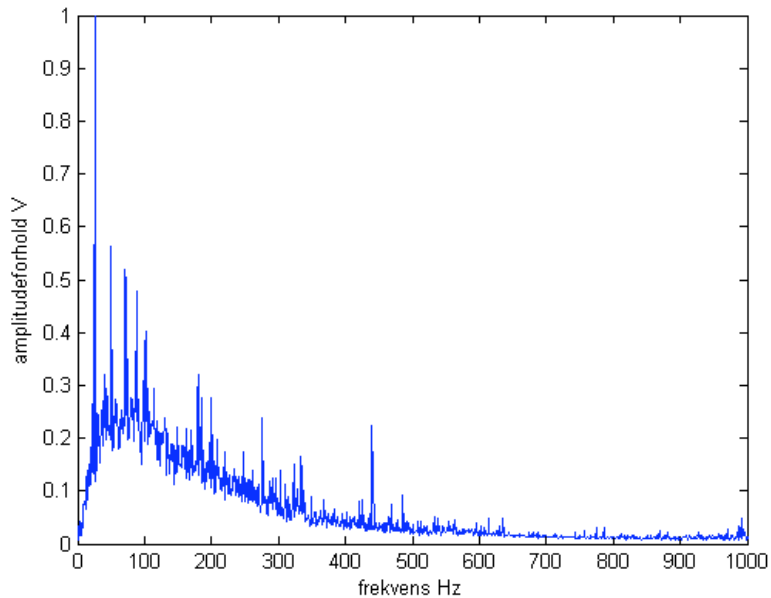


Diagram5

Sammenligner vi diagram5 med diagram4 ser vi at samme signalet har blitt filtrert to ganger. Vi har dermed fått påvist forventet oppførsel av filter koblet i kaskade. Forøvrig ser vi også her at amplitudeforholdet går mot null for frekvenser mindre enn 50 Hz. Ifølge ligning 3.7 skal amplitudeforholdet gå mot 1 når frekvensen går mot null.

5. Forsterkning av signal i analoge filterkretser

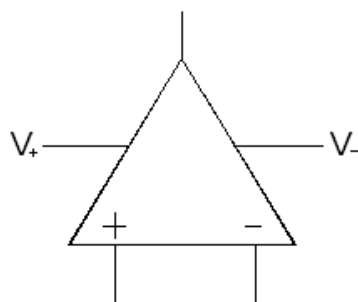
5.1 Operasjonsforsterkeren

Filterkretser kan være oppbygd som aktive eller passive filterkretser. Forskjellen på et aktivt og en passiv filterkrets er at den aktive filterkrets også inneholder operasjonsforsterker, som forsterker amplituden til signaler i filterkretsen. Martinsen skriver følgende om operasjonsforsterkeren, ofte forkortet opamp:

”Nå brukes som en generell byggeblokk for konstruksjon av forsterkere, oscillatorer, signalprosessering- signalgenererende kretser. De erstatter også kretser basert på diskrete komponenter. En opamp inneholder et stort antall transistorfunksjoner til å oppnå følgende data: Meget høy forsterkning, direktekobling, høy inngangsimpedans og differensialinnganger”

(Martinsen, URL)

Operasjonsforsterkeren er altså en viktig komponent med mange anvendelsesmuligheter. Siden vårt fokus er filterkretser, vil vi kun se på operasjonsforsterkeren som signalforsterker.



