TFY4104 Fysikk Eksamen 15. august 2017

Løsningsforslag

---

1)
$$m = \rho V = \rho A L = \rho\pi(d/2)^2 L = 10.5 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (55 \cdot 10^{-9}/2)^2 \cdot 5.5 \cdot 10^8 = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 14 \text{ g}$$

A

---

2) Med startposisjon $x = y = 0$ har vi ligningene for konstant akselerasjon: $x = v_x t = v_0 t \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2)v_0 t$ og $y = v_y t + at^2/2 = v_0 t \sin 30^\circ - gt^2/2 = v_0 t/2 - gt^2/2$. Kula lander ved $y = 0$, som gir landingstidspunktet $t = v_0/g$. Starthastigheten er da $v_0 = \sqrt{2xg/\sqrt{3}} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9.81/\sqrt{3}} = 18.4$ m/s, slik at kula lander etter $t = 18.4/9.81 = 1.9$ s.
B

---

3) Sinusfunksjonen kan ikke bli mindre enn -1, slik at maksimal hastighet er $4.5 \cdot 4/3 = 6.0$ m/s.
C

---

4) $a = dv/dt = -(v_0/3)\omega \cos \omega t$ som gir maksimal akselerasjon $v_0\omega/3 = 0.15$ m/s^2.
D

---

5) Gjennomsnittshastigheten underveis er $v_0 = 4.5$ m/s. Perioden i fartsvariasjonen er $T = 2\pi/\omega = 20\pi = 62.8$ s. Avstanden fra en bakketopp til den neste er dermed $v_0 T = 283$ m $\simeq 0.28$ km.
B

---

6) Med gjennomsnittsfart 4.5 m/s tar det i overkant av 11 tusen sekunder å gå 50 km, dvs ca 3 timer.
A

---

7) Kinetisk energi = endring i potensiell energi: $(1/2)(m + 3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{gh/2}$ **A**

---

8) Trinsa følger med bevegelsen, med vinkelhastighet $\omega = v/R$, og har kinetisk energi $I_0\omega^2/2 = mR^2\,(v^2/R^2)/2 = mv^2/2$. Klossene har kinetisk energi (som over) $2mv^2$. Energibevarelse gir $\frac{5}{2}mv^2 = mgh$ og dermed $v = \sqrt{2gh/5}$.
C

---

9) Null nettokraft på tauelementet der snora fra loddet er festet. Dermed: $2S \sin 7^\circ = Mg$, dvs $M = 2 \cdot 282 \cdot 0.122/9.81 \simeq 7$ kg.
E

---

10) Newtons 1. lov vinkelrett på skråplanet gir normalkraft $N_1 = m_1 g \cos\alpha$ på kloss 1 og $N_2 = 3m_1 g \cos\alpha$ på kloss 2. Dermed er friksjonskraften fra underlaget $f_1 = \mu_1 N_1 = \mu m_1 g \cos\alpha$ på kloss 1 og $f_2 = \mu_2 N_2 = 3\mu m_1 g \cos\alpha$ på kloss 2. Tyngdekraftens komponent nedover langs skråplanet er $m_1 g \sin\alpha$ og $3m_1 g \sin\alpha$ på

hhv kloss 1 og 2. Newtons 2. lov langs skråplanet blir dermed

$$4m_1 g \sin\alpha - 4\mu m_1 g \cos\alpha = 4m_1 a,$$

dvs $a = g(\sin 45° - \mu\cos 45°) = g(1-\mu)/\sqrt{2}$.
D

---

11) Her kan vi bruke bevaring av mekanisk energi til å finne farten v i bunnpunktet $(0,0)$. Velger potensiell energi $U = 0$ i $y = 0$. Total mekanisk energi er da $E = mgh$, som gir $v = \sqrt{2gh}$ i posisjonen $(0,0)$. Her har tyngden ingen komponent parallelt med banen, så total akselerasjon er lik sentripetalakselerasjonen v^2/h (der h er sirkelbanens radius). Dermed: $a = 2gh/h = 2g$.
E

---

12) Med A som referansepunkt er dreieimpulsen bevart. Før kollisjonen har prosjektilet banedreieimpuls $mvL/2$. Etter kollisjonen har stang med prosjektil dreieimpuls $I_A\omega$. Her er $I_A = mL^2/4 + ML^2/3$. Umiddelbart etter kollisjonen er da vinkelhastigheten

$$\omega = \frac{mvL/2}{mL^2/4 + ML^2/3} = \frac{v/L}{1/2 + 2M/3m} = \frac{25.0}{0.5 + 500/7.5} = 0.37\ \text{s}^{-1}.$$

C

---

13) Fra formelarket har vi at vinkelfrekvensen for harmoniske svingninger for en fysisk pendel med treghetsmoment I_A og total masse $M + m$ er

