ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Hovedtema:

I. Elektrostatikk. Ledere, isolatorer [YF 21-24; LHL 19-20]
II. El. strøm, DC-kretser [YF 25-26; LHL 22-22]
III. Magnetostatikk. Magnetisme [YF 27-28; LHL 23,26]
IV. E.m. induksjon. AC-kretser [YF 29-31; LHL 24,25,27]

[Ikke Gauss' lov og Amperes lov]

Plan: Rød tråd fra Coulombs lov til hvordan kretselementer som motstand (R), kondensator (C) og induktans/spole (L) virker.

I. Elektrostatikk [YF 21-24; LHL 19-20]

Elektrisk ladning [YF 21,1; LHL 19.1]

Materie = Atomer

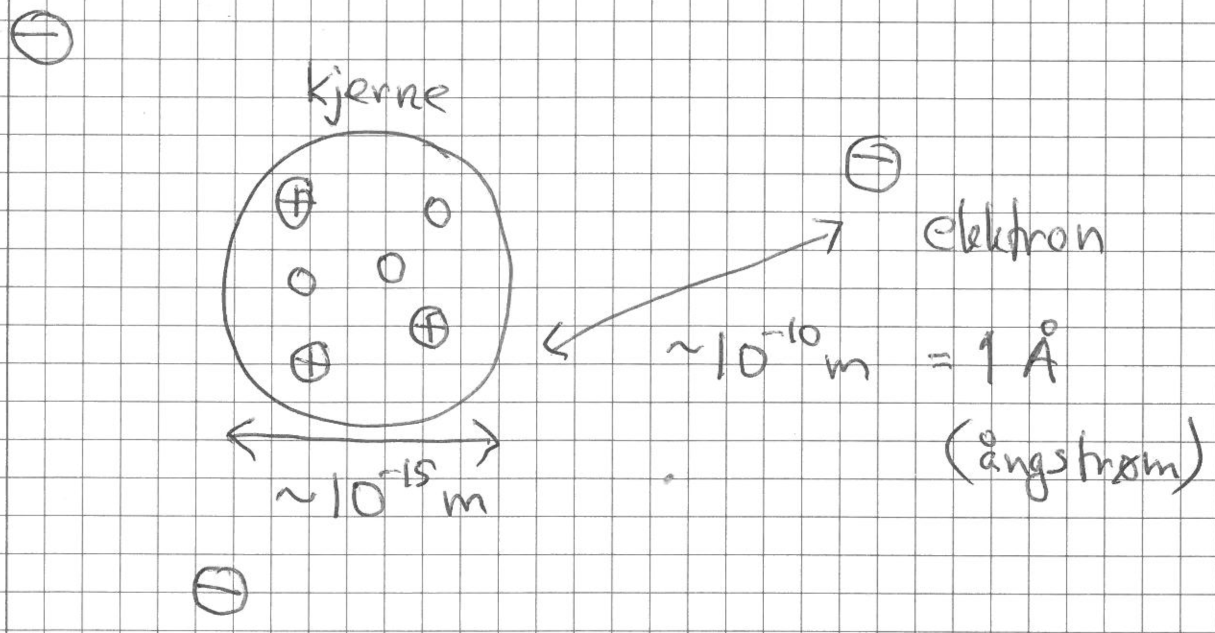
Atom = Kjerne + Elektroner

Kjerne = Protoner + Nøytroner (= kjernepartikler)

En kjernepartikkel = Tre kvarker

Elektroner og kvarker er <u>elementærpartikler</u>.

Atom:



Elementærpartiklene har <u>kvantisert ladning</u> (og masse):

[Kvarker har $q_k = -\frac{e}{3}$ eller $+\frac{2e}{3}$.]

Elektron: ⊖ $q_e = -e$ $m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg

Proton: ⊕ $q_p = +e$ $m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg

Nøytron: O $q_n = 0$ $m_n \approx$ —"—

Exp: Kvantisert elektronladning påvist av R. Millikan i oljedråpeforsøk [NP 1923]

[NP = NobelPris]

Nøytrale atomer med atomnummer Z har
Z protoner og Z elektroner

$$\Rightarrow Q = Z \cdot e + Z \cdot (-e) = 0$$

Ioner er atomer og molekyler med overskudd eller underskudd av elektron(er):

Eks:

O^{2-} = oksygenatom med 2 ekstra elektroner,
dvs ladn. $-2e$

O_2^- = O_2-molekyl med 1 ekstra elektron,
dvs ladn. $-e$

Ladningsbevarelse:

$\boxed{\text{Netto ladning i et lukket system er konstant}}$

Eks: I β-decay omdannes et nøytron (n) til et proton (p) og et elektron (e^-), samt et nøytralt antinøytrino ($\bar{\nu}_e$),

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$$

Ladning før: $Q = q_n = 0$

Ladn. etter: $Q = q_p + q_{e^-} + q_{\bar{\nu}_e}$

$$= e - e + 0 \quad = 0$$

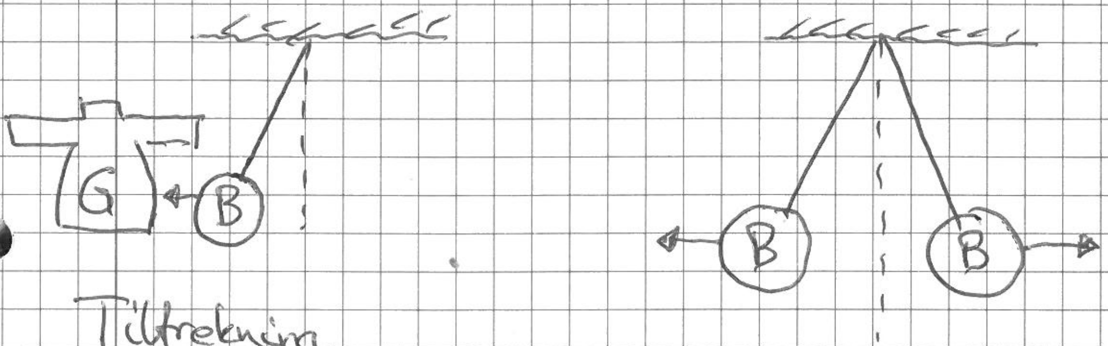
$\Rightarrow$ Netto el. ladn. er bevart.

[Med kvarker: Nøytronet består av 1 "up"- og 2 "down"-kvarker, der $q_u = -e/3$, $q_d = 2e/3$.

En "down" omdannes til "up", og vi får et proton bestående av 2 up og 1 down.]

Kvalitativ påvisning av ladning:

- Gnidning av 2 ballonger mot genser viser at vi har både tiltrekkende og frastøtende elektriske krefter:



Tiltrekning

Frastøtning

Konkluderer med:

- To typer ladning; kaller dem positiv og negativ
- Ladninger av samme type frastøter hverandre
- Ladn. av ulik type tiltrekker hverandre

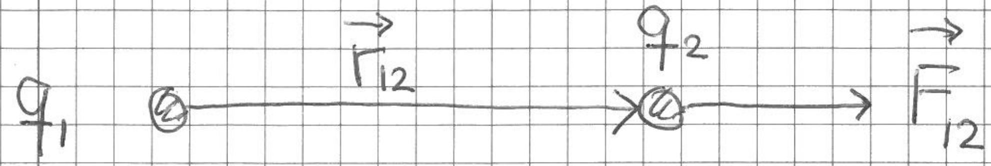
Dvs: ← ⊕ ⊕ →

← ⊖ ⊖ →

⊕ → ← ⊖

Coulombs lov [YF 21.3; LHL 19.3]

Exp. med ladde kuler (Coulomb ca 1785)



Observerte: [~ betyr her "prop. med"]

- $F_{12} \sim q_1 \cdot q_2$
- $F_{12} \sim 1/r_{12}^2$

} absoluttverdi

- $\vec{F}_{12} \sim \hat{r}_{12}$ } retning

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{12} = K_e \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}}$$ Coulombs lov

Dvs nøyaktig samme form som Newtons gravitasjonslov, $\vec{F}_{12} = -G(m_1 m_2 / r_{12}^2)\, \hat{r}_{12}$.

Da er det f.eks. klart at Newtons 3. lov også må gjelde for Coulomb-krefter: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

Enhet for ladning [YF 21.3; LHL 19.1]

- $[q] = C$ (coulomb)

- Med basis i måling av strømstyrke I med SI-enhet A (ampere):

$1\,C = 1\,A \cdot s$ = mengde ladning som passerer tverrsnitt av leder pr sekund når $I = 1\,A$.