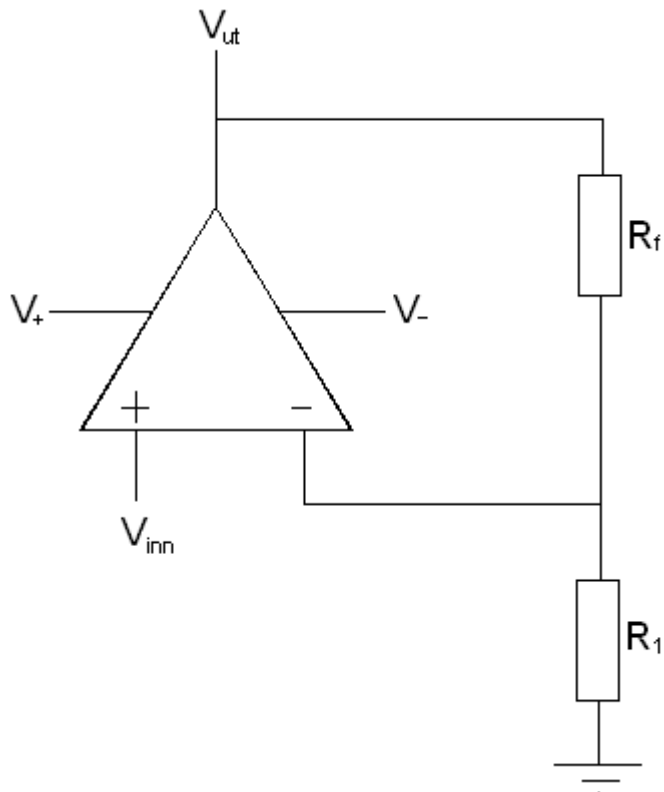
Figur 5.1

Figur 5.1 viser symbolet til operasjonsforsterkeren. Den har to innganger og en utgang, kalt terminaler. På toppen av trekanten er utgangen. På undersiden av trekanten er de to inngangene. Inngangen markert ”-” er inverterende inngang. Inngangen markert ”+” er ikke-inverterende inngang. For resten av kapittel 4 er inngang ”-” referert til som minus, og inngang ”+” referert til som pluss. Signalet som skal forsterkes kobles enten på minus eller pluss, avhengig av om en ønsker et invertert forsterket utgangssignal (et forsterket signal i motfase av det som blir sendt inn), eller et ikke-invertert forsterket utgangssignal. Operasjonsforsterkeren benytter et påtrykt

potensial koblet til V-pluss og V-minus for å forsterke signalet.

Operasjonsforsterkeren opererer etter følgende regel: Hvis potensialet på minus er høyere enn potensialet på pluss, vil den redusere amplituden på utgangssignalet til pluss og minus har samme potensial. Hvis minus har lavere potensial enn pluss vil den øke amplituden på utgangssignalet til potensialet er likt med potensialet på pluss. Denne prosessen går svært raskt.

Eksempel: Vi ønsker et ikke-invertert forsterket signal. Da kobler vi inngangssignalet til pluss. Se figur 5.2 nedenfor:



Figur 5.2

Eksempelet på oppkobling er laget etter koblingsskjema fra Hyperphysics opamp, URL

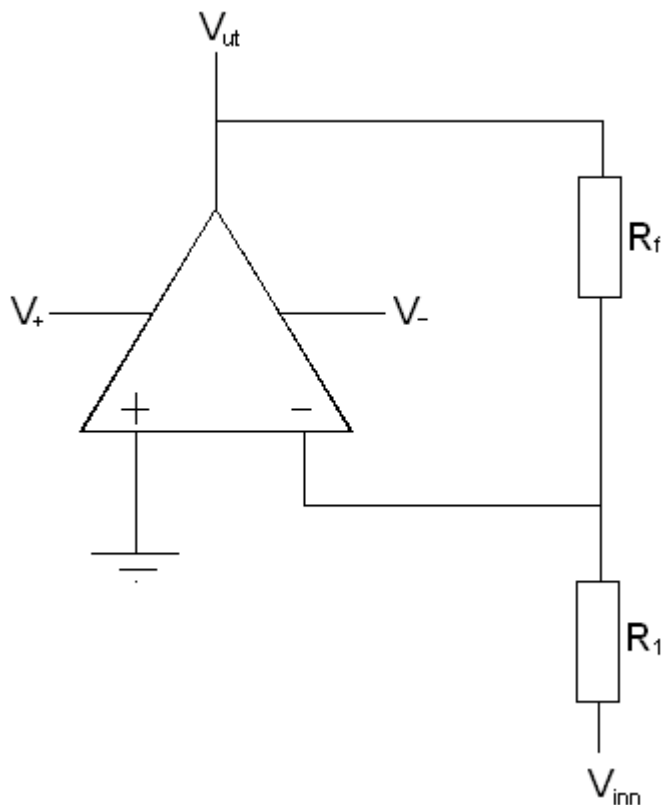
På minus har vi jord som potensiale i starttilstanden. Hvis signalet V-inn har høyere potensial enn jord, vil opampen øke spenningen på utgangssignalet. Vi ser at dette vil øke spenningen på minus, slik at pluss og minus etterhvert får samme potensial.

