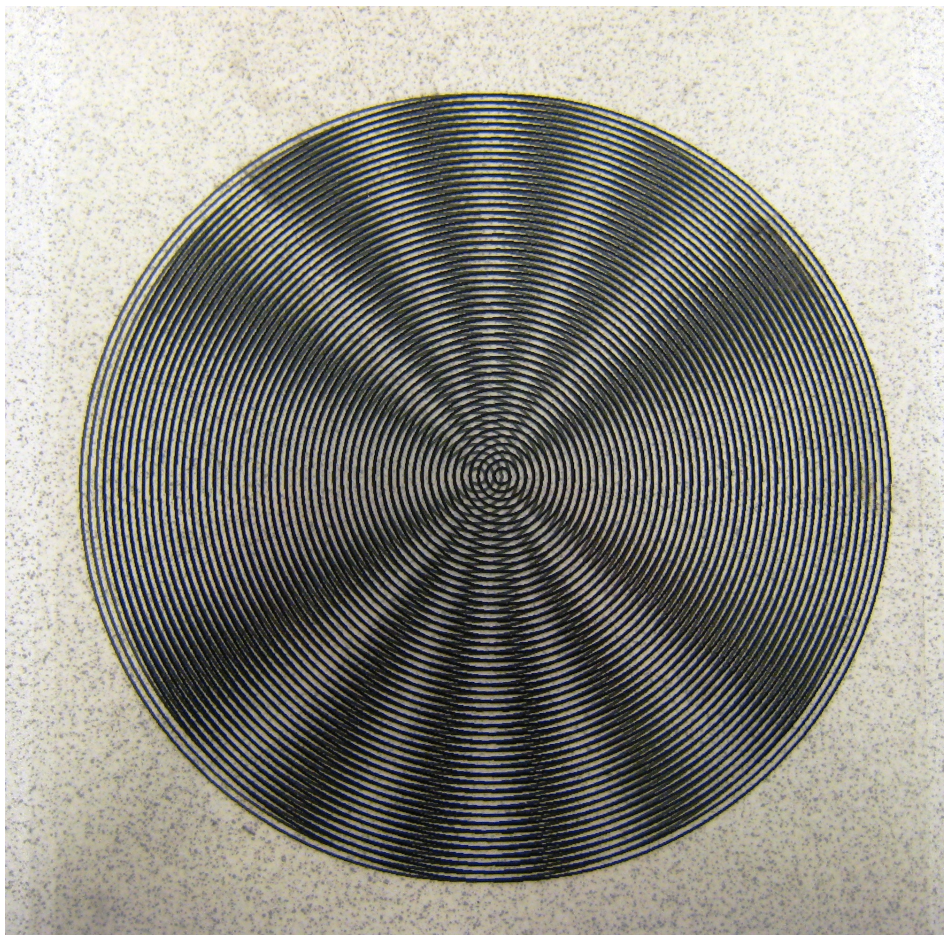


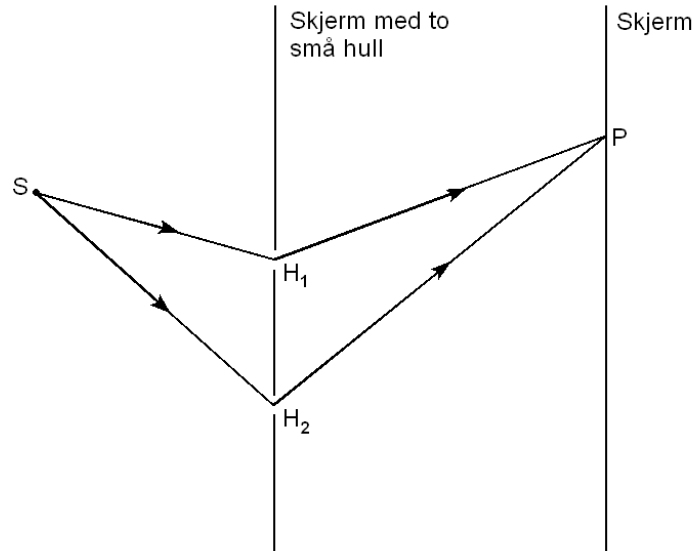
Interferensmodell for punktformede kilder



Hensikt

Oppsettet på bildet består av to transparenter med identiske sirkelmønstre, og brukes til å illustrere interferens mellom to koherente punktkilder.

Bakgrunnsteori



Figur 1: Elektromagnetisk stråling fra en punktkilde S treffer en skjerm med to små hull H_1 og H_2 og registreres deretter på en skjerm nummer to i punktet P.