- Med basis i egenskapene til tomt rom (vakuum) er $K_e = (4\pi\varepsilon_0)^{-1}$, der ε_0 er permittiviteten til vakuum:

$1\,C$ = ladningen til hver av to like ladninger som i innbyrdes avstand 1 m frastøter hverandre med en kraft $8.98755... \cdot 10^9$ N.

$$\varepsilon_0 = 8.854... \cdot 10^{-12} \; C^2/m^2N$$

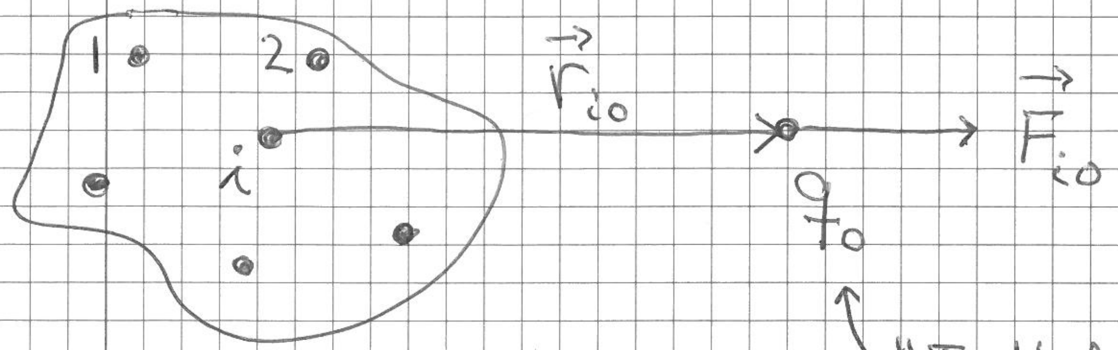
$$K_e = 8.98755... \cdot 10^9 \; m^2N/C^2 \approx 9 \cdot 10^9 \; m^2N/C^2$$

Elementærladningen har da verdien

$$e = 1.602... \cdot 10^{-19}\,C \approx 1.6 \cdot 10^{-19}\,C$$

Elektrisk kraft fra flere ladninger

[YF 21.3 ; LHL 19.3]



Område med n ladn.
$\{q_1\ q_2 \cdots q_n\}$

Som i mekanikken gjelder

<u>superposisjonsprinsippet</u> (SPP)

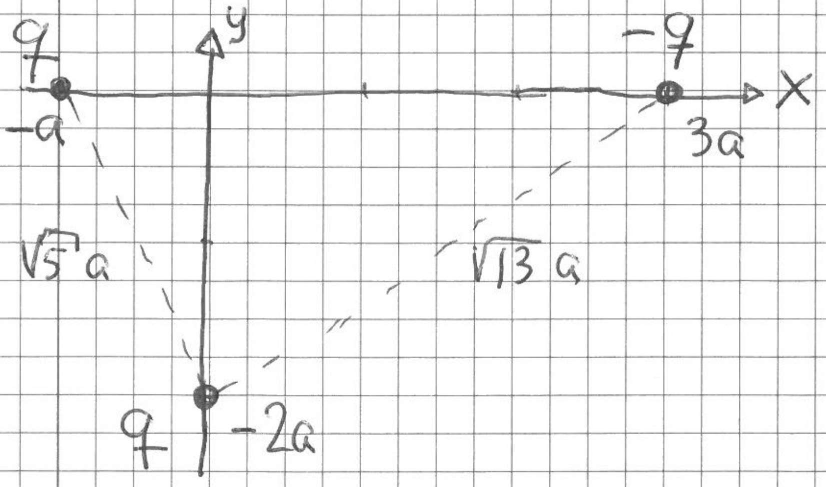
dvs <u>total</u> kraft $\vec{F}_0$ på q_0

finnes ved å addere enkeltkreftene

$\vec{F}_{io}$ vektorielt $(i = 1, 2, \cdots, n)$

$$\Rightarrow \vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{io} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i q_0}{r_{io}^2} \hat{r}_{io}$$

Eks. med $n=2$:



Finn kraft $\vec{F}$ på q i $(0,-2a)$ fra de to andre!

