*TFY4104 Fysikk Eksamen 28. november 2016*

Løsningsforslag

---

1)

$$L = V/A = m/\rho\pi(d/2)^2 = 1.0 \cdot 10^{-3}/10.5 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (55 \cdot 10^{-9}/2)^2 = 4.0 \cdot 10^7 \text{ m}$$

**C**

---

2) Med startposisjon $x = y = 0$ har vi ligningene for konstant akselerasjon: $x = v_x t = v_0 t \cos 30^\circ$ og $y = v_y t + at^2/2 = v_0 t \sin 30^\circ - gt^2/2$. Kula lander ved $y = 0$, som gir tidspunktet $t = v_0/g$ siden $\sin 30^\circ = 0.5$. Horisontal landingsposisjon blir da $x = \sqrt{3}v_0^2/2g$ siden $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$. Starthastigheten er da $v_0 = \sqrt{2xg/\sqrt{3}} = 16$ m/s.

**A**

---

3) $a = dv/dt = (v_0/\tau)\exp(-t/\tau)$ slik at vi har maksimal $a$ ved $t = 0$, $a_{\max} = v_0/\tau = 12.0/1.30 = 9.23$ m/s$^2$.

**D**

---

4) Siden $v = dx/dt$ er

$$x = \int_0^t v(t)dt = |_0^t (v_0 t + v_0 \tau \exp(-t/\tau) = v_0(t - \tau + \tau \exp(-t/\tau)).$$

**E**

---

5) N2: $mg - N = mv^2/R$. Må ha $N > 0$ for ikke å miste kontakten med underlaget. Maksimal fart er dermed gitt ved $mg = mv^2/R$, dvs $v = \sqrt{gR} = 17.2$ m/s, eller 62 km/h.

**E**

---

6) Netto kraft som akselererer de to massene er $Mg - f = Mg - \mu_k Mg = (1 - \mu_k)Mg$, slik at $2Ma = (1 - \mu_k)Mg$, dvs $a = 0.3g$.

**B**

---

7) Mannen kan ikke dra med en kraft som er større enn sin egen tyngde $mg$, dvs $S < mg$. Snordraget $S$ er konstant, og det er i alt en kraft $7S$ på kassa. Denne må være større enn kassas tyngde $Mg$. Dermed: $7mg > 7S > Mg$ eller $M < 7m$.

**D**

---

8) Nettokraft på tauelementet der $F$ angriper er null, slik at $2S \sin 7^\circ = F$, dvs $S = 0.82$ kN.

**C**

---

9) Større akselerasjon på vei opp enn på vei ned, for på vei opp virker tyngdens komponent langs skråplanet og friksjonskraften i samme retning, på vei ned virker de i hver sin retning.

**B**

---

10) Klossene blir liggende i ro dersom summen av maksimal statisk friksjonskraft, $\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 = \mu_1 m_1 g \cos\theta + \mu_2 m_2 g \cos\theta$, er minst like stor som summen av tyngdekomponentene parallelt med skråplanet, $m_1 g \sin\theta + m_2 g \sin\theta$. Dermed:

$$(\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos\theta \geq (m_1 + m_2) g \sin\theta.$$

Med oppgitte tallverdier blir dette $\mu_1 + 2\mu_2 \geq 3$.
**C**

---

11) Snordraget er størst der den største massen henger. N2 for de to massene er da (med $m = 2.00$ kg) $ma = S - mg$ og $2ma = 2mg - S\exp(\mu\pi)$. Vi ganger den første av disse med $\exp(\mu\pi)$, legger sammen ligningene, og eliminerer dermed $S$. Løsning mhp $a$ gir så $a = g(2 - \exp(0.17\pi))/(2 + \exp(0.17\pi)) = 0.78$ m/s$^2$. (Der bare masse-*forholdet*, ikke selve masseverdiene, hadde betydning.)
**A**

---

12) Med A som referansepunkt er dreieimpulsen bevart. Før kollisjonen har prosjektilet banedreieimpuls $mvL/2$. Etter kollisjonen har stang med prosjektil dreieimpuls $I_A\omega$. Her er $I_A = mL^2/4 + ML^2/3$. Umiddelbart etter kollisjonen er da vinkelhastigheten

$$\omega = \frac{mvL/2}{mL^2/4 + ML^2/3} = \frac{v/L}{1/2 + 2M/3m} = \frac{31.5}{0.5 + 300/30} = 3.0 \text{ s}^{-1}.$$

**B**

---

13) Fra formelarket har vi at vinkelfrekvensen for harmoniske svingninger for en fysisk pendel med treghetsmoment $I_A$ og total masse $M + m$ er

