

FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetssområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

KLASSISK DYNAMIKK

- Newtons andre lov: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$ Luftmotstand (stor v): $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ Statisk likevekt: $\sum \mathbf{F}_i = 0$ $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = \mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Trehetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$
 Kompakt sylinder (skive): $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ Kompakt kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$
 Tynn stang: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$ $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m$

- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = 2\pi/\omega_0$ $f = 1/T = \omega_0/2\pi$
 Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0^2 = k/m$ $\gamma = b/2m$
 Underkritisk demping ($\gamma < \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
 Overkritisk demping ($\gamma > \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$
 Kritisk demping ($\gamma = \omega_0$) $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$
 (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$
 amplitude: $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$
 halvverdbredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

ELEKTRISITET

Elektrostatikk

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0 \quad \mathbf{E} = -\nabla V \quad \Delta V = \Delta U/q_0 \quad \Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk dipolmoment; for punktladninger $\pm q$ i innbyrdes avstand \mathbf{d} : $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$

- Elektrisk dipol i ytre elektrisk felt: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}_0$, $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_0$

- Lineær respons:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0/\epsilon_r \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

- Kapasitans:

$$C = q/V$$

Seriekobling, parallellkobling:

$$C = \left(\sum_j C_j^{-1} \right)^{-1} \quad C = \sum_j C_j$$

- Parallellplatekondensator (ideell; feltstyrke $\sigma/2\epsilon$ fra ett stort og jevnt ladet plan):

$$\mathbf{E} = \sigma/\epsilon \quad , \quad C = \epsilon A/d$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Elektrisk strøm

- Strømstyrke, strømtetthet:

$$I = dQ/dt \quad , \quad j = I/A$$

- Ohms lov:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad , \quad V = RI$$

- Drudemodellen:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$

- Resistans R og konduktans G :

$$R = G^{-1} = l/\sigma A = \rho l/A, \quad \sigma = \text{konduktivitet}, \quad \rho = \text{resistivitet}$$

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

Seriekobling, parallellkobling:

$$R = \sum_j R_j \quad , \quad R = \left(\sum_j R_j^{-1} \right)^{-1}$$

- Elektrisk effekt:

$$P = VI$$

- Midlere effekt med vekselspanning:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{1}{2} V_0 I_0$$

Kretser

- Spenning over motstand, kapasitans:

$$RI \quad Q/C$$

- Tidskonstant, RC -krets:

$$\tau = RC$$

- Opplading av kondensator i RC -krets:

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter (lineær og volum), trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = 3\alpha \quad \gamma = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

- Første hovedsetning (Termodynamikkens første lov):

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet C , pr masseenhet c , pr mol c_m :

$$C = \frac{dQ}{dT}, \quad c = C/M, \quad c_m = C/n$$

- C_p og C_V :

$$C_p = (dQ/dT)_p, \quad C_V = (dQ/dT)_V$$

For ideell gass: $C_p - C_V = nR$. Atomær gass: $C_V = \frac{3}{2}nR$. Toatomig gass: $C_V = \frac{5}{2}nR$

- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T = nRT$$

$$\langle K_{\text{trans}} \rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_B T$$

$$U = U(T) = N\langle K \rangle$$

Atomær gass: $U = \frac{3}{2}Nk_B T$. Toatomig gass: $U = \frac{5}{2}Nk_B T$

- Adiabatisk prosess ($dQ = 0$) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \quad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_2} \right|$$

- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess: $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$):

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Kjøleskap og varmepumpe, effektfaktor:

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_1}{W} \right|, \quad \varepsilon_V = \left| \frac{Q_2}{W} \right|$$

- Entropi (dQ er reversibelt tilført varme):

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \oint dS = 0$$

- Boltzmanns prinsipp:

$$S = k_B \ln \Omega$$

- Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$$

- Damptrykk-kurven:

$$p_d(T) = p_d(T_0) \exp \left[\frac{l}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

(l = molar latent varme, T_0 = valgt referansetemperatur)

- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme: $e = 1$):

$$j(T) = e \sigma T^4 \quad (e = \text{emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15 h^3 c^2 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4)$$

- Plancks fordelingslov:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df} df \quad \text{med} \quad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3 / c^2}{\exp(hf/k_B T) - 1}$$

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda} d\lambda \quad \text{med} \quad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 / \lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

- Wiens forskyvningslov:

$$\text{Maksimal } dj/d\lambda \text{ for } \lambda T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov; κ = varmeledningsevne, L = tykkelse):

$$j = \kappa \Delta T / L$$

- Varmemotstand R ($P = jA$ = effekt):

$$\Delta T = RP = \frac{L}{\kappa A} P \quad \text{Seriekobling: } R = \sum_j R_j \quad \text{Parallellkobling: } \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Hvis størrelsen q er et produkt av potenser av a_i ($q = a_1^{N_1} \cdot a_2^{N_2} \cdot \dots$):

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{N_1 \Delta a_1}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{N_2 \Delta a_2}{a_2} \right)^2 + \dots}$$

- Middelvei (gjennomsnittsverdi): $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelvei): $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

DIVERSE

- Konstanter:

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$R = 8.314 \text{ J/mol K}$
$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$N_A = R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
$m_p = m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$1u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$\hbar = h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &= 133.3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12} , n = nano = 10^{-9} , μ = mikro = 10^{-6} , m = milli = 10^{-3} , c = centi = 10^{-2} , k = kilo = 10^3 , M = mega = 10^6 , G = giga = 10^9 , T = tera = 10^{12}

Matematikk:

•

$$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$

•

$$\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$

•

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

Geometri:

- Areal, sirkulær skive: πr^2 . Kuleflateareal: $4\pi r^2$. Kulevolum: $4\pi r^3/3$.

- Krumningsradius:

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$