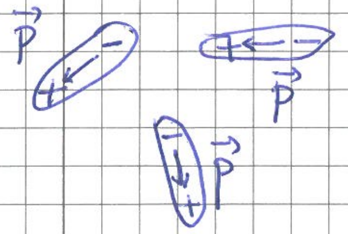
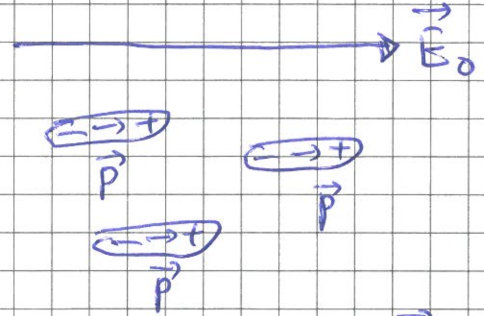
Isolatorer

- Ingen frie ladninger, men "bundet" ladning som polariseres i ytre felt $\vec{E}_0$:

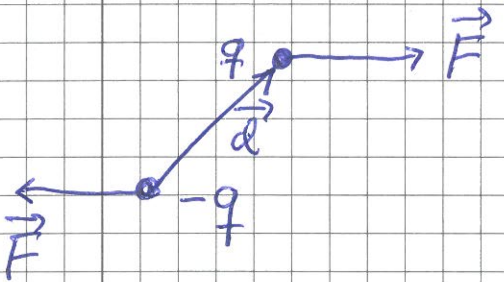




$\sum_i \vec{p}_i \approx 0$ når $\vec{E}_0 = 0$

$\sum_i \vec{p}_i \neq 0$ når $\vec{E}_0 \neq 0$

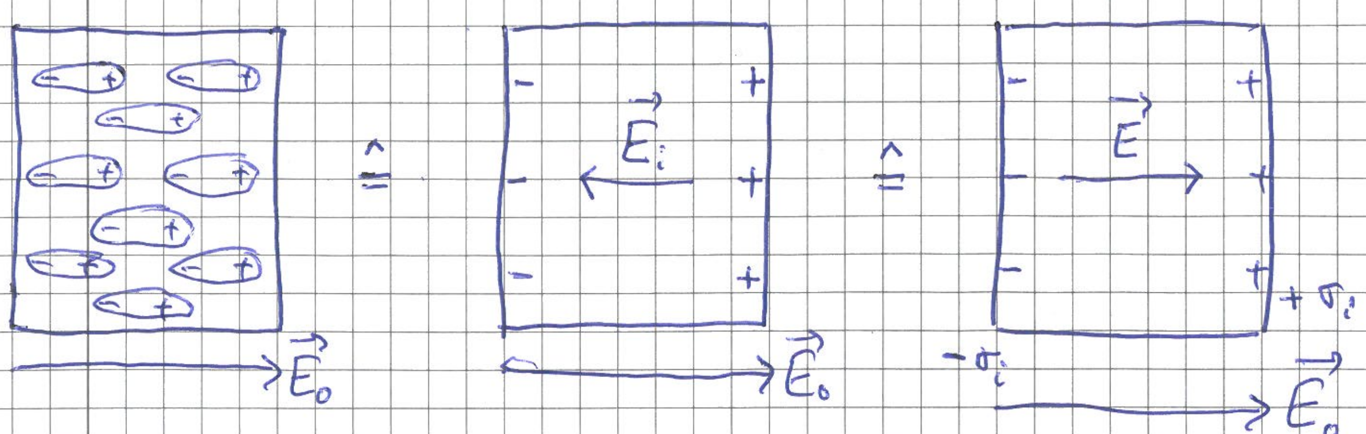
- Ytre felt $\vec{E}_0$ $\Rightarrow$ Innretting av dipoler: [Øving Nr 3]



Dreiemoment: $|\vec{\tau}| = pE_0 \sin\theta$

$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0$

- Netto makroskopisk effekt av ytre $\vec{E}_0$:



- • $\rho = 0$ inni; indusert nettoladning $\pm\sigma_i$ på overflaten
  • indusert felt $\vec{E}_i$ inni $\Rightarrow$ svekket felt inni: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$