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(M+m)gd}{I_A}},$$

der $d$ er avstanden fra A til systemets massesenter. Her er $d = L/2$, som med $I_A = (m/4 + M/3)L^2$ gir

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2L(m/4 + M/3)}{g(m+M)}}.$$

Innsetting av $m = 10$ g, $M = 150$ g og $L = 1.0$ m gir $T = 1.6$ s.
**C**

---

14) For ei kompakt skive med masse $m$ og radius $r$ er $I_0 = mr^2/2$. Med et hull i midten må $I_0$ bli større enn dette, og da er bare E et mulig alternativ.
(Med litt regning: Taperullens treghetsmoment er lik differansen mellom treghetsmomentene til kompakte skiver med radius hhv $r$ og $r/3$ og masse hhv $9m/8$ og $m/8$: $I_0 = (9m/8)r^2/2 - (m/8)(r/3)^2/2 = 5mr^2/9$.)
**E**

---

15) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}/\Delta t$. Her kan vi bruke $\Delta t = 1.218 - 1.201$ s, $1.218 - 1.185$ s eller $1.201 - 1.185$ s, med tilørende $\Delta x$ og $\Delta y$. Alle tre muligheter gir ca 1.6 m/s. (Hhv 1.60, 1.62 og 1.63)
**D**

---

16) $\phi = \arctan(x/y) = \arctan(72.681/38.260) = 62°$.
**D**

---

17) Total energi er bevart, og er lik potensiell energi på toppen: $E = U(0) = mg(r+R)$. Ved vinkelen $\phi$, med ren rulling hele veien, er $U(\phi) = mg(r+R)\cos\phi$ og $K = K_{\text{rot}} + K_{\text{trans}} = m(c+1)V^2/2$. Vi setter $K = U(0) - U(\phi)$, løser mhp $V$ og finner $V = \sqrt{2g(r+R)(1-\cos\phi)/(c+1)}$.
**B**

---

18) Vi har $\sin 45° = \cos 45° = 1/\sqrt{2}$. N2 rotasjon (om kulas CM): $fr = I_0\alpha = (2mr^2/5)\cdot a/r$, dvs $f = 2ma/5$. N2 translasjon (av kulas CM): $mg/\sqrt{2} - f = ma$. Disse ligningene kombinert gir akselerasjon $a = 5g/7\sqrt{2}$. Maksimal friksjonskraft er $f = \mu N = \mu mg/\sqrt{2}$. Vi setter maksimal $f$ lik utregnet $f = 2ma/5$, setter inn utregnet verdi for $a$ og finner minimal $\mu = 2/7$.
**B**

---

19) Kulas CM følger en sirkelbane med radius $R - r$, og har dermed akselerasjon $v^2/(R-r)$, med retning inn mot kuleskallets sentrum (sentripetalakselerasjon). N2 gir dermed $N - mg = mv^2/(R-r)$, dvs $N = mg + mv^2/(R-r) = 9.81 + 0.81^2/0.16 = 14$ N.
**E**

---

20) N2: $F = dp/dt$, slik at tennisballens impulsendring i kollisjonen er

$$\Delta p = \int dp = \int F(t)dt.$$

Siden kollisjonen er elastisk, er ballens hastighet 20 m/s i motsatt retning etter kollisjonen. Da blir $\Delta p = m\Delta v = 0.057 \cdot 40 = 2.28$ kg m/s. Integralet blir bredden ganget med halve høyden (trekant!): $F_0\tau/2$, der $\tau = 0.008$ s. Følgelig er $F_0 = 2.28/0.004 = 570$ N $= 0.57$ kN.
**E**

---

21) Stangas CM er 20 cm til høyre for balansepunktet. Da må vi ha $30m = 20M$, dvs $m/M = 2/3$.
**D**

---

22) Døra kan betraktes som mange tynne stenger, med masse $m$ og lengde $b$, som roterer om en akse A ved enden. Steiners sats gir da treghetsmoment $mb^2/3$ for hver stang, og i alt $I_A = Mb^2/3$ for hele døra.
**B**

---

23) N2 for rotasjon om A: $\tau_A = I_A\alpha$. Her er dreiemomentet konstant, $\tau_A = Fb = 9.3$ Nm, slik at vinkelakselerasjonen $\alpha = \tau_A/I_A = 9.3/10 = 0.93$ s$^{-2}$ er konstant. Fra $\omega = d\phi/dt$ og $\alpha = d\omega/dt$ har vi da $\omega(t) = \alpha t$ og $\phi(t) = \alpha t^2/2$. Vi skal finne tiden $t$ som tilsvarer vinkelen $\phi = \pi$: $t = \sqrt{2\phi/\alpha} = \sqrt{2\pi/0.93} = 2.6$ s.
**C**