Løsn:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q\cdot q}{5a^2}\cdot\frac{a\hat{x}-2a\hat{y}}{\sqrt{5}\,a} + \frac{q\cdot(-q)}{13a^2}\cdot\frac{(-3a\hat{x}-2a\hat{y})}{\sqrt{13}\,a}\right\}$$

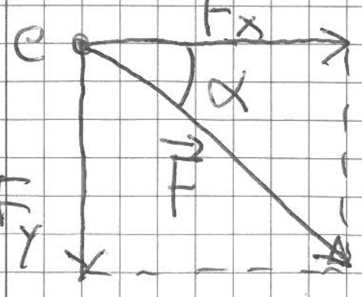
$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left\{\hat{x}\left(\frac{1}{5\sqrt{5}}+\frac{3}{13\sqrt{13}}\right)+\hat{y}\left(-\frac{2}{5\sqrt{5}}+\frac{2}{13\sqrt{13}}\right)\right\}$$

Anta $q=e$ og $a = 1\,\text{Å} = 10^{-10}\,\text{m}$: Da blir

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1.6^2\cdot10^{-38}}{10^{-20}} = 23\cdot10^{-9}\,\text{N},$$ og

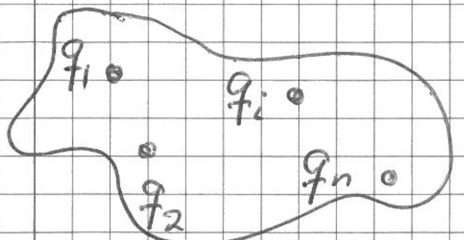
$$\vec{F} = (3.53\,\hat{x} - 3.13\,\hat{y})\ \text{nN}$$

$$F = |\vec{F}| = \underline{4.72\ \text{nN}}$$

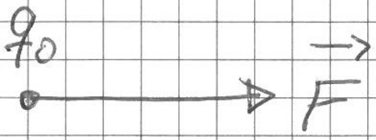


$$\alpha = \arctan\frac{3.13}{3.53} \approx \underline{42^\circ}$$

Elektrisk felt [YF 21.4; LHL 19.4] (84)



Område med n (referanse-) ladninger $\{q_1\ q_2 \cdots q_n\}$



Testladning q_0 i posisjon B

$\vec{F}$ = kraft på q_0 fra $\{q_1 \cdots q_n\}$

Elektrisk felt $\vec{E}$ i punkt B fra ladn. $\{q_1 \cdots q_n\}$ er definert som <u>kraft pr ladningsenhet</u>:

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{F}/q_0}$$

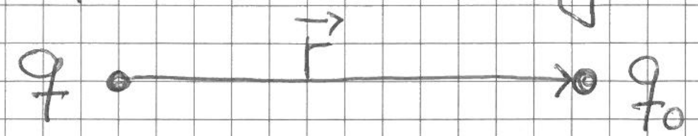
Enhet: $[E] = N/C$

Retning:

$q_0 > 0 \Rightarrow \vec{E} \sim \vec{F}$

$q_0 < 0 \Rightarrow \vec{E} \sim -\vec{F}$

$\vec{E}$ fra punktladning [YF 21.4; LHL 19.5]

- 

El. felt fra q, i avstand $\vec{r}$:

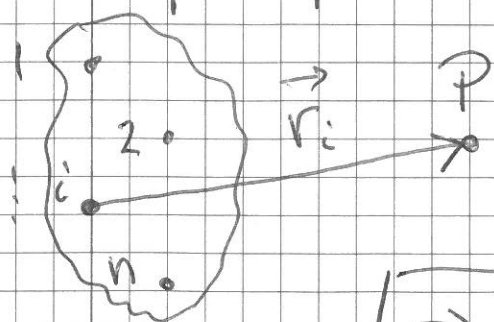
$$\boxed{\vec{E} = \vec{F}/q_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

(Dvs: uavhengig av om q_0 er der eller ikke!)

- Retning:

$\Rightarrow$ Radielt $\begin{Bmatrix} \text{ut} \\ \text{inn} \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} \text{fra} \\ \text{mot} \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} \text{pos.} \\ \text{neg} \end{Bmatrix}$ ladning

- $\vec{E}$ fra flere punktladninger:



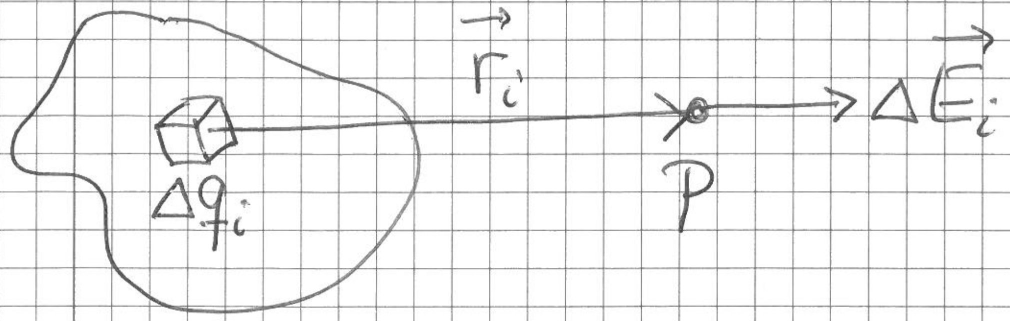
El. felt, fra $\{q_1 \cdots q_n\}$, i posisjon P:

$$\boxed{\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\hat{r}_i}$$

- Dvs $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$, SPP gjelder for $\vec{E}$ hvis det gjelder for $\vec{F}$!