$|\vec{E}| = |\vec{E}_0| - |\vec{E}_i|$

Isolatorens <u>relative permittivitet</u> (evt. dielektrisitets-konstant) ε_r def ved

$$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0}$$

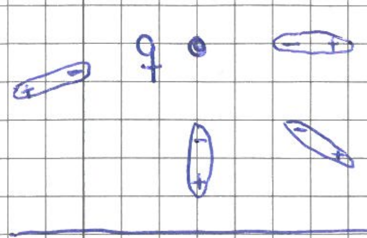
$[\varepsilon_r] = 1$

Stoff	ε_r	Stoffets permittivitet $\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$
Vakuum	1	ε_0
Tørr luft	1,00054	$1.00054\,\varepsilon_0$
Plast	2 – 6	$(2-6) \cdot \varepsilon_0$
Rent vann	80	$80\,\varepsilon_0$
Perfekt metall	∞	∞

Felt fra ladning q i vakuum: $E_{vac}(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Felt ——— " ——— dielektrikum med relativ perm. ε_r:

$$E(r) = \frac{1}{\varepsilon_r} E_{vac}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon\, r^2}$$



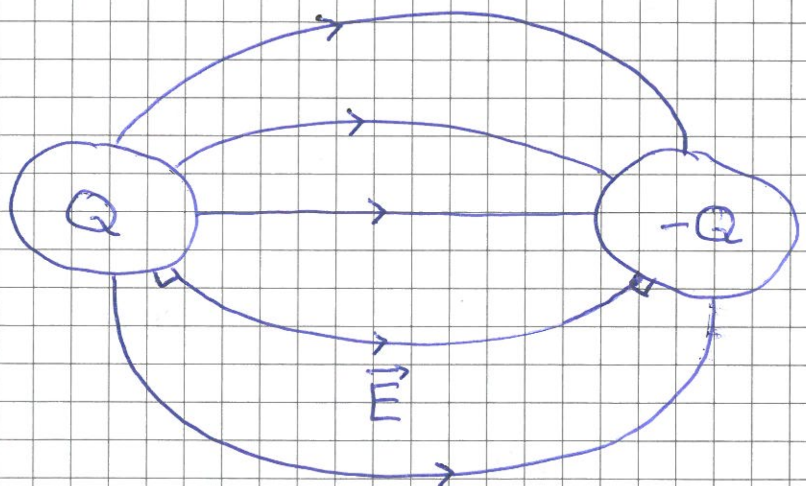
Svekket felt pga polarisering av mediet rundt q

Lysfarten i vakuum: $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s; i dielektrikum: $v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} < c$

Brytningsindeksen til et stoff: $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

Kondensator og kapasitans [YF 24; LHL 20]

- Kondensator = To ledere med ladning $\pm Q$:



- Coulombs lov $\Rightarrow$ E prop. med Q

$$\Rightarrow V = V_+ - V_- = -\int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

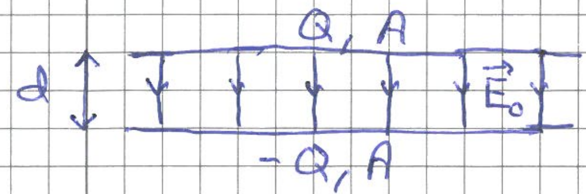
også prop. med Q

Kondensatorens <u>kapasitans</u>:

$$\boxed{C = Q/V}$$

- $[C] = C/V = F$ (farad)
- Kretssymbol: —| |— C
- Lagrer ladning og energi
- C avhenger av utforming og medium mellom lederne
- Beregning av C: Anta $\pm Q$ og regn ut V; da er $C = \dfrac{Q}{V}$

Platekondensator:



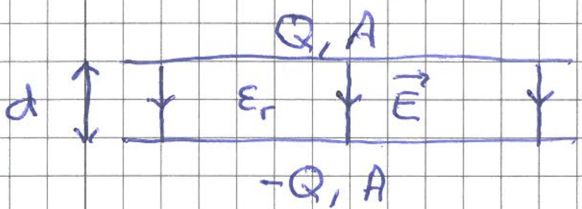
$d \ll \sqrt{A} \Rightarrow$ uniformt $E_0 = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q/A}{\varepsilon_0}$ mellom platene

$$\Rightarrow V_0 = E_0 d = \frac{Q d}{\varepsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow C_0 = \frac{Q}{V_0} = \underline{\underline{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

medium — geometri

Hvis fylt med dielektrikum med relativ perm. ε_r :



$$E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0 = \frac{Q/A}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \Rightarrow V = E d = \frac{Q d}{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{Q}{V} = \underline{\underline{\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

medium — geometri

Dvs: Kapasitansen er <u>økt</u> med faktor $\varepsilon_r > 1$

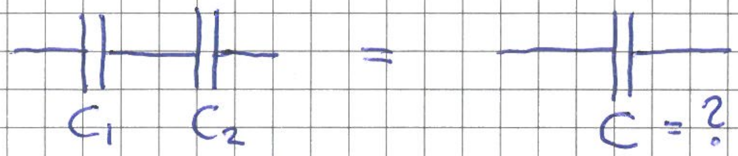
Eks: $A = 1\,cm^2$, $d = 1\,mm$, $\varepsilon_r = 4 \Rightarrow C \approx 3.5\,pF$

[$C = 1\,F$, $d = 1\,mm$ og $\varepsilon_r = 4$ krever areal $A \approx 3 \cdot 10^7\,m^2$!]