---

24) Bevegelse oppover dersom friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg\cos\theta$ er større enn tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg\sin\theta$. Dermed blir betingelsen $\mu > \tan\theta$.
**C**

---

25) Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls før innhoppet: $mvR$. Dreieimpuls etter innhoppet: $I\omega$, med totalt treghetsmoment $I = MR^2/2 + mR^2$. Dermed:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(M/2+m)R^2}{mvR} = \frac{2\pi R(M/2+m)}{mv} = \frac{2\pi \cdot 70}{20 \cdot 4.0} = 5.5 \text{ s.}$$

**E**

26) Med avstand 2.00 nm fra hver av ladningene befinner vi oss i planet som halverer linjen mellom de to. Retningen på $\boldsymbol{E}$ er her horisontalt mot venstre, når vi adderer bidragene fra de to ladningene. Feltstyrken til hvert av de to bidragene er $e/4\pi\varepsilon_0 r^2$, med $r = 2.00$ nm. Vi trenger komponentene horisontalt, og må derfor gange dette med cosinus til vinkelen mellom horisontallinjen og linjen fra $e$ til den aktuelle posisjonen 2.00 nm unna. Det gir en faktor 1/4. Dermed: $E = 2\cdot(e/4\pi\varepsilon_0 r^2)\cdot(1/4) = 2\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\cdot 9\cdot 10^9/(4\cdot 10^{-18}\cdot 4) = 1.80\cdot 10^8$ V/m = 180 MV/m.
**C**

---

27) Alle de fire planene bidrar til det totale elektriske feltet med $\sigma/2\varepsilon_0$, med retning bort fra planet. Når vi legger sammen de fire bidragene i de fem ulike områdene, blir feltstyrken lik null i midten, $\sigma/\varepsilon_0$ mellom de to øverste og mellom de to nederste, og $2\sigma/\varepsilon_0$ helt på utsiden. Figur A passer med dette.
**A**

---

28) Potensialet fra en punktladning er $V(r) = q/4\pi\varepsilon_0 r$ når $V(r \to \infty)$ er satt til null. Med $V = 15000$ V og $q = 15 \cdot 10^{-6}$ C finner vi

$$r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 V} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{15 \cdot 10^{-6}}{15000} = 9.0 \text{ m}$$

Med SI-enheter for alle størrelser som inngår er vi garantert at svaret også kommer ut i SI-enhet, dvs m.
**D**

---

29) $p = Qd = CVd = 5.1 \cdot 2.7 \cdot 3.5 \cdot 10^{-6+3-3} = 48 \cdot 10^{-6}$ Cm = 48 $\mu$C m.
**D**

---

30) Bidragene fra de to ladningene $-q$ kansellerer. Bidragene fra $4q$ og $-2q$ har samme retning (på skrå oppover mot venstre) og må legges sammen. Avstanden fra midten til et hjørne er $a/\sqrt{2}$. Dermed er $F = 3q^2/\pi\varepsilon_0 a^2$.
**A**

---

31) I stor avstand ser dette ut som en punktladning $-q$. Da er feltstyrken ganske enkelt $q/4\pi\varepsilon_0 r^2$.
**B**

---

32) Feltlinjer starter på positiv og ender på negativ ladning. Dermed er $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$ og $Q_3 > 0$.
**B**

---

33) Feltlinjer går fra høyt mot lavt potensial, og metallbiter (ledere) er ekvipotensialer. Dermed er $V_a = V_b > V_c$.
**E**

---

34) Sirkler med sentrum i origo gir konstant verdi for $V$.
**C**

---

35) $F_x = qE_x = -q dV/dx = -eV_0 \cdot 2x/a^2$ (og helt tilsvarende for kraften i $y$-retning, $F_y$). Newtons 2. lov gir da $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ (harmonisk oscillator) med $\omega_0^2 = 2V_0 e/m_e a^2$, og dermed $T = 2\pi\sqrt{m_e a^2/2V_0 e}$. Innsetting

av oppgitte tallverdier gir $T = 11$ ps.
**D**

---

36) $C = (1 + 1/3 + 1/5 + 1/7 + 1/9)^{-1} = 0.56\ \mu$F.
**B**

---

37) Kretsen har motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$ (parallellkobling) og kapasitans $C + C = 2C$ (parallellkobling), og dermed tidskonstant $RC$.
**C**

---

38) Dette er en parallellkobling:
$C = 7\varepsilon_0(A/2)/d + \varepsilon_0(A/2)/d = 4\varepsilon_0 A/d$.
**D**

