TFY4102 Fysikk Eksamen 17. august 2018

Løsningsforslag

1) C:

$$V = 4\pi r^3/3 = 5.575\,\mathrm{cm}^3$$

For å anslå usikkerheten i V kan vi regne ut V med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 5.729 og 5.425 cm^3, så vi ser at usikkerheten i V er ca 0.15 cm^3. Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta V/V = 3\Delta r/r \quad \Rightarrow \quad \Delta V = 3V\Delta r/r \simeq 0.15\ \mathrm{cm}^3$$

2) E:

$$\rho = m/V5 = 7.86\ \mathrm{g/cm}^3$$

3) A:

$$I_0 = 2mr^2/5 = 21.2\ \mathrm{g\,cm}^2$$

4) D:

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

$$|\Delta U| = K \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{10gy_0/7} = 0.84\,\mathrm{m/s}$$

5) B: Brattest i $x = \pm L$, med helningsvinkel gitt ved $\tan\theta = dy/dx$. Her er

$$dy/dx = 4y_0x^3/L^4,$$

som i $x = L$ er

$$|dy/dx|_{\max} = 4y_0/L = 0.4.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.4 = 22°$.

6) A: Siden $y = 0$ i $x = 0$, er banen flat, uten krumning i bunnen. Dermed er $a = 0$ her, og $N = mg = 0.43$ N.

7) C: N2 translasjon: $mg\sin\theta - f = ma$. N2 rotasjon om CM: $fr = I_0a/r = 2mar/5$, dvs $f = 2ma/5$, som innsatt i N2 for translasjon gir $mg\sin\theta = 7ma/5$, dvs $a = (5g/7)\sin\theta$. I $x = -L$ er $\theta = 21.8$ grader, slik at $a = 2.6$ m/s^2.

8) E: $P = dK/dt =$ konstant, dvs $P = Fv = mav =$ konstant. Med konstant masse m og jevnt økende kinetisk energi K må det bety at farten v øker mens akselerasjonen a avtar med tiden t. Dermed er verken A, B, C eller D riktig.

9) A: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $v = \sqrt{kx^2/m} = 0.267$ m/s.

10) C: Kula starter i høyde $L - L\cos 60^\circ = L/2$ over banens bunnpunkt. Energibevarelse gir da $mv^2/2 = mgL/2$, dvs $a = v^2/L = g = 9.8$ m/s^2 i det kula passerer banens laveste punkt.

11) B: N2 for klossen på bordet: $S = 3ma$. N2 for klossen utenfor bordet: $mg - S = ma$. Eliminerer a og finner $S = 3mg/4 = 1.8$ N.

12) B: Ombytte av massene gir ligningene $S = ma$ og $3mg - S = 3ma$. Eliminerer a og finner også her $S = 3mg/4 = 1.8$ N. (Men merk at her blir a tre ganger så stor som i forrige oppgave, siden den ytre akselererende kraften er $3mg$ mot mg i forrige oppgave.)

13) E: N2 for kloss A: $F - S - \mu mg - 2\mu mg = ma$. N2 for kloss B: $S - \mu mg = ma$. Addisjon av disse to ligningene gir $F - 4\mu mg = 2ma$, dvs $a = F/2m - 2\mu g = 10$ m/s^2.

14) A: Bilens akselerasjon er v^2/r slik at nettokraften er $F = mv^2/r$. Her er $r = 200/2\pi$ m, $v = 60/3.6$ m/s og $m = 1150$ kg, slik at $F = 10$ kN.

15) B: $mg = Dv_t^2$ slik at $v_t = \sqrt{mg/D} = 5.6$ m/s.

16) A: $P = dK/dt$ som med konstant effekt P gir $\Delta t = \Delta K/P$. Her er $\Delta K = 2K_0 = mv_0^2 = 150 \cdot 15^2 = 33750$ J, slik at $\Delta t = 33750/60000 = 0.56$ s.

17) E: $K_f = K_i + P\Delta t_f = 16875 + 60000 \cdot 2 = 136875$ J, slik at $v_f = \sqrt{2K_f/m} = 42.7$ m/s $= 154$ km/h.

