FORMLER: Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

KLASSISK DYNAMIKK

- Newtons andre lov: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt \qquad \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = m\dot{\boldsymbol{r}}$
- Konstant akselerasjon: $v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon: $\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid: $dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ Kinetisk energi: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Konservativ kraft og potensiell energi: $U(\boldsymbol{r}) = -\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} \qquad \boldsymbol{F} = -\nabla U(\boldsymbol{r})$
- Friksjon, statisk: $f \leq \mu_s N$ kinetisk: $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten v): $\boldsymbol{f} = -k\boldsymbol{v}$ Luftmotstand (stor v): $\boldsymbol{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt: $\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{i}} m_i \to \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse: $v = r\omega$ Sentripetalakselerasjon: $a = v^2/r$ Baneakselerasjon: $a = dv/dt = r\,d\omega/dt$
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$ Statisk likevekt: $\Sigma\boldsymbol{F}_i = 0 \quad \Sigma\boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ N2 rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_b + \boldsymbol{L}_s = \boldsymbol{R}_{CM} \times M\boldsymbol{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme: $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Treghetsmoment: $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2 dm$

  Kompakt sylinder (skive): $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ Kompakt kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$

  Tynn stang: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse: $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering: $\tau = I\frac{d\omega}{dt}$
- Steiners sats (parallellakseteoremet): $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon: $\boldsymbol{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \quad U(r) = -\frac{GMm}{r} \quad \boldsymbol{g} = \boldsymbol{F}/m$

- Enkel harmonisk oscillator: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = 2\pi/\omega_0$ $f = 1/T = \omega_0/2\pi$

  Masse i fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$

  $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0^2 = k/m$ $\gamma = b/2m$

  Underkritisk demping $(\gamma < \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t + \phi)$ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

  Overkritisk demping $(\gamma > \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$ $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

  Kritisk demping $(\gamma = \omega_0)$ $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos\omega t$

  (partikulær-)løsning: $x(t) = A(\omega)\sin(\omega t + \phi(\omega))$

  amplitude: $A(\omega) = \dfrac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

  halvverdibredde: $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ Q-faktor: $Q = \omega_0/\Delta\omega$

ELEKTRISITET

Elektrostatikk

- Coulombs lov:
$$\boldsymbol{F} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial:
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/q_0 \qquad \boldsymbol{E} = -\nabla V \qquad \Delta V = \Delta U/q_0 \qquad \Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning:
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
- Elektrisk dipolmoment; for punktladninger $\pm q$ i innbyrdes avstand $\boldsymbol{d}$: $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$
- Elektrisk dipol i ytre elektrisk felt: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}_0$, $U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}_0$
- Lineær respons:
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0/\varepsilon_r \qquad \varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$$
- Kapasitans:
$$C = q/V$$
  Seriekobling, parallellkobling:
$$C = (\sum_j C_j^{-1})^{-1} \qquad C = \sum_j C_j$$
- Parallellplatekondensator (ideell; feltstyrke $\sigma/2\varepsilon$ fra ett stort og jevnt ladet plan):
$$E = \sigma/\varepsilon \quad , \quad C = \varepsilon A/d$$
- Energitetthet i elektrisk felt:
$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Elektrisk strøm

- Strømstyrke, strømtetthet:

$$I = dQ/dt \quad , \quad j = I/A$$

- Ohms lov:

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E} \quad , \quad V = RI$$

- Drudemodellen:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$

- Resistans R og konduktans G:

$$R = G^{-1} = l/\sigma A = \rho l/A, \;\; \sigma = \text{konduktivitet}, \;\; \rho = \text{resistivitet}$$

$$R(T) = R_0 \left(1 + \alpha(T - T_0)\right)$$

  Seriekobling, parallellkobling:

$$R = \sum_j R_j \quad , \quad R = (\sum_j R_j^{-1})^{-1}$$

- Elektrisk effekt:

$$P = VI$$

- Midlere effekt med vekselspenning:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{1}{2} V_0 I_0$$

Kretser

- Spenning over motstand, kapasitans:

$$RI \qquad Q/C$$

- Tidskonstant, RC-krets:

$$\tau = RC$$

- Opplading av kondensator i RC-krets:

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

TERMISK FYSIKK

- Utvidelseskoeffisienter (lineær og volum), trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_p \qquad \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 3\alpha \qquad \gamma = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

- Første hovedsetning (Termodynamikkens første lov):

$$dQ = dU + dW$$

- Varmekapasitet C, pr masseenhet c, pr mol c_m:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad , \quad c = C/M \quad , \quad c_m = C/n$$