Hvis V-inn avtar, vil minus bli større enn pluss, og opampen vil redusere utgangssignalet. Dette vil redusere spenningen på minus, slik at pluss og minus får samme potensial.

Hvis spenningen over V-inn er negativ, vil opampen redusere spenningen på V-ut. Da blir spenningen på minus også negativ, og pluss og minus får samme potensial. Vi ser at V-ut hele tiden er i fase med V-inn.

Ifølge Hyperphysics Opamp, URL, er forsterkningsforholdet V_{ut}/V_{inn} gitt ved $1 + R_f/R_1$

Vi ønsker nå et invertert forsterket signal. Da kobler vi inngangssignalet til minus. Se figur 5.3 nedenfor:



Figur 5.3

Eksempel på oppkobling er laget etter koblingsskjema fra Hyperphysics opamp, URL

På pluss har vi jord som potensiale i starttilstanden. Hvis spenningen på V-inn er større enn pluss, vil opampen redusere spenningen på utgangssignalet. Den reduserte spenningen på utgangssignalet vil redusere spenningen på minus, slik at pluss og minus får samme potensiale. Dette medfører at V-ut signalet kommer i motfase til V-inn.

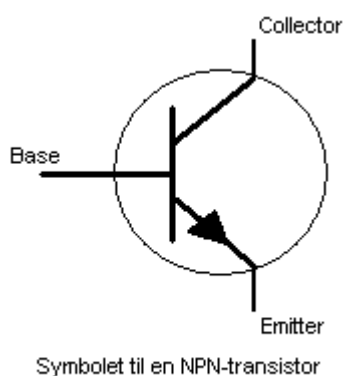
Hvis V-inn avtar, vil minus bli mindre enn pluss, og opampen vil øke spenningen på utgangssignalet. Utgangssignalet er derfor også nå i motfase til inngangssignalet. Den økte spenningen på utgangssignalet vil øke spenningen på minus, slik at pluss og minus får samme potensiale.

Hvis spenningen over V-inn er negativ, vil opampen øke spenningen på V-ut til minus og pluss igjen har samme potensial. Vi legger merke til at endring i V-ut hele tiden er i motfase til V-inn. Derfor har minus fått navnet inverterende inngang.

Ifølge Hyperphysics Opamp, URL, er forsterkningsforholdet V_{ut}/V_{inn} gitt ved R_f/R_1

Operasjonsforsterkeren er bygd opp av motstander og transistorer. Det er utenfor vårt fokus å gi en detaljert innføring i hvordan operasjonsforsterkeren er programmert til å utføre det som er beskrevet, men ved å forstå hvordan transistoren fungerer, vil vi kunne oppnå en intuitiv innsikt i hvordan operasjonsforsterkeren kan benytte sin driftsspenning til å forsterke et inngående signal.

5.2 Dioden og Transistoren



Symbolet til en NPN-transistor

Figur 5.4

Transistoren er et svært viktig kretseselement. Den har blant annet vært en forutsetning for utviklingen av den moderne datamaskinen, hvor transistorer er den viktigste komponenten i datamaskinens prosessor. Isolert sett kan en transistor benyttes på to måter: Den kan benyttes som en bryter som slår av og på et signal, eller den kan brukes til å forsterke et signal i en krets. Ved å kombinere transistorene på ulike måter på en krets er transistoren svært anvendelig. Transistoren gjør det mulig å styre hvilken respons en krets skal gi på ulike inngangssignaler. Operasjonsforsterkeren er sammensatt av transistorer og motstander for å utføre sin funksjon.