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(M+m)gd}{I_A}},$$

der d er avstanden fra A til systemets massesenter. Her er $d = L/2$, som med $I_A = (m/4 + M/3)L^2$ gir

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2L(m/4 + M/3)}{g(m+M)}}.$$

Innsetting av $m = 2.5$ g, $M = 250$ g og $L = 1.0$ m gir $T = 1.6$ s. (Prosjektilet har her så liten masse i forhold til stanga at det er praktisk talt uten betydning for svingetiden.)
A

---

14) For ei kompakt skive med masse m og radius r er $I_0 = mr^2/2 = 4.9 \cdot 10^{-5}$ kg m^2. Med et hull i midten må I_0 bli større enn dette, og da er bare E et mulig alternativ.
(Med litt regning: Taperullens treghetsmoment er lik differansen mellom treghetsmomentene til kompakte skiver med radius hhv r og $r/3$ og masse hhv $9m/8$ og $m/8$: $I_0 = (9m/8)r^2/2 - (m/8)(r/3)^2/2 = 5mr^2/9$.)
E

---

15) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}/\Delta t$. Her kan vi bruke $\Delta t = 1.368 - 1.351$ s, $1.368 - 1.335$ s eller $1.351 - 1.335$ s, med tilørende Δx og Δy. Alle tre muligheter gir ca 2.7 m/s. (Hhv 2.65, 2.67 og 2.70.)
C

---

16) $\phi = \arctan(x/y) = \arctan(40.693/71.662) = 30°$.
A

---

17) Total energi er bevart, og er lik potensiell energi på toppen: $E = U(0) = mg(r + R)$. Ved vinkelen ϕ, med ren rulling hele veien, er $U(\phi) = mg(r + R)\cos\phi$ og $K = K_{\text{rot}} + K_{\text{trans}} = m(c + 1)V^2/2$. Vi setter $K = U(0) - U(\phi)$, løser mhp V og finner $V = \sqrt{2g(r + R)(1 - \cos\phi)/(c + 1)}$. Siden $\omega = V/r$, er $\omega = \sqrt{2g(r + R)(1 - \cos\phi)/(c + 1)r^2}$.

A

---

18) Vi har $\sin 45° = \cos 45° = 1/\sqrt{2}$. N2 rotasjon (om kulas CM): $fr = I_0\alpha = (2mr^2/3)\cdot a/r$, dvs $f = 2ma/3$. N2 translasjon (av kulas CM): $mg/\sqrt{2} - f = ma$. Disse ligningene kombinert gir akselerasjon $a = 3g/5\sqrt{2}$. Maksimal friksjonskraft er $f = \mu N = \mu mg/\sqrt{2}$. Vi setter maksimal f lik utregnet $f = 2ma/3$, setter inn utregnet verdi $a = 3g/5\sqrt{2}$, og finner minimal $\mu = 2/5$.

B

---

19) Kulas CM følger en sirkelbane med radius $R - r$, og har dermed akselerasjon $v^2/(R - r)$, med retning inn mot kuleskallets sentrum (sentripetalakselerasjon). N2 gir dermed $N - mg = mv^2/(R - r)$, dvs $N = mg + mv^2/(R - r) = 0.15 \cdot (9.81 + 0.59^2/0.08) = 2.1$ N.

D

---

20) N2: $F = dp/dt$, slik at bordtennisballens impulsendring i kollisjonen er

$$\Delta p = \int dp = \int F(t)dt.$$

Siden kollisjonen er elastisk, er ballens hastighet 15 m/s i motsatt retning etter kollisjonen. Da blir $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 30 = 0.081$ kg m/s. Integralet blir bredden ganget med halve høyden: $F_0\tau/2$, der $\tau = 0.008$ s. Følgelig er $F_0 = 0.081/0.004 = 20$ N.

C

---

21) Stangas CM er 7.5 cm til høyre for balansepunktet. Da må vi ha $10m = 7.5M$, dvs $m = 0.75M = 4.5$ kg.

B

---

22) Døra kan betraktes som mange tynne stenger, med masse m og lengde b, som roterer om en akse A ved enden. Steiners sats gir da treghetsmoment $mb^2/3$ for hver stang, og i alt $I_A = Mb^2/3$ for hele døra.

D

---

23) N2 for rotasjon om A: $\tau_A = I_A\alpha$. Her er dreiemomentet konstant, $\tau_A = Fb = 21.75$ Nm, slik at vinkelakselerasjonen $\alpha = \tau_A/I_A = 9.3/10 = 0.62$ s^{-2} er konstant. Fra $\omega = d\phi/dt$ og $\alpha = d\omega/dt$ har vi da $\omega(t) = \alpha t$ og $\phi(t) = \alpha t^2/2$. Vi skal finne tiden t som tilsvarer vinkelen $\phi = \pi$: $t = \sqrt{2\phi/\alpha} = \sqrt{2\pi/0.62} = 3.2$ s.

