

Filterkretser (forelest 11.02.04)

Vi så på en veldig enkel elektrisk krets, nemlig en vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos \omega t$ koblet til en seriekobling av en motstand R og en kapasitans C .

Impedansen til en motstand er $Z_R = R$ og impedansen til en kapasitans er $Z_C = 1/i\omega C$. Kretsens totale impedans er dermed

$$Z = Z_R + Z_C = R + \frac{1}{i\omega C}$$

Da kan vi bestemme amplituden $|I_0|$ til strømmen som vil gå i kretsen:

$$|I_0| = \frac{V_0}{|Z|} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

Amplituden til spenningsfallet over motstanden blir dermed

$$V_{R0} = R|I_0| = \frac{V_0 R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$$

For å bestemme amplituden til spenningsfallet over kapasitansen, må vi først finne amplituden til ladningen Q på kondensatoren. Sammenhengen mellom strømmen i kretsen, I , og ladningen på kondensatoren, Q , er

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

På kompleks form har vi

$$I = I_0 e^{i\omega t}$$

og

$$Q = Q_0 e^{i\omega t}$$

Dermed er

$$\frac{dQ}{dt} = i\omega Q_0 e^{i\omega t} = I = I_0 e^{i\omega t}$$

slik at

$$Q_0 = \frac{I_0}{i\omega}$$

Amplituden til spenningsfallet over kondensatoren er følgelig

$$V_{C0} = \frac{|Q_0|}{C} = \frac{|I_0|}{\omega C} = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Vi ser at amplituden til spenningen over motstanden, V_{R0} , går mot null i grensen $\omega \rightarrow 0$, mens den går mot V_0 i grensen $\omega \rightarrow \infty$, dvs for høye verdier av frekvensen.

Tilsvarende ser vi at amplituden til spenningen over kapasitansen, V_{C0} , går mot V_0 i grensen $\omega \rightarrow 0$, mens den går mot null i grensen $\omega \rightarrow \infty$, dvs for høye verdier av frekvensen.

Ved å måle spenningen over motstanden, vil derfor en slik enkel RC -krets fungere som et såkalt "høypassfilter", dvs den målte "ut-spenningen" vil ha liten amplitude for lave frekvenser og stor amplitude for høye frekvenser.

Tilsvarende: Ved å måle spenningen over kapasitansen, vil kretsen fungere som et såkalt "lavpassfilter", dvs den målte "ut-spenningen" vil ha stor amplitude for lave frekvenser og liten amplitude for høye frekvenser.

Dersom spenningskilden $V_0 \cos \omega t$, som altså kun består av en enkelt (vinkel-)frekvens ω , erstattes av et "sammensatt" signal,

$$V_{\text{inn}}(t) = \sum_i V_{0i} \cos(\omega_i t + \alpha_i),$$

dvs en *superposisjon* av flere harmoniske signaler (generelt med faseforskyvning α_i), vil en slik krets *filtrere* bort henholdsvis lave eller høye frekvenskomponenter av V_{inn} .