Forenklet kan transistoren betraktes som to dioder knyttet anode mot anode. For å forstå hvordan transistoren fungerer vil det derfor være nyttig å først se på hvordan dioden fungerer.

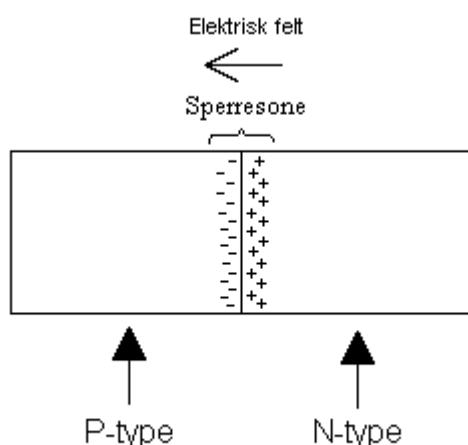
5.2.1 Dioden



Dioden

Figur 5.5

En diode (figur 5.5) er delt inn i to regioner kalt anode og katode. Anoden kan bestå av dopet silisium av P-type. Kathoden kan bestå av dopet silisium av N-type. Dopet P-type silisium har overskudd av hull. Dopet N-type silisium har overskudd av frie elektroner. Både N-type silisium og P-type silisium er nøytralt ladet. Når N- og P-type silisium får kontakt, vil følgende skje i grenseovergangen mellom de to silisiumtypene:



Figur 5.6

Elektroner i N-regionen vil på grunn av sin termiske energi diffundere over i P-type og falle i ledige hull i P-type valensbånd. I grenseområdet til N-type vil dermed P-type få overskudd av elektroner og bli negativt ladet. Tilsvarende vil N-type i grenseområdet få overskudd av hull. Hullene i N-type valensbånd oppstår fordi det kontinuerlig pågår en generering og rekombinasjon av hull og elektroner mellom ledningsbåndet og valensbåndet. Teori sier at produktet av antall elektroner i ledningsbåndet og antall hull i valensbåndet skal være konstant for en gitt temperatur. For å holde dette produktet konstant vil en diffusjon av elektroner bort fra N-type ledningsbånd medføre at antall hull øker i N-type valensbånd.

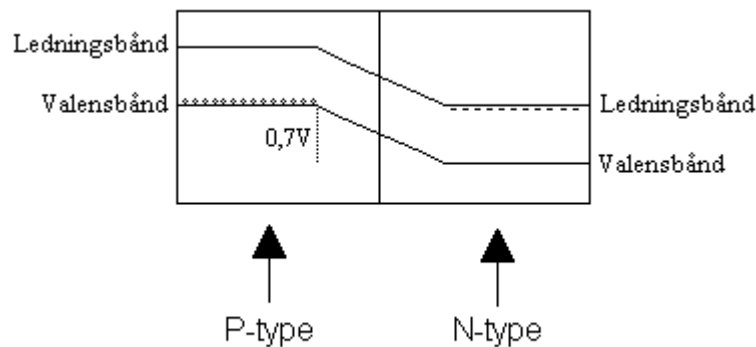
Således vil en elektronstrøm fra N-type til P-type i ledningsbåndet også kunne betraktes som en strøm av hull fra P-type til N-type i valensbåndet.

Som vi ser av figuren 5.6 vil dette resultere i et elektrisk felt som motvirker vandringer av elektroner mot ledige hull i P-type silisium. De elektronene som fremdeles har nok kinetisk energi til å passere det elektriske feltet vil okkupere nye ledige hull i P-type, og størrelsen på

det elektriske feltet vil vokse. Det elektriske feltet vil øke til elektronene ikke kan passere det elektriske feltet. Dette feltet blir kalt sperresone.