18) C:

$$\tau = I\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad bF = mb^2\ddot{\theta}/3 \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = 3Ft^2/2mb \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{2mb\theta/3F} = 4\,\mathrm{s}$$

19) A: Anta f eks at klossen er trukket en liten lengde x mot høyre. Da vil begge fjærer virke på klossen med krefter mot venstre, henholdsvis $-k_1x$ og $-k_2x$. N2 gir da $-(k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$ eller $\ddot{x} + (k_1 + k_2)x/m = 0$. Dette er en enkel harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$, og dermed frekvens $f = \omega/2\pi = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}/2\pi = 5.6$ Hz.

20) B: $N = t/T = t/(2\pi\sqrt{L/g}) = 45 \cdot 60/(2\pi\sqrt{25/9.81}) = 269$

21) C: Vinkelamplituden avtar eksponentielt med tiden:

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-bt/2m},$$

som med tallverdiene $t = 3600$ s, $m = 40$ kg og $b = 0.0075$ kg/s gir $\theta(3600)/\theta(0) = \exp(-0.3375) = 0.71$, dvs en reduksjon på 29%.

22) C: Eksakt forflytning er $s(t_4) = v_0 t_4 + a t_4^2/2 = 0.1181$ m. Numerisk beregner vi steg for steg. I hvert tidssteg er fartsendringen like stor, da akselerasjonen er konstant: $\Delta v = a\Delta t = (9.81/2) \cdot 0.05 = 0.24525$ m/s.
$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005$ m
$v_1 = v_0 + \Delta v = 0.1 + 0.24525 = 0.34525$ m/s
$s_2 = s_1 + v_1 \Delta t = 0.005 + 0.34525 \cdot 0.05 = 0.0222625$ m
$v_2 = v_1 + \Delta v = 0.34525 + 0.24525 = 0.59050$ m/s
$s_3 = s_2 + v_2 \Delta t = 0.0222625 + 0.59050 \cdot 0.05 = 0.0517875$ m
$v_3 = v_2 + \Delta v = 0.59050 + 0.24525 = 0.83575$ m/s
$s_4 = s_3 + v_3 \Delta t = 0.0517875 + 0.83575 \cdot 0.05 = 0.093575$ m
Feil i s_4: $0.1181 - 0.093575 = 0.024525$ m $= 25$ mm.
Litt mindre tallregning hvis en først innser at $s_4 = 4v_0\Delta t + 6a(\Delta t)^2$.

23) D: Feilen i f eks s_4 er

$$|s(t_4) - s_4| = 2g(\Delta t)^2 \sin\beta \sim (\Delta t)^2$$

Her kan det bemerkes at et kortere tidssteg også medfører at man trenger flere tidssteg for å beregne forflytningen i et gitt tidsrom. Men dette antallet øker *lineært* med $1/\Delta t$, slik at alt i alt blir beregningen mer nøyaktig med et kortere tidssteg.

24) C: Vi ser at systemet har null total impuls. Fellesfarten for de to klossene etter kollisjonen er derfor null, slik at hele den opprinnelige kinetiske energien $3mv^2$ tapes.

25) E: For å bevare total impuls (lik null) og total kinetisk energi (lik $3mv^2$) er eneste mulighet at begge klossene ganske enkelt reverserer sine hastigheter. Dvs, klossen med masse $2m$ har hastighet v mot høyre etter kollisjonen.

26) B: Hver punktladning bidrar like mye til det totale elektriske feltet midt mellom de to. Total feltstyrke der blir

$$E = 2 \cdot q/4\pi\varepsilon_0(d/2)^2 = 2q/\pi\varepsilon_0 d^2$$

27) A: Arbeidet tilsvarer forskjellen i potensiell energi med uendelig avstand og med avstand d:

$$W = U(\infty) - U(d) = 0 - \frac{(-q)\cdot q}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

28) E: $p = 0.0225e \cdot 1.128$ Å $= 0.02538$ eÅ $= 4.0608 \cdot 10^{-31}$ Cm $= 0.122$ D, siden 1 D $= 3.33564 \cdot 10^{-30}$ Cm

29) A: $V(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r$. Med $r = d/2$ har vi da $d = q/2\pi\varepsilon_0 V = 3.0$ mm.