- C_p og C_V:

$$C_p = (dQ/dT)_p \quad , \quad C_V = (dQ/dT)_V$$

  For ideell gass: $C_p - C_V = nR$. Atomær gass: $C_V = \frac{3}{2}nR$. Toatomig gass: $C_V = \frac{5}{2}nR$

- Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT = nRT$$

$$\langle K_{\text{trans}}\rangle = \frac{3pV}{2N} = \frac{3}{2}k_BT$$

$$U = U(T) = N\langle K\rangle$$

  Atomær gass: $U = \frac{3}{2}Nk_BT$. Toatomig gass: $U = \frac{5}{2}Nk_BT$

- Adiabatisk prosess ($dQ = 0$) for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{ konst} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{ konst} \qquad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{ konst} \qquad (\gamma = C_p/C_V)$$

- Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \left|\frac{W}{Q_2}\right|$$

- Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin (Carnot-prosess: $Q_2/T_2 + Q_1/T_1 = 0$):

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Kjøleskap og varmepumpe, effektfaktor:

$$\varepsilon_K = \left|\frac{Q_1}{W}\right| \quad , \quad \varepsilon_V = \left|\frac{Q_2}{W}\right|$$

- Entropi (dQ er reversibelt tilført varme):

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \oint dS = 0$$

- Boltzmanns prinsipp:

$$S = k_B \ln \Omega$$

- Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\Delta V}$$

- Damptrykk-kurven:

$$p_d(T) = p_d(T_0)\ \exp\left[\frac{l}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]$$

(l = molar latent varme, T_0 = valgt referansetemperatur)

- Stefan-Boltzmanns lov (svart legeme: $e = 1$):

$$j(T) = e\,\sigma\,T^4 \qquad (e = \text{ emissivitet}; \sigma = 2\pi^5 k_B^4/15h^3c^2 = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4})$$

- Plancks fordelingslov:

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{df}\,df \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{df} = \frac{2\pi h f^3/c^2}{\exp(hf/k_BT) - 1}$$

$$j(T) = \int_0^\infty \frac{dj}{d\lambda}\,d\lambda \qquad \text{med} \qquad \frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda k_BT) - 1}$$

- Wiens forskyvningslov:

$$\text{Maksimal } dj/d\lambda \text{ for } \lambda T = 2.90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$$

- Stasjonær varmeledning i en dimensjon (Fouriers lov; κ = varmeledningsevne, L = tykkelse):

$$j = \kappa \Delta T/L$$

- Varmemotstand R ($P = jA$ = effekt):

$$\Delta T = RP = \frac{L}{\kappa A}P \qquad \text{Seriekobling}: \ R = \sum_j R_j \qquad \text{Parallellkobling}: \ \frac{1}{R} = \sum_j \frac{1}{R_j}$$

MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Hvis størrelsen q er et produkt av potenser av a_i ($q = a_1^{N_1} \cdot a_2^{N_2} \cdot \ldots$):

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{N_1 \Delta a_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{N_2 \Delta a_2}{a_2}\right)^2 + \ldots}$$

- Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$

DIVERSE

- Konstanter:

$$\begin{aligned}
G &= 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2} \\
g &= 9.81\ \mathrm{m/s^2} \\
m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \\
m_p = m_n &= 1.67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \\
1u &= 1.66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \\
\varepsilon_0 &= 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m} \\
\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} &= 9 \cdot 10^{9}\ \mathrm{Nm^2/C^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \\
R &= 8.314\ \mathrm{J/mol\,K} \\
N_A &= R/k_B = 6.02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}} \\
h &= 6.63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
\hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \\
e &= 1.60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \\
c &= 3.00 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s} \\
\sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}
\end{aligned}$$

- Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned}
1\ \mathrm{eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \\
1\ \text{Å} &= 10^{-10}\ \mathrm{m} \\
1\ \mathrm{cal} &= 4.184\ \mathrm{J} \\
1\ \mathrm{bar} &= 10^{5}\ \mathrm{Pa} \\
1\ \mathrm{atm} &= 1.013 \cdot 10^{5}\ \mathrm{Pa} \\
1\ \mathrm{mmHg} &= 133.3\ \mathrm{Pa}
\end{aligned}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = mikro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, c = centi = 10^{-2}, k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}, T = tera = 10^{12}

Matematikk:

- $$\frac{d}{dx}\, e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$
- $$\int e^{\alpha x}\, dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$
- $$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

Geometri:

- Areal, sirkulær skive: πr^2. Kuleflateareal: $4\pi r^2$. Kulevolum: $4\pi r^3/3$.
- Krumningsradius:
$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$