

Regnbue fra makroskopisk kule

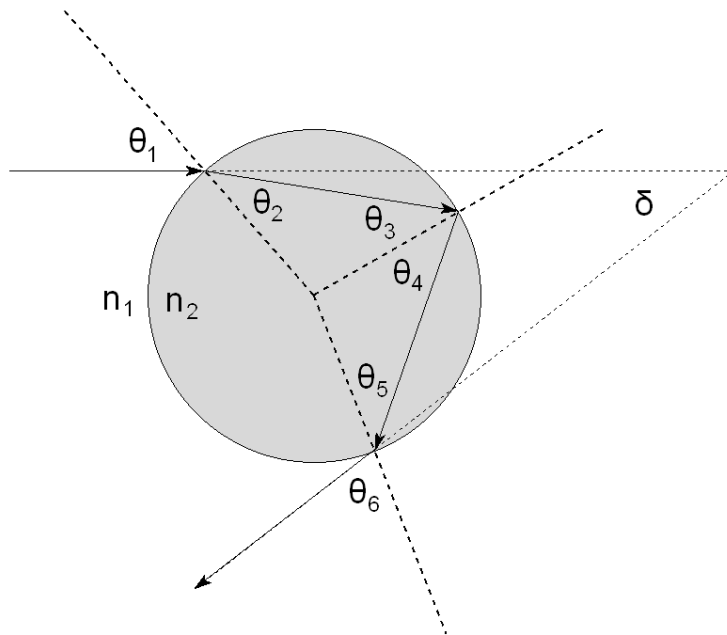


Hensikt

Oppsettet på bildet viser hvordan en regnbue oppstår når innkommende hvitt lys brytes, indrereflekteres og brytes igjen i en glasskule. Dette korresponderer med hvordan en regnbue dannes når sollys treffer vanndråper i atmosfæren.

Bakgrunnsteori

Vi ser på innfallende lys som treffer en sirkulær dråpe. Lyset brytes i grenseflaten mellom omgivelsene med brytningsindeks n_1 og dråpen med brytningsindeks n_2 og blir deretter reflektert inne i dråpen, før det igjen brytes på grenseflaten mellom n_2 og n_1 . Situasjonen er illustrert i Figur 1. Vi beg-



Figur 1: Lysgang gjennom en sirkulær dråpe.

ynner med å finne et uttrykk for vinkelen θ_2 ved å bruke Snell's lov:

$$\begin{aligned} n_1 \sin(\theta_1) &= n_2 \sin(\theta_2) \\ \Rightarrow \theta_2 &= \arcsin((n_1/n_2) \sin(\theta_1)) \end{aligned} \quad (1)$$

På grunn av sirkelsymmetrien har vi at:

$$\theta_5 = \theta_4 = \theta_3 = \theta_2 \quad (2)$$

Via Snell's lov har vi også følgende sammenheng mellom inngangsvinkelen θ_1 og utgangsvinkelen θ_6 :

$$\theta_6 = \theta_1 \quad (3)$$

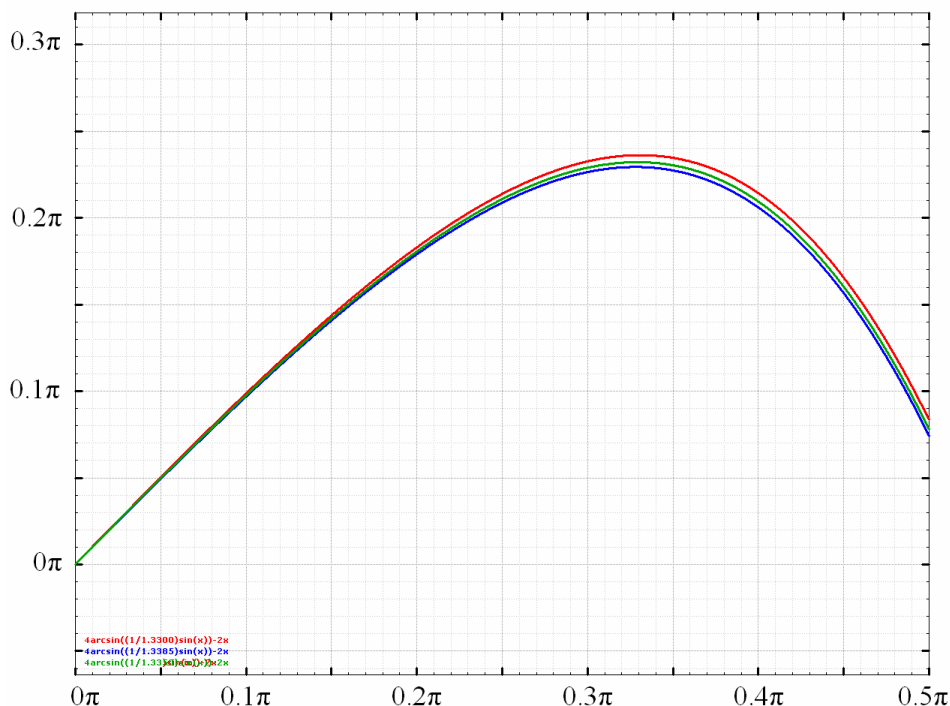
Vi skal så finne et uttrykk for retningsendringen $\pi - \delta$. Vi tenker oss at hver gang lyset endrer retning, så må vi dreie lysstrålene med en viss vinkel, og finner følgelig ved å betrakte Figur 1 at retningsendringen er gitt som:

$$\begin{aligned} (\pi - \delta) &= (\theta_1 - \theta_2) + (\pi - 2\theta_2) + (\theta_1 - \theta_2) \\ \Rightarrow \delta &= 4\theta_2 - 2\theta_1 \end{aligned} \quad (4)$$