---

39) Dette er en seriekobling:
$C = (1/(7\varepsilon_0 A/(d/2)) + 1/(\varepsilon_0 A/(d/2)))^{-1} = 7\varepsilon_0 A/4d$.
**B**

---

40) Med gitt spenning $V_0$ mellom kondensatorplatene blir den elektriske feltstyrken dobbelt så stor hvis plateavstanden halveres: $E_i = V_0/d \to E_f = V_0/(d/2) = 2V_0/d$. Det betyr at energitettheten firedobles siden $u_E = \varepsilon_0 E^2/2$. Kombinert med halvering av volumet betyr det at energien $U$ dobles.
**D**

---

41) Motstanden pr meter ($l = 1$ m) er

$$R = \frac{l}{\sigma A} = \frac{1}{6.0 \cdot 10^7 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{150}\ \Omega = 6.7\ \text{m}\Omega.$$

**B**

---

42) Kretsens totale (ekvivalente) motstand er $R + R + (1/R + 1/2R)^{-1} = 2R + 2R/3 = 8R/3$. Total strøm levert av spenningskilden er dermed $V_0/(8R/3) = 3V_0/8R$. Denne må fordele seg med 2/3 gjennom motstanden midt i figuren, og 1/3 gjennom de to til høyre, dvs $I = V_0/8R = 1.0$ A.
**A**

---

43) Ingen avbøyning dersom elektrisk kraft (oppover) og magnetisk kraft (nedover) er like store i absoluttverdi: $eE = evB$, dvs $v = E/B = 10^6$ m/s.
**D**

---

44) Maksimalt dreiemoment når spolen er orientert som i figuren, med størst mulig arm for den magnetiske kraften på strømmen $I$. Med lengde $L$ (der $I$ er angitt i figuren) og bredde $b$ blir magnetisk kraft på hver lederbit med lengde $L$ lik $ILB$, og med arm $b/2$ blir dreiemomentet pr vikling $ILB \cdot (b/2) \cdot 2 = ILbB = IAB$. Totalt dreiemoment på $N$ viklinger: $NIAB$. Med tallverdier: $200 \cdot 10 \cdot 0.50 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 20$ Nm.
**C**

---

45) Magnetisk feltstyrke på aksen til sirkulær strømsløyfe $B(x)$ er oppgitt i formelvedlegget. Dipolens po-

tensielle energi er $U(x) = -mB(x)$, der $B(x) \sim 1/(x^2 + R^2)^{3/2}$. Kraften i $x$-retning er $F_x = -dU/dx$, som betyr at $F_x \sim +dB/dx \sim -x/(x^2 + R^2)^{5/2}$. Alternativ E stemmer med dette.
**E**

---

46) Omsluttet magnetisk fluks endres ikke dersom spolen trekkes i $y$-retning, dvs parallelt med den lange strømførende lederen.
**B**

---

47) Resonansfrekvensen i en $LC$-krets er $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. (Mekanisk analogi: Masse-fjær-system med $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.) Perioden er dermed $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{2.50 \cdot 2.50} \cdot 10^{-6} = 5\pi \cdot 10^{-6}$ s $= 15.7$ $\mu$s.
**E**

---

48) Fra Ohms lov har vi resistansens middelverdi $R = V/I = 3.0\ \Omega$. Relativ usikkerhet i resistansen:

$$\frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \sqrt{(0.3/7.5)^2 + (0.2/2.5)^2} = 0.089.$$

Dermed er $\Delta R = 3.0 \cdot 0.089 = 0.27\ \Omega \simeq 0.3\ \Omega$. Riktig angivelse blir derfor $R = 3.0\ \Omega \pm 0.3\ \Omega$.
**B**

---

49) For et mekanisk svingesystem med masse $m$, fjærkonstant $k$ og dempingskraft $b\dot{x}$ er resonansfrekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ og halvverdibredden til resonanskurven $\Delta\omega = 2\gamma = b/m$. Q-faktoren blir dermed $\mathrm{Q} = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{mk}/b$. Siden induktans $L$, kapasitans $C$ og resistans $R$ er den elektriske kretsens analogier til hhv $m$, $1/k$ og $b$, har vi direkte $\mathrm{Q} = \sqrt{L/C}/R$ som Q-faktor for den elektriske kretsen. Innsetting av oppgitte tallverdier gir $\mathrm{Q} = 277$.
**A**

---

50) Vi har $V_2/V_1 = N_2/N_1$ for en (ideell) transformator. Dermed: $V_2 = 2.4 \cdot 200/1600 = 0.3$ kV.
**A**

---