TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2015.
Løsningsforslag til øving 11.

Oppgave	A	B	C	D
1			x	
2		x		
3			x	
4	x			
5	x			
6				x
7			x	
8		x		
9	x			
10		x		
11		x		
12	x			
13			x	
14			x	
15			x	
16		x		
17		x		
18	x			
19	x			
20				x
21	x			
22				x
23	x			
24			x	
25				x

1) Parallellkoblingen av R og R har til sammen en motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$, som i serie med R gir kretsen total motstand $R + R/2 = 3R/2$. Ohms lov gir da strømmen $I = V_0/(3R/2) = 2V_0/3R$. **C**.

2) Nederste "gren" er som i forrige oppgave, med total motstand $3R/2$. Spenningen over denne grenen er V_0, så total strøm gjennom den blir $2V_0/3R$, som i forrige oppgave. Halvparten av denne må tilsvare I angitt i figuren, dvs $I = V_0/3R$. **B**.

3) Spenning $V_0/2$ over hver av kapasitansene gir $Q = CV_0/2$. **C**.

4) Spenning V_0 over C gir $Q = V_0C$. **A**.

5) Kretsen er 1 seriekoblet med en parallellkobling av 2 og (en seriekobling av 5 og en parallellkobling av 3 og 4). Total strøm i kretsen passerer gjennom 1, som dermed uansett må lyse sterkest. **A**.

6) Hvis vi forbinder A og B med en perfekt leder, dvs "kortslutter" mellom A og B, vil ingen strøm gå gjennom 2, 3, 4 og 5, dvs all strøm "minste motstands vei" fra A til B. Pære 3 slokker. (Det samme gjør 2,

4 og 5.) **D**.

7) Skrur vi ut 2, blir denne grenen åpen, dvs ingen strøm passerer her. Hele strømmen passerer gjennom 5. Total motstand i kretsen er nå $R+R+R/2 = 5R/2$, så strømmen blir $V_0/(5R/2) = 2V_0/5R$. Før 2 skrus ut er total motstand i kretsen $R + (1/R + 1/(3R/2))^{-1} = 8R/5$, som gir total strøm lik $V_0/(8R/5) = 5V_0/8R$. Mindre enn halvparten av dette vil passere gjennom 5 (siden 2 har mindre motstand enn kombinasjonen 5 + 3 og 4 i parallell). Følgelig kan vi konkludere med at 5 vil lyse sterkere hvis 2 skrus ut. **C**.

8) Basert på forrige oppgave vet vi at total strøm i kretsen, og dermed gjennom 1, er $5V_0/8R$ med alle på plass. Skrur vi ut 4, blir total motstand i kretsen lik $R + (1/R + 1/2R)^{-1} = 5R/3$, dvs total strøm blir $3V_0/5R$. Siden $5/8 = 0.625$ mens $3/5 = 0.6$, kan vi konkludere med at 1 vil lyse (litt!) svakere dersom 4 skrus ut. **B**.

9) Vi har nå en seriekobling av 3 motstander R, dvs total motstand $3R$, og dermed et effekttap $P = V_0 I = V_0 \cdot V_0/3R = 9^2/6 = 81/6 = 13.5$ W. **A**.

10) Kondensatoren lades opp med tidskonstant $\tau = RC$,

$$Q(t) = Q_{\max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$

med $Q_{\max} = V_0 C$. Siden $\tau = 10$ ms, skal det vel godt gjøres om ikke alternativ B, 30 ms, er det riktige svaret. La oss sjekke: Ligningen som skal løses (mhp t) blir

$$0.95 = 1 - e^{-t/\tau},$$

som gir

$$t = -\tau \ln 0.05 = \tau \ln 20 = 10 \cdot 3.00 = 30.0,$$

dvs i enheten ms. **B**.

11) Strømmen i kretsen er

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0 C}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}.$$

Dersom $t \ll RC$, kan vi erstatte eksponentialfunksjonen med 1, som viser at $I \simeq V_0/R = 0.30$ A straks etter at spenningskilden er koblet til. **B**.

12) En elektrisk dipol i et ytre elektrisk felt $\boldsymbol{E}_0$ har potensiell energi $U = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}_0$. Størst U oppnås med dipolmoment motsatt rettet det ytre feltet. **A**.

13) Kapasitansen til en platekondensator er

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d,$$

der ε_r er relativ permittivitet til mediet mellom platene, A er platenes areal, og d er avstanden mellom platene. Dette betyr at både A, B og D er korrekte påstander. Men C er feil: Kapasitansen til en kondensator avhenger *ikke* av ladningen på platene. Riktignok er *definisjonen* av kapasitans $C = Q/V$, men siden V er proporsjonal med Q, blir forholdet Q/V uavhengig av både Q og V. **C**.

14) Potensialet avtar når vi følger elektriske feltlinjer i positiv retning. Det betyr at $V_3 > V_4 > V_2 > V_1$. **C**.

