TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 1.

Oppgave 1

$$\begin{aligned} d_1 &= 10^{35}\,\text{Å} = 10^{35}\cdot 10^{-10}\,\text{m} = 10^{25}\,\text{m} \\ d_2 &= 1000\,\text{ly} = 1000\cdot 9.461\cdot 10^{15}\,\text{m} = 9.461\cdot 10^{18}\,\text{m} \\ d_3 &= 10^{20}\,\text{nautiske mil} = 10^{20}\cdot 1852\,\text{m} = 1.852\cdot 10^{23}\,\text{m} \\ d_4 &= 0.9144\cdot 10^{23}\,\text{m} \end{aligned}$$

Dermed blir $d_2 < d_4 < d_3 < d_1$. Riktig svar: C.

Oppgave 2
Vi regner om 40 psi til SI-enheten Pa (pascal):

$$40\,\text{psi} = 40\cdot\frac{0.45359237\,\text{kg}\cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{(25.4\cdot 10^{-3}\,\text{m})^2} \simeq 2.76\cdot 10^5\,\text{Pa}.$$

Legger til 1 atm for det omgivende atmosfæretrykket og får $3.77\cdot 10^5$ Pa. Riktig svar: A.

Oppgave 3
Vi må her reise sørover, så med $\hat{y}$ nordover, kan vi uten videre eliminere B, D og E. Hvis du har reist noen ganger mellom Trondheim og Drammen (evt Oslo), vet du at distansen med f.eks bil er et sted mellom 50 og 60 mil. En rett linje mellom de to byene må vel da være en del kortere enn dette, f.eks som i alternativ C, 41 mil. Vi kan regne ut buelengden (der vi antar en kuleformet jordklode):

$$s = R\phi = 6371\,\text{km}\cdot 3.8^\circ\cdot\frac{\pi}{180^\circ} \simeq 423\,\text{km},$$

litt lenger enn en rett linje fra Trondheim til Drammen. Riktig svar: C.

Oppgave 4
Alle tre påstandene er riktige. Nr 1 er vel åpenbart riktig, og det samme gjelder nr 3: Et legeme i rettlinjet bevegelse med konstant fart har null akselerasjon. Hva så med nr 2? Å være i ro er det samme som å ha hastighet lik null. Hvis du kaster en ball rett opp i lufta, er hastigheten null på toppen, der ballen snur. Med andre ord, ballen er i ro på toppen av banen. Men, som kjent, er akselerasjonen hele tiden lik g, tyngdens akselerasjon, med retning ned mot bakken, og altså ikke lik null. Riktig svar: E.

Oppgave 5
Figuren viser at $x(t)$ er en parabel, med negativ krumning. Dermed har akselerasjonen, $a(t) = \ddot{x}(t)$, konstant og negativ verdi. Ved $t = 1$ s ser vi at hastigheten er positiv, $v(t) = \dot{x}(t) > 0$. Riktig svar: B.

Oppgave 6
Ved $t = 4$ s ser vi at hastigheten er negativ, $v(t) = \dot{x}(t) < 0$. Riktig svar: C.

Oppgave 7
Ved $t = 2.5$ s ser vi at hastigheten er lik null, $v(t) = \dot{x}(t) = 0$. Riktig svar: A.

Oppgave 8
Her er du i ren sirkelbevegelse med konstant absoluttverdi av hastigheten, $v = |\boldsymbol{v}| = 80000\,\text{m}/3600\,\text{s} \simeq 22.2\,\text{m/s}$. Da er din akselerasjon lik sentripetalakselerasjonen,

$$a = a_\perp = v^2/r \simeq (22.2\,\text{m/s})^2/(300\,\text{m}/(2\pi)) \simeq 10\,\text{m/s}^2.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 9
Notasjonsavklaring: $\exp(x)$ er det samme som e^x.
Innsetting av tidspunktet $t = 10.0$ s gir posisjonen

$$x(10.0) = 5.00\,\mathrm{m} \cdot \frac{10.0\,\mathrm{s}}{10.0\,\mathrm{s}} \cdot \exp(-10.0\,\mathrm{s}/10.0\,\mathrm{s}) = 5.00\,\mathrm{m}/e \simeq 1.84\,\mathrm{m}.$$

Riktig svar: B.

Oppgave 10
I det bilen snur, er hastigheten lik null. (Nok en illustrasjon av påstand nr 2 i oppgave nr 4.) Med andre ord,

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{x_0}{\tau}\exp(-t/\tau)\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) = 0,$$

som er oppfylt ved tidspunktet $t = \tau = 10.0$ s. Fra oppgave 9 vet vi at bilen er i posisjon $x = 1.84$ m ved dette tidspunktet. Riktig svar: B.