Vi setter så inn fra ligning 1, og får da at δ kan uttrykkes som en funksjon av innfallsvinkelen θ_1 :

$$\delta = 4 \arcsin((n_1/n_2) \sin(\theta_1)) - 2\theta_1 \quad (5)$$

Denne funksjonen er plottet i Figur 2 for tilfellet der lysgangen går ifra luft og gjennom en vanndråpe. Vi ser utifra ligning 5 at dersom vi har disper-



Figur 2: Plot av δ som funksjon av θ_1 for respektivt rødt ($\lambda_R = 750$ nm, $n_{vann,R} = 1.3300$), grønt ($\lambda_G = 530$ nm, $n_{vann,G} = 1.3350$) og blått ($\lambda_B = 475$ nm, $n_{vann,B} = 1.3385$) lys.

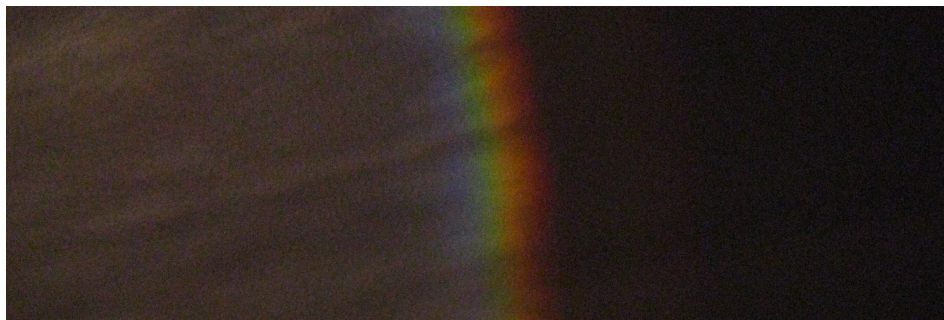
sjon, så vil lys med ulike bølgelengder ikke ha samme strålegang gjennom dråpen. Fra plottet i Figur 2 ser vi også at δ har en maksimalverdi, som da korresponderer med en minimumsverdi for retningsendringen $\pi - \delta$. Vi finner ekstremalpunktet for δ ved å derivere ligning 5 med hensyn på θ_1 og sette den deriverte til null:

$$\frac{d\delta}{d\theta_1} = \frac{(4n_1/n_2) \cos(\theta_1)}{\sqrt{1 - ((n_1/n_2) \sin(\theta_1))^2}} - 2 = 0 \quad (6)$$

Når vi løser denne ligningen med hensyn på θ_1 får vi da at innfallsvinkelen som korresponderer med minimumsverdien for retningsendringen er gitt som:

$$\theta_1 = \arccos \sqrt{((n_2/n_1)^2 - 1)/3} \quad (7)$$

Med innsatte verdier får vi at denne innfallsvinkelen er på 59.6° for rødt lys, 59.3° for grønt lys og 59.1° for blått lys (med bølgelengder og brytningsindekser som indikert på Figur 2). Innsatt i ligning 5, får vi at de korresponderende verdiene for δ blir på 42.5° for rødt lys, 41.8° for grønt lys og 41.3° for blått lys. Dette forklarer hvorfor regnbuen alltid er rød ytterst og blå og lilla innerst. Vi ser også at endel av lyset som brytes, indre reflekteres og brytes igjen i en dråpe, vil ha verdier av δ mindre en maksimalverdien, mens ikke noe lys ender opp med δ større en maksimalverdien. Resultatet blir, som vist på Figur 3, at området utenfor regnbuen er mørkt mens området innenfor er til en viss grad opplyst. Hvorfor ser vi så bare farger rundt mak-



Figur 3: Et utsnitt av regnbuen viser hvordan området innenfor selve buen er lysere enn området utenfor.

simalverdien av δ ? For å kunne svare på dette må vi finne et uttrykk for intensiteten som funksjon av δ og av brytningsindeksen for hver frekvenskomponent av lyset. Dette kan gjøres numerisk, og det viser seg da at de respektive lysfrekvensene har relativt godt markerte intensitetsmaksimum ved maksimal δ , mens for mindre vinkler δ så er intensitetsforskjellen for ulike lysfrekvenser liten og lyset ser derfor hvitt ut.

Oppsett

Oppsettet som illustrerer hvordan regnbuer formes, består per høsten 2008 av følgende:

- Sterk hjemmelaget lyskilde med justerbart fokus
- Glasskule
- Stativ med en festeklemme
- Justerbar benkplate for lyskilden
- En hvit vegg
- Et mørkt rom

Ting du kan prøve ut

Fest glasskulen i festeklemmen til stativet og plasser kulen i lysgangen til lyskilden, som vist på forsidefiguren til denne labteksten. Observer regnbuemønsteret som dannes på veggen bak lyskilden. Prøv å juster irisen som dekker lysutgangen på lyskilden. Hva skjer når du ikke lenger belyser hele kulen?

Som en liten ekstraoppgave kan du prøve å sende lyset fra lyskilden direkte mot en hvit vegg og justere fokuset. Ved riktig fokus kommer du da til å se en meget klar avbildning av pæren inne i lyskilden.