$\vec{E}$ fra kontinuerlig ladningsfordeling

[YF 21.5 ; LHL 19.5]



Liten ladning Δq_i gir bidrag

$$\Delta\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

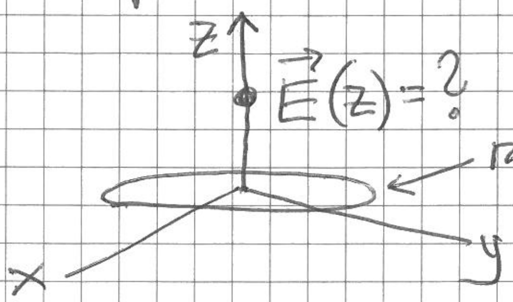
til totalt felt i posisjon P

$\Rightarrow$ Totalt felt i P blir:

$$\vec{E} = \sum_i \Delta\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$$\xrightarrow[\Delta q_i \to 0]{} \underline{\underline{\int \frac{dq \cdot \hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}}$$

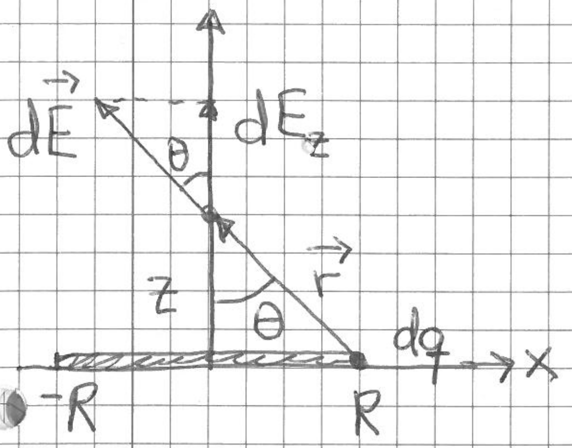
Eks: $\vec{E}$ på aksen til jevnt ladet ring



Løsning:

Pga symmetri er $E_x = E_y = 0$, dvs $\vec{E}(z) = E_z(z)\hat{z}$

Bidrag til E_z fra liten bit med ladning dq (lokalisert f.eks. på x-aksen):



$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} = dE \cdot \hat{r}$$

$$dE_z = dE \cdot \cos\theta = dE \cdot \frac{z}{r}$$

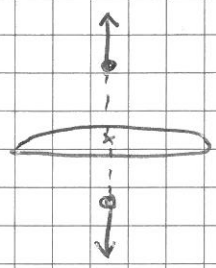
$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\Rightarrow E_z = \int dE_z = \frac{z}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\underbrace{\int dq}_{=Q}$$

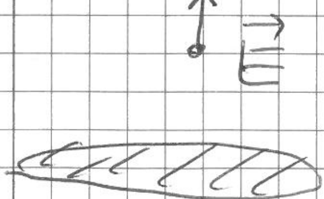
$$= \underline{\underline{\frac{Qz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}}}$$

Sjekk av utregnet svar:

- Enhet: $[E_z] = [Q/\varepsilon_0 z^2]$, OK
- $E_z(0) = 0$, OK
- $E_z(z \gg R) \approx \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$, OK, "ser" da essensielt en punktladning Q i origo
- $E_z(z) = -E_z(-z)$, OK:



Øving 8: Bestem $\vec{E}$ på aksen til jevnt ladd sirkulær skive.