30) B: $dp = x \cdot dq = x \cdot \lambda(x) \cdot dx = (\lambda_0/L^3)x^4 dx$ slik at

$$p = \int dp = (\lambda_0/L^3) \int_{-L}^{L} x^4 dx = 2\lambda_0 L^2/5$$

31) D:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -(2V_0/a^2)(2x\hat{x} - 2y\hat{y} + z\hat{z})$$

som i posisjon $(a, a, 2a)$ gir feltstyrken

$$|\boldsymbol{E}(a, a, 2a)| = (2V_0/a)\sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 4\sqrt{3}V_0/a = 69\,\mathrm{kV/m}$$

32) E: $p = 2q \cdot 3a - q \cdot a = 5qa$ (med retning mot høyre)

33) D:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}(-4/3 + 2/2 - 2/1 + 2/2 - 1/1 - 2/1) = -\frac{13q^2}{12\pi\varepsilon_0 a}$$

34) E: Midt i systemet er $E = 2 \cdot q/4\pi\varepsilon_0(a/2)^2 - 2 \cdot 2q/4\pi\varepsilon_0(3a/2)^2 = 14q/9\pi\varepsilon_0 a^2$

35) A: Kraft på ladningen $2e$:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(-2/1 + 2/2^2 - 4/3^2\right) = -\frac{13e^2}{36\pi\varepsilon_0 a^2}$$

Akselerasjonen blir

$$A = F/m = \frac{13e^2}{36\pi\varepsilon_0 a^2 m}$$

som med $a = 2.00$ mm og $m = 40u$ er ca 1.25 km/s^2

36) C: Metallstykket er et ekvipotensial, da $E = 0$ inni metallet og $\boldsymbol{E}$ står normalt på metallets overflate i alle posisjoner på overflaten.

37) A: $C = (1/5.5 + 1/8.0 + 1/2.5)^{-1}$ nF $= 1.4$ nF.

38) C: Med påtrykt spenning V_0 blir potensialforskjellen mellom kondensatorplatene lik V_0 selv om plateavstanden varieres.

39) B: Ledningenes motstand: $2L/\sigma A = 5.0/60 = 1/12\ \Omega$. Kretsens totale motstand: $0.2533\ \Omega$. Strømstyrke: $I = 9.0/0.2533 = 36$ A

40) E: Total motstand: $R + (1/2R + 1/5R)^{-1} + 3R = 38R/7$. Total strøm: $7V_0/38R$. Andel i høyre gren: 2/7, slik at $I = V_0/19R$.

41) E: I en isobar reversibel prosess i en ideell gass endres T og V. Da endres U, og det gjøres arbeid, dvs $dU \neq 0$ og $dW \neq 0$. Hvis V øker, er $dU > 0$ og $dW > 0$, dvs $dQ = dU + dW > 0$ og $dQ > dW$. Da er det klart at verken A, B, C eller D kan være riktig.

42) B: Adiabat brattere enn isoterm, så vi har her alltid $W_{\mathrm{ad}} < W_T$.

43) A: For isokor: $Q_V = \Delta U$. For isobar: $Q_p = \Delta U + W_p$ med $W_p > 0$, slik at $Q_p > Q_V$.

44) B: $Q = \Delta U + W$, $Q = 10$ J og $W > 0$, slik at $\Delta U < 10$ J.

45) C: $\langle v^2 \rangle \sim T$ dvs $v_{\mathrm{rms}} = a\sqrt{T}$ som reduseres til $a\sqrt{T/2} = 0.7a\sqrt{T}$ hvis temperaturen halveres. Dette er en reduksjon på ca 30 prosent.

46) A: Siden $U = U(T)$, har He og Ne like stor midlere kinetisk energi pr atom ved gitt T.

47) B: $\eta = W/Q_{\mathrm{inn}} = 22/64 = 34\%$.

48) D: $\eta = 4/12 = 33\%$.

49) C: Molar varmekapasitet for en ideell gass ved normale termodynamiske betingelser er av størrelsesorden R (gasskonstanten).

50) C: Isobar utvidelse fra a til b betyr at $T_b > T_a$. Isokor trykkreduksjon fra b til c betyr at $T_c < T_b$. Adiabatisk kompresjon fra c til a betyr at $T_c < T_a$. Alt i alt $T_b > T_a > T_c$.