B

---

24) Bevegelse oppover dersom friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg\cos\theta$ er større enn tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg\sin\theta$. Dermed blir betingelsen $\mu > \tan\theta = \tan 20° = 0.36$.

E

---

25) Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls før innhoppet: mvR. Dreieimpuls

etter innhoppet: $I\omega$, med totalt treghetsmoment $I = MR^2/2 + mR^2$. Dermed:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(M/2+m)R^2}{mvR} = \frac{\pi R(2+M/m)}{v}.$$

C

---

26) Midt mellom de to ladningene bidrar begge like mye til det totale elektriske feltet, og begge med retning mot venstre: Feltstyrken til hvert av de to bidragene er $e/4\pi\varepsilon_0 r^2$, med $r = 1.10$ nm. Dermed: $E = 2 \cdot (e/4\pi\varepsilon_0 r^2) = 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^9/(1.1 \cdot 10^{-9})^2 = 2.38 \cdot 10^9$ V/m = 2.38 GV/m.
D

---

27) Alle de fire planene bidrar til det totale elektriske feltet med $\sigma/2\varepsilon_0$, med retning bort fra positivt ladde plan og med retning inn mot negativ ladde plan. Når vi legger sammen de fire bidragene i de fem ulike områdene, blir feltstyrken lik null i midtområdet og på utsiden av hele systemet. I de to resterende områdene blir feltstyrken σ/ε_0, og med feltet rettet fra positivt mot negativ ladd plan. Figur D passer med dette.
D

---

28) Potensialet fra en punktladning er $V(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r$ når $V(r \to \infty)$ er satt til null. Med $V = 0.16$ V og $q = e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C finner vi

$$r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 V} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{0.16} = 9 \text{ nm}.$$

C

---

29) $p = Qd = CVd = 4.7 \cdot 3.5 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6+3-3} = 36 \cdot 10^{-6}$ Cm = 36 μC m.
A

---

30) Alle delkrefter er tiltrekkende, siden $4q$ er positiv og resten negative. Avstandene fra $4q$ til de andre er hhv a, a, $a/\sqrt{2}$ og $\sqrt{2}a$, slik at i absoluttverdi er delkreftene hhv $4q^2/4\pi\varepsilon_0 a^2$ (de to $-q$ i hjørnene), $8q^2/4\pi\varepsilon_0 a^2$ ($-q$ i midten) og $4q^2/4\pi\varepsilon_0 a^2$ ($-2q$ nederst til høyre). De to sistnevnte ligger i totalkraftens retning, som av symmetrigrunner må bli langs diagonalen fra $4q$ mot midten. De to førstnevnte må ganges med faktoren $\cos 45° = 1/\sqrt{2}$. Totalkraften blir dermed

$$F = \frac{(8/\sqrt{2}+12)q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{(\sqrt{2}+3)q^2}{\pi\varepsilon_0 a^2}$$

D

---

31) I stor avstand ser dette ut som en punktladning $-q$. Da er potensialet ganske enkelt $-q/4\pi\varepsilon_0 r$.
A

---

32) Feltlinjer starter på positiv og ender på negativ ladning. Dermed er $Q_a > 0$, $Q_b < 0$ og $Q_c > 0$.
D

---

33) Feltlinjer går fra høyt mot lavt potensial, og metallbiter (ledere) er ekvipotensialer. Dermed er $V_1 = V_2 > V_3$.
E

34) $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ med $E_x = -\partial V/\partial x = -2V_0 x/a^2$ og tilsvarende $E_y = -2V_0 y/a^2$. Dermed blir $E = (2V_0/a^2)\sqrt{4a^2 + (-a)^2} = (2V_0/a^2)\sqrt{5a^2} = 2\sqrt{5}V_0/a$.
E

---

35) $F_x = qE_x = -eE_0 x/a$ (og helt tilsvarende $F_y = -eE_0 y/a$). Newtons 2. lov gir da $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ (harmonisk oscillator) med $\omega_0^2 = eE_0/m_p a$, og dermed $T = 2\pi\sqrt{m_p a/eE_0}$. Innsetting av (oppgitte) tallverdier gir $T = 0.64$ ns.
B

---

36) $C = (1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2)^{-1} = 0.4\ \mu$F.
B

---

37) Kretsen har motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$ (parallellkobling) og kapasitans $C + C = 2C$ (parallellkobling), og dermed tidskonstant $RC = 20$ s.
B