Vi skal nå kort se på hvordan et romlig interferensmønster oppstår når lyset fra bak en skjerm med to hull i, interfererer på den andre siden av skjermen. Vi tenker oss et oppsett som illustrert på Figur 1. Avstanden fra den punktformede kilden S til hull H_1 er s_1 , og avstanden fra S til H_2 er s_2 . De to avstandene fra respektivt H_1 til P og fra H_2 til P kaller vi r_1 og r_2 . Kilden i S har en amplitude A og sender ut kulebølger, så intensiteten i de to hullene H_1 og H_2 er gitt som respektivt A/s_1 og A/s_2 . Videre er amplitudene til kulebølgene fra hullene i punktet P gitt som $A_1 = A/(s_1 r_1)$ og $A_2 = A/(s_2 r_2)$. Vi ønsker å finne intensiteten i P, og deretter den romlige fordelingen til intensiteten over hele skjermen. Vi kan sette opp følgende ligninger for de elektriske feltkomponentene av bølgene ved skjermplanet:

$$E_1 = A_1 \exp(i(k(s_1 + r_1) - \omega t + \phi_1)) \quad (1)$$

$$E_2 = A_2 \exp(i(k(s_2 + r_2) - \omega t + \phi_2)) \quad (2)$$

Den elektriske feltamplituden E i punktet P vil være en superposisjon av de to feltbidragene E_1 og E_2 :

$$E = E_1 + E_2 \quad (3)$$

Intensiteten er gitt som absoluttkvadratet av feltamplituden¹:

$$\begin{aligned}
I &= E^* \cdot E \\
&= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(k(s_1 + r_1) - \omega t + \phi_1 - k(s_2 + r_2) + \omega t - \phi_2) \\
&= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(k\Delta r + \Delta\phi) \\
&= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k\Delta r + \Delta\phi)
\end{aligned} \tag{4}$$

Her er altså $\Delta r = (r_1 + s_1) - (r_2 + s_2)$ veilengdeforskjellen mellom de to strålegangene fra S til P, og $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ en faseforskjell som med vårt oppsett vil være null fordi de to feltbidragene begge stammer fra samme kilde. Vi ser at intensiteten når sitt maksimum når $\cos(k\Delta r) = 1$, mens intensiteten når sitt minimum når $\cos(k\Delta r) = -1$:

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \tag{5}$$

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \tag{6}$$

Vi oppnår altså full utslukking dersom $I_1 = I_2$. Når avstanden mellom hullene H_1 og H_2 er liten, vil forskjellen i amplitude mellom de to bølgene i et gitt punkt også være liten slik at $I_1 \approx I_2$. Veilengdebetingelsene for konstruktiv og destruktiv interferens er gitt som følger:

$$I_{max} : \quad k\Delta r = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} = (n)2\pi \rightarrow \Delta r = n\lambda \tag{7}$$

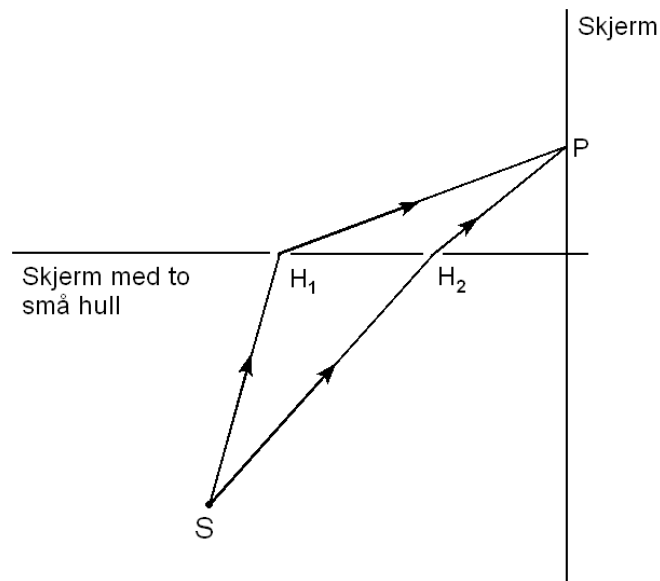
$$I_{min} : \quad k\Delta r = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} = (n + 1/2)2\pi \rightarrow \Delta r = (n + 1/2)\lambda \tag{8}$$

Her er $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Vi ser at intensiteten når sitt maksimum når veilengdeforskjellen er et helt antall bølgelengder. Vi legger også merke til at midtveis mellom to intensitetsmaksima, vil det være et korresponderende intensitetsminimum.