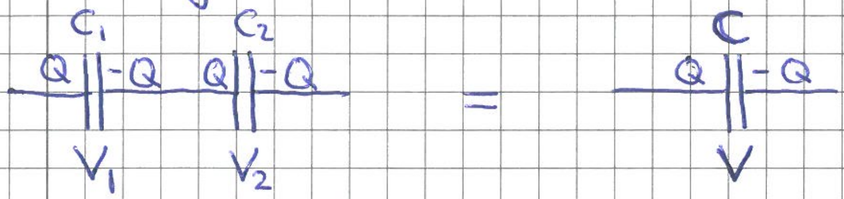
Når $[C] = F$, har vi $[\varepsilon] = [C \cdot d/A] = \underline{F/m}$

Kobling av flere kapasitanser [YF 24.2; LHL 20.2]

Seriekobling:



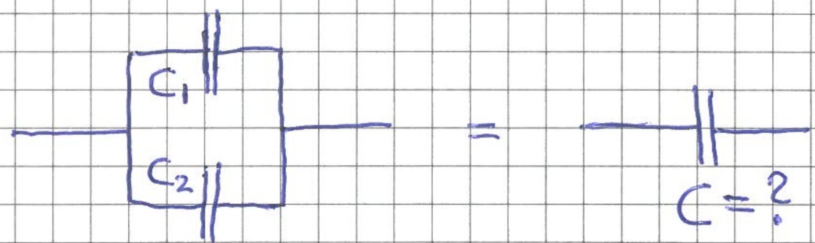
Lik ladning $\pm Q$:



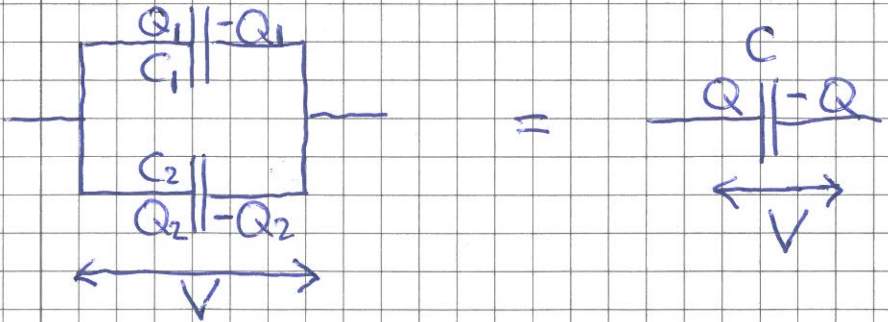
$$\Rightarrow \quad V_1 + V_2 = V \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Med N stk i serie: $\boxed{C^{-1} = \sum_{j=1}^{N} C_j^{-1}}$

Parallellkobling:



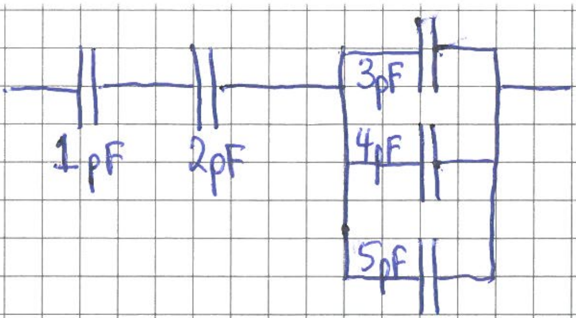
Likt potensialfall (lik spenning) V:



$$\Rightarrow \quad Q_1 + Q_2 = Q \quad \Rightarrow \quad C_1 V + C_2 V = C V$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{C = C_1 + C_2}$$

Med N stk i parallell: $\boxed{C = \sum_{j=1}^{N} C_j}$

Eks 1: 

Total $C = ?$

Løsning: $C = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3+4+5} \right\}^{-1} \text{pF} = \left(\frac{19}{12}\right)^{-1} \text{pF} = \underline{\underline{\frac{12}{19}\,\text{pF}}}$

Eks 2: 