---

38) Dette er en parallellkobling:
$C = 7\varepsilon_0(A/2)/d + \varepsilon_0(A/2)/d = 4\varepsilon_0 A/d = 35$ pF.
C

---

39) Dette er en seriekobling:
$C = (1/(7\varepsilon_0 A/(d/2)) + 1/(\varepsilon_0 A/(d/2)))^{-1} = 7\varepsilon_0 A/4d = 15$ pF.
D

---

40) Halvering av plateavstanden gir dobling av kapasitansen C. Med gitt spenning V_0 mellom kondensatorplatene blir dermed plateladningen $Q = CV$ doblet.
A

---

41) Motstanden ($l = 100$ m) er

$$R = \frac{l}{\sigma A} = \frac{100}{6.0 \cdot 10^7 \cdot 4.5 \cdot 10^{-6}} = \frac{100}{270}\ \Omega = 0.37\ \Omega.$$

B

---

42) Kretsens totale (ekvivalente) motstand er $R + R + (1/R + 1/2R)^{-1} = 2R + 2R/3 = 8R/3$. Total strøm levert av spenningskilden er dermed $V_0/(8R/3) = 3V_0/8R$. Denne må fordele seg med 2/3 gjennom motstanden midt i figuren, og 1/3 gjennom de to til høyre, dvs $I = V_0/8R = 10/40 = 0.25$ A.
B

---

43) Ingen avbøyning dersom elektrisk kraft (oppover) og magnetisk kraft (nedover) er like store i absoluttverdi: $eE = evB$, dvs $v = E/B = 7.5 \cdot 10^3/0.44 = 17$ km/s.
C

---

44) Maksimalt dreiemoment når spolen er orientert som i figuren, med størst mulig arm for den magnetiske kraften på strømmen I. Med lengde L (der I er angitt i figuren) og bredde b blir magnetisk kraft på hver lederbit med lengde L lik ILB, og med arm $b/2$ blir dreiemomentet pr vikling $ILB \cdot (b/2) \cdot 2 = ILbB = IAB$. Totalt dreiemoment på N viklinger: $NIAB$. Med tallverdier: $650 \cdot 6.5 \cdot 0.65 \cdot 65 \cdot 10^{-3} = 179$ Nm.
B

---

45) Magnetisk feltstyrke på aksen til sirkulær strømsløyfe $B(x)$ er oppgitt i formelvedlegget. Dipolens potensielle energi er $U(x) = -mB(x)$, der $B(x) \sim 1/(x^2 + R^2)^{3/2}$. Kraften i x-retning er $F_x = -dU/dx$, som betyr at $F_x \sim +dB/dx \sim -x/(x^2 + R^2)^{5/2}$. Dvs, F_x avtar som $1/x^4$ for store avstander x.
C

---

46) Omsluttet magnetisk fluks endres ikke dersom spolen trekkes i y-retning, dvs parallelt med den lange strømførende lederen.
E

---

47) Resonans-vinkelfrekvensen i en LC-krets er $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. (Mekanisk analogi: Masse-fjær-system med $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.) Frekvensen er dermed $f = \omega_0/2\pi = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1/2\pi\sqrt{4.7 \cdot 4.7} \cdot 10^6 = 34$ kHz
E

---

48) Fra Ohms lov har vi resistansens middelverdi $R = V/I = 0.19\ \Omega$. Relativ usikkerhet i resistansen:

$$\frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \sqrt{(0.3/1.5)^2 + (0.1/7.7)^2} = 0.2.$$

Dermed er $\Delta R = 0.19 \cdot 0.2 = 0.04\ \Omega$. Riktig angivelse blir derfor $R = 0.19\ \Omega \pm 0.04\ \Omega$. (Raskere løsning: Vi ser at relativ usikkerhet i I er mye mindre enn relativ usikkerhet i V. Da har vi $\Delta R/R \simeq \Delta V/V$, som er 20%.)
E

---

49) For et mekanisk svingesystem med masse m, fjærkonstant k og dempingskraft $b\dot{x}$ er resonansfrekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ og halvverdibredden til resonanskurven $\Delta\omega = 2\gamma = b/m$. Q-faktoren blir dermed $\mathrm{Q} = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{mk}/b$. Siden induktans L, kapasitans C og resistans R er den elektriske kretsens analogier til hhv m, $1/k$ og b, har vi direkte $\mathrm{Q} = \sqrt{L/C}/R$ som Q-faktor for den elektriske kretsen. Innsetting av oppgitte tallverdier gir $\mathrm{Q} = 9.1 \cdot 10^3$.
A

---

50) Vi har $V_2/V_1 = N_2/N_1$ for en (ideell) transformator. Dermed: $V_2 = 55 \cdot 90/600 = 8.3$ kV.
D