Fordi absoluttverdien av potensialdifferansen $V = \int E dx$, vil størrelsen på det elektriske feltet i figur 5.6 representere en potensialforskjell mellom P-type og N-type. For NP-dopet silisium er denne potensialforskjellen ca. 0,7 volt.

Figur 5.7 viser en kvalitativ skisse av denne potensialforskjellen. Elektronene i ledningsbåndet i N-type møter en potensialforskjell på 0,7 V når de forsøker å entre ledningsbåndet i P-type.



Figur 5.7

basert på figur fra Hyperphysics diode, URL

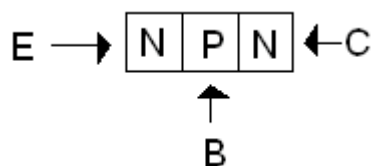
Hvis vi kobler et batteri med høyest potensial på N-type, vil dette generere et elektrisk felt som peker i samme retning som det elektriske feltet i figur 5.6. Dette vil dermed øke den potensialforskjellen som er illustrert i figur 5.7 mellom P-type og N-type. Det går derfor ikke noe strøm gjennom en diode hvis høyest potensial kobles til N-siden (kathoden).

Hvis vi kobler et batteri med høyest potensial på P-type, vil dette generere et elektrisk felt som peker i motsatt retning av det elektriske feltet i figur 5.6. Dette vil dermed motvirke potensialforskjellen som er illustrert i figur 5.7, og strøm kan passere gjennom dioden.

Konklusjon: Strøm går gjennom en diode hvis høyest potensial kobles til P-siden (anoden).
En diode er dermed et elektrisk kretselement som bare lar strømmen gå en vei.

5.2.2 Transistoren

Det finnes flere typer transistorer. Vi har valgt å se på en type transistor i detalj. Dette er en npn-transistor av BJT-type (bipolar junction transistor).



Figur 5.8

En NPN-transistor, se figur 5.8, består av tre regioner: en emitter (E), en base (B) og en collector (C). Ved å regulere potensialet på basen B, kan en regulere strømmengdens om passerer fra collector til emitter.

I denne transistoren er emitter og collector N-type-regioner av dopet silisium, mens basen er en P-type-region av dopet silisium. Vi ser at basen grenser både mot emitter og collector, og som en forenkling kan en derfor betrakte denne transistoren som to dioder koblet anode mot anode. Som vi har sett fra kap. 5.2.1, medfører dette at det er etablert en potensialforskjell mellom base og emitter, og en potensialforskjell mellom base og collector.