15) Bidraget til U fra et par av ladninger blir $\pm Q^2/4\pi\varepsilon_0 r$, der r angir avstanden mellom ladningene. Her har vi i alt 6 par av ladninger. 4 av disse har motsatt fortegn på ladningene og innbyrdes avstand a. De 2 gjenværende har likt fortegn på ladningene og innbyrdes avstand $\sqrt{2}a$. I alt:

$$U = 4 \cdot \frac{-Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + 2 \cdot \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}a} = \frac{(-4+\sqrt{2})Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Dermed: **C**.

16) Elektrisk feltstyrke mellom platene er $E = V/d = 120000$ V/m. Dråpen har masse $M = \rho \cdot 4\pi r^3/3 = 5.876 \cdot 10^{-15}$ kg. Ladningen (som må være positiv, siden nedre plate er positiv, og den elektriske kraften skal motvirke tyngdekraften) blir derfor

$$q = Mg/E = 4.80 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C},$$

dvs et underskudd på 3 elektroner. **B**.

17) Det elektriske feltet på utsiden av ei kule med radius R og med ladning q jevnt fordelt på overflaten er $E(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r^2$, som om q var en punktladning i origo. (På innsiden av kuleoverflaten er $E = 0$.) Potensialet på overflaten av ei slik kule blir dermed

$$V(R) = -\int_{\infty}^{R} E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

det samme som i avstand R fra en punktladning q. Kulas potensielle energi blir nå

$$U = \int_0^e V(q)\, dq = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}.$$

Vi setter denne lik $m_p c^2$ og løser mhp R:

$$R = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 m_p c^2} \simeq 7.7 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{m},$$

med $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg og $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. **B**.

18) Vi har i forelesningene vist at det elektrostatiske feltet inni et (tomt) hulrom inni en elektrisk leder er lik null. Videre har vi vist at feltet må stå normalt på overflaten av en elektrisk leder. Da er bare nr 1 mulig. **A**.

19) Potensialet avtar her fra øvre til nedre plate. I en gitt avstand fra platene (langs retningen til det elektriske feltet, dvs i retning vinkelrett på platene) er potensialet konstant. Dermed er $V_1 = V_3$, og disse er større enn $V_2 = V_4$. **A**.

20) Den elektriske feltstyrken mellom A og B er σ/ε_0, slik at elektrisk kraft på elektronet er $e\sigma/\varepsilon_0$, rettet fra A mot B. Potensialforskjellen mellom A og B er $E \cdot d/2 = \sigma d/2\varepsilon_0$. Det betyr at endringen i elektronets

potensielle energi, når det flytter seg fra A til B, er $-e\sigma d/2\varepsilon_0$. Elektrostatiske krefter er konservative, så dette må (med omvendt fortegn!) tilsvare økningen i elektronets kinetiske energi, $m_e v^2/2$. Løsning mhp v gir $v = \sqrt{e\sigma d/m_e\varepsilon_0}$. **D**.

21) Dette er en parallellkobling av en luftfylt platekondensator med plateareal $2A/3$ og plateavstand d, og en dielektrikum-fylt ($\varepsilon_r = 4$) platekondensator med plateareal $A/3$ og plateavstand d. Total kapasitans for to parallellkoblede kapasitanser får vi ved å legge sammen enkeltkapasitansene:

$$C = \frac{2\varepsilon_0 A}{3d} + \frac{4\varepsilon_0 A}{3d} = \frac{2\varepsilon_0 A}{d},$$

som betyr at **A** er riktig svar.

22) Sylinderen kan betraktes som en seriekobling av resistanser med motstand

$$dR = \frac{\rho\, dr}{2\pi r L},$$

der $\rho = 1/\sigma$ er materialets resistivitet. Her er dR motstanden til et tynt sylinderskall med (indre) radius r, tykkelse ("lengde radielt utover") dr, "bredde" L, og dermed tverrsnitt med areal $2\pi r L$. Total motstand finner vi ved å integrere dR:

$$R = \int dR = \int_a^b \frac{\rho\, dr}{2\pi r L} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a}.$$

Konduktans er invers resistans, slik at

$$G = 1/R = \frac{2\pi\sigma L}{\ln(b/a)}.$$

Som er alternativ **D**.

23) Kapasitansen er $C = \varepsilon A/d$ og resistansen er $R = d/\sigma A$. Produktet av disse, som er tidskonstanten, blir $RC = \varepsilon/\sigma$. **A**.

24) Kretsens totale motstand er $R + (1/R + 1/3R)^{-1} + R = 11R/4$. Total strøm i kretsen blir dermed $4V_0/11R$. Tre fjerdedeler av denne må gå gjennom motstanden R i midten, dvs $I = 3V_0/11R$. **C**.

25) Total kapasitans er $(1/2C+1/2C+1/3C)^{-1} = 3C/4$. Ladningen på $2C$ og $3C$, og på de to parallellkoblede C tilsammen, blir dermed $V_0 \cdot 3C/4$. Halvparten av denne må ligge på hver av de to parallellkoblede C, dvs $Q = 3V_0C/8$. **D**.