Hva slags interferensmønster vil vi så kunne observere på skjermen i oppsettet på Figur 1? Vi har allerede funnet at for en veilengdeforskjell $\Delta r = n\lambda$ har vi n-te ordens konstruktiv interferens. Kravet om en konstant veilengdeforskjell oppfylles av alle punkter i rommet som ligger på en rotasjonshyperboloide med fokus i H_1 og H_2 . Interferensmønsteret på skjermen vil dermed være (nesten rette) hyperbeler. Forsidebildet til denne teksten, er et såkalt Moirée-mønster som illustrerer interferensmønsteret vi får på skjermen i oppsettet fra Figur 1.

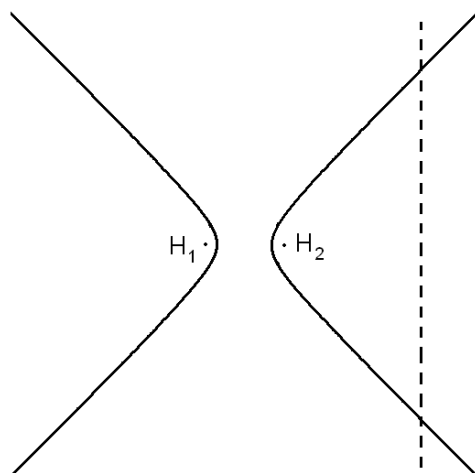
¹Tilleggsinfo:

$$\begin{aligned}
I &= (A_1 \exp(i\alpha_1) + A_2 \exp(i\alpha_2))^* \cdot (A_1 \exp(i\alpha_1) + A_2 \exp(i\alpha_2)) \\
&= (A_1 \exp(-i\alpha_1) + A_2 \exp(-i\alpha_2)) \cdot (A_1 \exp(i\alpha_1) + A_2 \exp(i\alpha_2)) \\
&= A_1 A_1 \exp(i(\alpha_1 - \alpha_1)) + A_2 A_2 \exp(i(\alpha_2 - \alpha_2)) + A_1 A_2 \exp(i(\alpha_2 - \alpha_1)) + A_1 A_2 \exp(i(\alpha_1 - \alpha_2)) \\
&= A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 (\exp(i(\alpha_1 - \alpha_2)) + \exp(-i(\alpha_1 - \alpha_2))) \\
&= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)
\end{aligned}$$



Figur 2: Elektromagnetisk stråling fra en punktkilde S treffer en skjerm med to små hull H_1 og H_2 og registreres deretter på en skjerm nummer to i punktet P.

Hva skjer så om de to hullene våre som gir opphav til kulebølger, ikke befinner seg i et plan som er parallelt med observasjonsskjermen vår? Situasjonen vi nå skal se på er illustrert i Figur 2. Argumentene vi gjennomgikk ovenfor, vil imidlertid være like gyldige for dette oppsettet. Vi får fortsatt intensitetsmaksima når $\Delta r = n\lambda$ og intensitetsminima når $\Delta r = (n + 1/2)\lambda$. Alle punktene som oppfyller kravet for et gitt n -te ordens maksima ligger på samme måte igjen på rotasjonshyperboloider med fokus i H_1 og H_2 . Forskjellen ligger i at mønsteret vi kan observere på skjermen i oppsettet på Figur 2 vil være annerledes enn det vi kunne observere på skjermen i oppsettet på Figur 1. Mens snittene mellom skjermen vår i Figur 1 og rotasjonshyperboloidene gav hyperbeler, vil snittene mellom skjermen i Figur 2 og rotasjonshyperboloidene gi oss sirkler.



Figur 3: Hyperbel for n -te ordens maksima. Skjermen fra Figur 1 er parallel med bildeplanet, mens skjermen fra Figur 2 er perpendikulær på bildeplanet og illustrert via den stiplede linjen.

Oppsett

Oppsettet som illustrerer interferens mellom punktformede kilder, består per høsten 2008 av følgende:

- To sett med to transparenter med bilder av en rekke konsentriske sirkler

Ting du kan prøve ut

Legg to transparenter oppå hverandre på en bordplate slik at sirkelmønstrene overlapper. Dra så den ene transparenten sakte til en av sidene og observer mønstrene som dannes. Prøv å se for deg hvordan mønsteret du ser utgjør et snitt mellom skjermen fra Figur 1 og rotasjonshyperboloider i rommet. Tenk deg deretter at oppsettet ditt er likt oppsettet fra Figur 2. Nå kan du prøve å se for deg at du ikke betrakter transparentene fra din normale posisjon over bordplaten, men at du befinner deg i bordplaten og ser langs den. Kan du se for deg hvordan det sirkulære mønsteret som dannes på skjermen i oppsettet på Figur 2 oppstår?