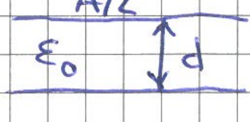
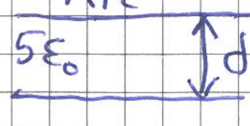
$d = 1$ mm, $A = 2$ cm^2

$C = ?$

Løsning: Konstant potensial på gitt leder ⇒ samme (totale) elektriske felt i venstre og høyre halvdel ⇒ $Q/6$ og $5Q/6$ på hhv venstre og høyre halvdel, fordi dielektrikum til høyre svekker feltet med faktor $1/\varepsilon_r = 1/5$:

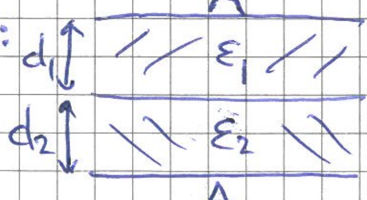
$$E = \sigma/\varepsilon_0 = \left(\frac{Q/6}{A/2}\right)/\varepsilon_0 = \frac{Q}{3\varepsilon_0 A}$$

$$V = Ed = \frac{Qd}{3\varepsilon_0 A} \Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \underline{\underline{3\varepsilon_0 A/d}}$$

⇒ Som parallellkobling av  og :

$$C = \varepsilon_0 \frac{A/2}{d} + 5\varepsilon_0 \frac{A/2}{d} = \underline{3\varepsilon_0 A/d}$$

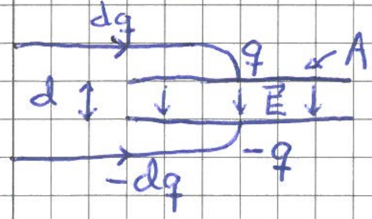
~~~

Tilsvarende: 

$\hat{=}$ Seriekobling av to med likt areal, tykkelse hhv d_1 og d_2
~~~

Energi i $\vec{E}$ - felt [YF 24.3; LHL 20.4]

Oppladning av kondensator gir økt potensiell energi U som lagres i $\vec{E}$-feltet:



Økning fra $\pm q$ til $\pm(q+dq)$ øker pot.energi med

$$dU = v(q)\,dq = \frac{q}{C}\,dq$$

$\Rightarrow$ Oppladning fra $q=0$ til $q=Q$ gir pot. energi:

$$U = \int dU = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2} = \frac{1}{2}CV^2$$

Med $C = \varepsilon_0 A/d$ og $V = Ed$:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \cdot \underbrace{(Ad)}_{\text{= volum mellom platene, der } E \neq 0}$$

$\Rightarrow$

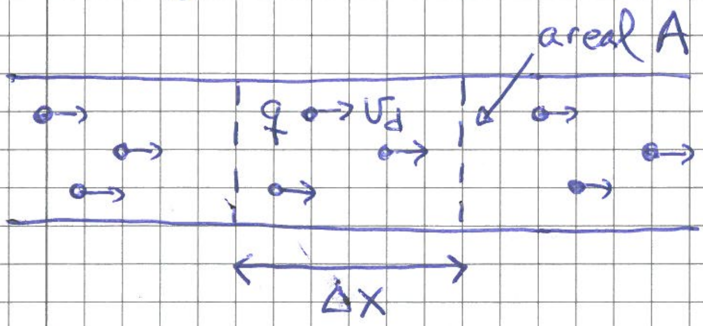
Energi pr volumenhet i elektrisk felt er

$$\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

(Gjelder generelt)

Elektrisk strøm [YF 25,26 ; LHL 21,22]

Strøm og strømtetthet [YF 25.1 ; LHL 21.1]



Leder med n frie ladninger q pr volumenhet, med midlere driftshastighet v_d langs lederen

Elektrisk strøm (-styrke):

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \to 0} \frac{dQ}{dt}$$

= ladning som passerer tverrsnitt av lederen pr tidsenhet

$$[I] = C/s = A \quad \text{(ampere)}$$

På tid $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_d}$ passerer ladning

$$\Delta Q = q \cdot \Delta N = q \cdot n \cdot \Delta V = q \cdot n \cdot \Delta x \cdot A$$

tverrsnittet med areal A

$$\Rightarrow I = \frac{q n \Delta x A}{\Delta x / v_d} = n q v_d A$$

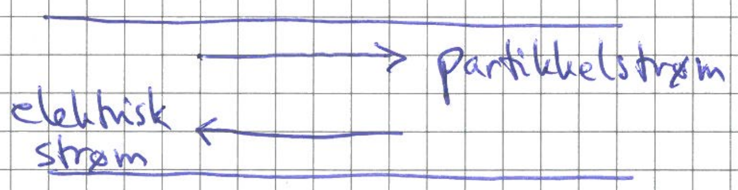
Strømtetthet:

$$j = I/A = \text{strøm pr flateenhet}$$

$$[j] = A/m^2$$

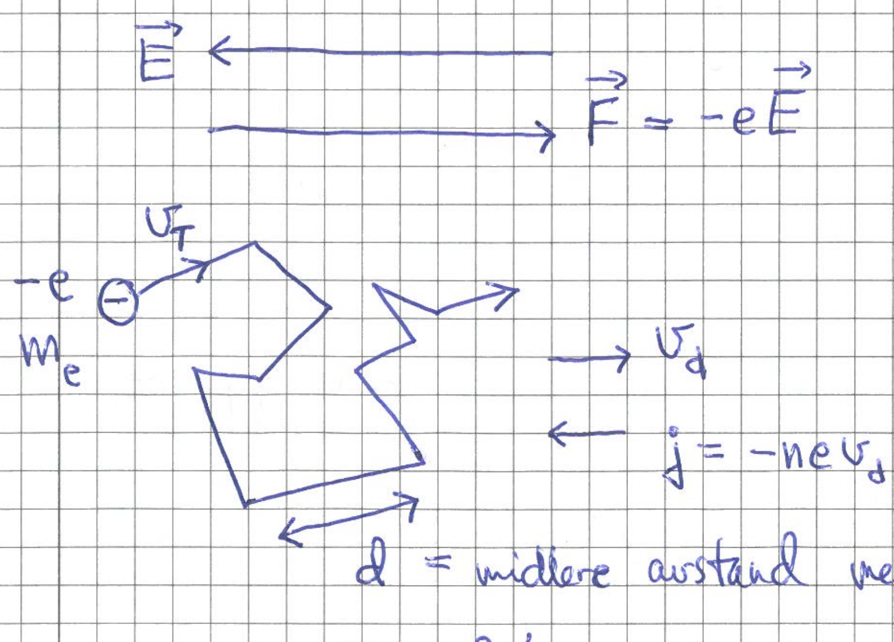
$$\Rightarrow \quad j = \frac{nqv_d A}{A} = nqv_d \qquad \left[\text{Strengt tatt: } \vec{j} = nq\vec{v}_d\right]$$

I metall: $q = -e \quad \Rightarrow \quad j = -nev_d$



Ohms lov [YF 25.2, 25.6; LHL 21.2, 21.4]

Frie elektroner kolliderer i metallet:



d = midlere avstand mellom kollisjoner

$\tau = d/v_T$ = midlere tid —— " ——

Midlere elektronhastighet v_T ved temperatur T:

$$\frac{1}{2} m_e v_T^2 = \frac{3}{2} k_B T \Rightarrow v_T = \sqrt{3 k_B T / m_e} \sim 10^5 \text{ m/s}$$

ved $T = 300\text{K}$ $\quad (k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \; ; \; m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$

$$\Rightarrow \tau = d / v_T \sim 10^{-9} \text{m} / 10^5 \text{m/s} = 10^{-14} \text{s}$$

$$\text{N2}: \quad F = m_e a \Rightarrow -eE = m_e \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx m_e \frac{v_d}{\tau}$$

$$\Rightarrow v_d \approx -\frac{e\tau}{m_e} E$$

$$\Rightarrow j = -n e v_d = \frac{n e^2 \tau}{m_e} E$$

Ohms lov (på "mikroskopisk" form):

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

med <u>konduktivitet</u> (elektrisk ledningsevne)

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m_e} \qquad \text{(Paul Drude ca 1900)}$$

$$[\sigma] = [j/E] = (\text{A/m}^2)/(\text{V/m}) = \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{m}} \quad \left(= \frac{\text{C}^2 \text{s}}{\text{kg m}^3} \right)$$

Eks: Anslå σ i Cu. Anslå v_d når $E = 1$ mV/m.

Løsn: $m_{Cu} \approx 63$ g/mol ; 8.96 g/cm^3 $\Rightarrow 8.5 \cdot 10^{28}$ Cu pr m^3

Anta 1 fritt elektron pr Cu $\Rightarrow \sigma \sim 2.4 \cdot 10^7 \; \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$

$\sigma_{exp} \approx 6 \cdot 10^7 \; \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ ved $20°$C

$v_d \sim e\tau E / m_e \sim 10^{-6}$ m/s (!) $\ll v_T \sim 10^5$ m/s