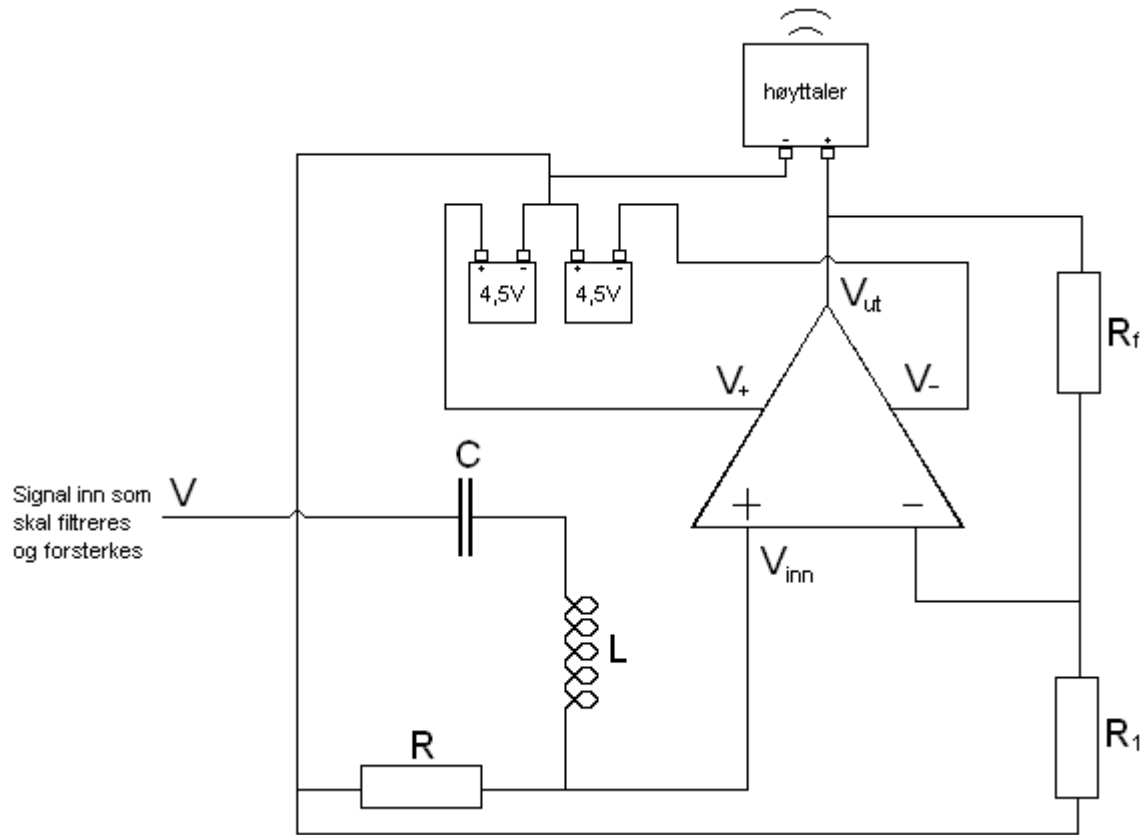
Vi kobler en potensialforskjell på f.eks. 9V mellom E og C fra en ekstern spenningskilde; positiv pol på C. Videre antar vi at basen har samme potensial som emitter. Hvis vi velger å se på emitter/base som en diode, og base/collector som en annen diode, vet vi fra kap. 5.2.1 at sperresonen mellom base og collector vil øke fra 0,7 til 9,7 V. Potensialet i basen vil dermed være uendret, og slik vil sperresonen mellom emitter og base være uendret. En uendret sperresone mellom emitter og base medfører at det ikke går strøm mellom emitter og base, og dermed ingen strøm mellom emitter og collector.

Hvis vi øker spenningen på basen til f.eks. 0,7V, vet vi fra kap. 5.2.1 at dette vil redusere potensialbarrieren mellom emitter og base, og elektroner kan passere fra emitter til base. Spenningsøkningen i basen vil også redusere potensialforskjellen/sperresonen mellom base og collector til 9V. Basen er laget smal for å unngå at elektroner fra emitter okkuperer hull i basen, men istedet beveger seg inn i det elektriske feltet mellom base og collector. Vi ser av figur 5.6 at elektroner som beveger seg inn i dette feltet ikke blir frastøtt, men blir akselerert av det elektriske feltet mot collector, og vandre videre mot batteriets plusspol. Noen elektroner som entrer basen fra emitter vil okkupere hull i basen før de entrer dette elektriske feltet, men disse elektronene blir fraktet bort av basens påtrykte potensiale på 0,7V, slik at basens potensial forblir uendret.

En liten spenningsendring på basen er nok til å gi en stor økning i strøm mellom emitter og collector. Strømmen mellom emitter og collector øker med økende spenning på basen B, forutsatt at denne spenningen ikke overstiger potensialet i collector.

Stor strøm gjennom transistoren fra collector til emitter vil medføre et lavt spenningsfall over transistoren. I henhold til Kirchoffs spenningsregel vil dette medføre at andre komponenter i kretsen vil få en større andel av spenningsfallet fra spenningskilden. Liten strøm gjennom transistoren vil medføre høyt spenningsfall over transistoren, og dermed mindre spenningsfall over andre komponenter i kretsen. Kobler vi inngangssignalet på basen B vil vi dermed kunne forsterke dette inngangssignalet ved en påtrykt spenning over collector og emitter.