Oppgave 11
Hmm... Her burde det nok ha vært presisert at det dreier seg om tidsrommet $t \geq 0$. Hvis vi antar det, er det to muligheter: Enten har bilen maksimal hastighet ved $t = 0$, eller ved et senere tidspunkt der akselerasjonen er $a = dv/dt = 0$. Uttrykket for $v(t)$ i forrige oppgave gir $v(0) = x_0/\tau = 0.5\,\mathrm{m/s}$. Null akselerasjon har vi ved et tidspunkt t bestemt av

$$a = dv/dt = \frac{x_0}{\tau^2}\exp(-t/\tau)\left(\frac{t}{\tau} - 2\right) = 0,$$

dvs ved $t = 2\tau = 20.0$ s. Hastigheten ved dette tidspunktet er

$$v(20.0) = \frac{5.00}{10.0}\,\mathrm{m/s} \cdot e^{-2} \cdot (-1) \simeq (-)0.07\,\mathrm{m/s},$$

som er mindre enn $v(0) = 0.5$ m/s. Riktig svar: A.

Oppgave 12
Dette regnet vi ut i forrige oppgave: $a = 0$ ved tidspunktet $t = 20$ s. Riktig svar: E.

Oppgave 13
Vi har sammenhengen $v = \omega r$ mellom hastighet v, vinkelhastighet ω og radius (avstand fra sentrum) r ved sirkelbevegelse. Her er $\omega(0) = \omega_0 = 0.50$ s^{-1} og $r = 5.0$ m, slik at $v(0) = 2.5$ m/s. Riktig svar: C.

Oppgave 14
Sentripetalakselerasjonen ved $t = 0$ er

$$a_\perp(0) = \omega_0^2 r = 0.50^2 \cdot 5.0\,\mathrm{m/s^2} = 1.25\,\mathrm{m/s^2}.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 15
Baneakselerasjonen er

$$a_\parallel(t) = \frac{dv}{dt} = r\,\frac{d\omega}{dt} = -\frac{r\omega_0^2}{50}\exp(-\omega_0 t/50),$$

slik at $|a_\parallel(0)| = r\omega_0^2/50 = 5.0 \cdot 0.50^2/50 = 0.025\,\mathrm{m/s^2} = 2.5\,\mathrm{cm/s^2}$. Riktig svar: B.

Oppgave 16
Vinkelakselerasjonen er

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r}\frac{dv}{dt} = \frac{a_\parallel}{r} = -\frac{\omega_0^2}{50}\exp(-\omega_0 t/50),$$

slik at $|\alpha(0)| = \omega_0^2/50 = 0.50^2/50 = 0.005\,\mathrm{s}^{-2}$. Riktig svar: A.

Oppgave 17
En runde tilsvarer en omløpt vinkel 2π. I løpet av et lite tidsrom dt snurrer karusellen en liten vinkel $d\phi = \omega\,dt$. Tiden t_1 det tar å snurre en runde er da gitt ved ligningen

$$2\pi = \int_0^{t_1} \omega(t)\,dt = |_0^{t_1}(-50)\exp(-\omega_0 t/50) = 50 - 50\exp(-\omega_0 t_1/50).$$

Vi trekker fra 50 og dividerer med -50 på begge sider, deretter tar vi ln på begge sider og dividerer med $-\omega_0/50$ på begge sider. Da sitter vi igjen med

$$t_1 = -\frac{50}{\omega_0}\ln\frac{50-2\pi}{50} \simeq 13.4\,\mathrm{s}.$$

En raskere vei til riktig svar finner vi ved å innse at karusellens vinkelhastighet ikke avtar særlig mye i løpet av den første runden. Med konstant vinkelhastighet ω_0 ville omløpstiden (perioden) ha vært $T = 2\pi/\omega_0$, som her blir ca 12.6 s. En svakt avtagende vinkelhastighet gir, som vi ser, en litt lengre tid t_1 for første runde. Riktig svar: B.

Oppgave 18
Vi finner total omløpt vinkel ved å integrere $\omega(t)\,dt$ fra $t = 0$ til $t = \infty$, siden karusellen ikke stopper helt ($\omega = 0$) før etter uendelig lang tid:

$$\phi_{\mathrm{tot}} = \int_0^\infty \omega(t)\,dt = 50.$$

Divisjon med 2π gir antall hele omløp:

$$N = 50/2\pi \simeq 8.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 19
Her er $dy/dx = 2x/a$ og $d^2y/dx^2 = 2/a$, slik at banens krumningsradius er $R(x) = [1 + 4x^2/a^2]^{3/2}/(2/a)$ som er minimal i $x = 0$, $R(0) = a/2$. Riktig svar: C.

Oppgave 20
Vi kjenner her $v(y)$ og $y(x)$, og kan dermed regne ut både $v(x)$ og $\dot{v}(x)$, dvs både sentripetalakselerasjonen v^2/R (siden vi også kjenner krumningsradien $R(x)$) og baneakselerasjonen $\dot{v}$. Vi har direkte at $v(0) = \sqrt{2gh}$, som med $R(0) = a/2$ gir $v^2/R = 4gh/a$ i $x = 0$. Dette er total akselerasjon i $x = 0$, da baneakselerasjonen er null her:

$$\dot{v} = \frac{dv}{dy}\frac{dy}{dt} = -\frac{g\dot{y}}{\sqrt{2g(h-y)}},$$

og

$$\dot{y} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{2x\dot{x}}{a}.$$

Ved $x = 0$ er $\dot{y} = 0$, og dermed også $\dot{v} = 0$. Riktig svar: E.