5.3 Eksempel på kobling av operasjonsforsterker i en filterkrets



Figur 5.9

Figur 5.9 er et koblingsdiagram av en filterkrets som først filtrerer et signal, og deretter forsterker det og sender det ut gjennom en høyttaler. Vi definerer nullpunkt for potensialet til høyttalerens minusutgang. Følgende skjer med signalet som skal filtreres og forsterkes:

1. En ser av koblingsdiagrammet at signalet går inn på en krets hvor kondensatoren og spolens impedans vil gi en filtrering av signalet. Kondensatoren vil, i tillegg til å bidra med filtrering av signalet, justere spenningen på inngangssignalet slik at det varierer rundt nullpotensialet.
2. Spenningen på det filtrerte signalet sendes inn på operasjonsforsterkeren. Vi har ikke behov for å invertere signalet, så vi velger pluss-inngangen på operasjonsforsterkeren.
3. Driftsspenningen på operasjonsforsterkeren ser vi er $\pm 4,5V$ i forhold til nullpotensialet. Driftsspenningen benyttes til å forsterke signalet. Siden inngangssignalet vil svinge rundt nullpotensialet, vil maksimal forsterkning på utgangssignalet være differansen mellom spenningen på inngangssignalet og batteriets maksimum/minimumspotensiale, dvs en maksimal forsterkning på ca. $4,5V$. Signalet går inn på høyttaleren og en får lyd.

Vi ser at jord i filterkretsen er halvparten av potensialfallet til driftsspenningen over operasjonsforsterkeren. Årsaken til dette valg av potensiale for jord i filterkretsen er som følger:

Inngangssignalet til operasjonsforsterkeren består av en spenning som varierer i positiv/negativ retning rundt et middelpotensiale. Av koblingsdiagrammet ser en at hvis operasjonsforsterkeren skal oppnå samme potensial på operasjonsforsterkerens to innganger, må den også variere sin utgangsspenning rundt samme potensiale som inngangssignalets middelpotensiale. Operasjonsforsterkerens vil kunne oppnå maksimal amplitudeforsterkning når den kan variere sin utgangsspenning tilsvarende halvparten av potensialfallet til operasjonsforsterkerens driftsspenning. Høyest amplitudeforsterkning får vi derfor ved et middelpotensiale på filterkretsen som tilsvarer halvparten av potensialfallet over operasjonsforsterkeren, dvs. 4,5V i eksempelet i koblingsdiagrammet.

Forøvrig kan en innenfor denne maksimalverdien for amplituden, regulere amplituden gjennom å justere størrelsen R_f/R_1 .

6. Konklusjon

Med arbeidet bak denne oppgaven har vi fått en god innsikt i hvordan aktive og passive filterkretser fungerer. Vi har også sett dette i praksis på laben gjennom målinger i filterkretser. Disse målingene har i stor grad vært i samsvar med teori. En naturlig videreføring av dette prosjektet ville vært å sett på hvordan aktive filterkretser fungerer i praksis.

Litteraturliste

- Alonso & Finn (1992) Physics (kap. 23.11)
- FAQ archives, URL http://www.faqs.org/docs/electric/Semi/SEMI_4.html
- Hartmann, William (1998) Signal, Sound and Sensation (kap. 9)
- Hyperphysics diode, URL <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>
- HyperPhysics opamp, URL <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electronic/opampvar.html#c2>
- Hyperphysics
Transistor, URL <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>
- Martinsen, URL <http://ri.hive.no/martinsen/fagside-01+02/met60/underlag%20uke%2003.doc>
- Nilsson&Riedel (2005) Electric Circuits (kap. 14, 15)
- Støvneng, Jon Andreas Notat om filterkretser
- Transistor, URL <http://www.lucent.com/minds>
- Winder, Steve (2002) Analog and Digital filterdesign (kap. 1, 2)