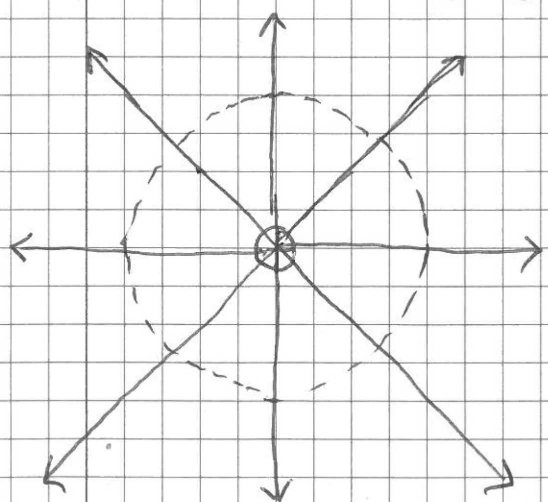


<u>Sentralt</u> eksempel for å forstå kretselementet (parallellplate-) <u>kondensator</u>.

Feltlinjer for $\vec{E}$ [YF 21.6; LHL 19.6]

- Gir bilde av $\vec{E}$ i et område
- $\vec{E} \parallel$ feltlinjene
- Feltstyrken $E = |\vec{E}|$ prop. med tettheten av feltlinjer, dvs # feltlinjer som krysser flate, pr flateenhet, $E \sim N/A$

Eks: Punktladning q



N feltlinjer (her: $N=8$) krysser kuleflaten; retning radielt <u>utover</u> når $q > 0$ (<u>innover</u> hvis $q < 0$)

Feltlinjetetthet på kuleskallet:

$$N/A = N/4\pi r^2 \sim 1/r^2$$

Feltstyrke på kuleskallet:

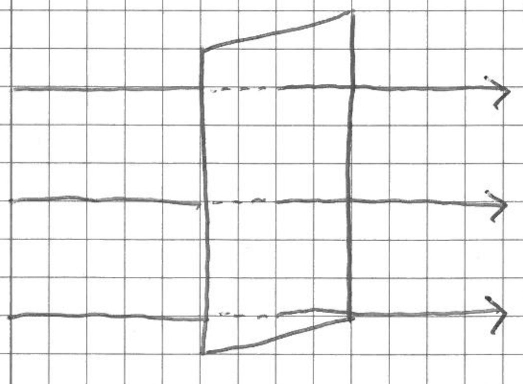
$$E = q/4\pi\varepsilon_0 r^2 \sim 1/r^2$$

$\Rightarrow E \sim N/A$, OK!

Dermed: Feltlinjer starter på positiv ladning og ender på negativ ladning; eventuelt kan de ende eller starte uendelig langt borte.

Elektrisk fluks

[Strengt tatt ikke pensum, men siden magnetisk fluks er pensum, og sentralt i forbindelse med induksjon, tar vi med litt her og nå!]



Uniformt $\vec{E} \perp$ flate S med areal A.

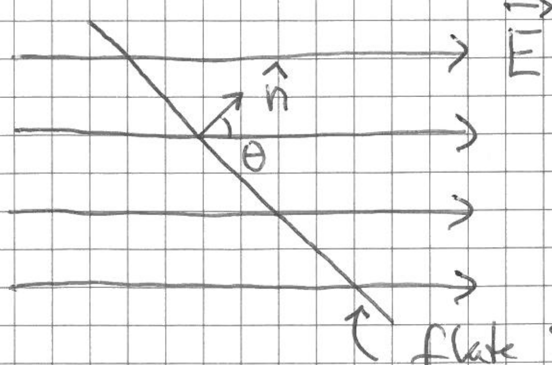
Da er elektrisk fluks gjennom S:

$$\Phi_E = E \cdot A$$

Siden $E \sim N/A$, blir $\Phi_E \sim N$

(fluks gjennom S prop. med # feltlinjer gjennom S)

- Uniformt $\vec{E}$, flate på skrå:

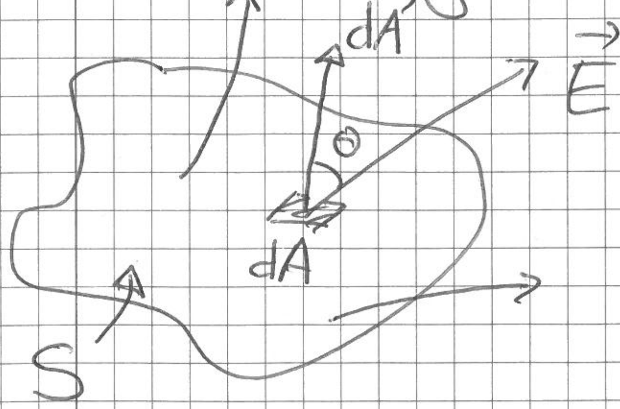


flate S, areal A, vinkel θ mellom $\vec{E}$ og flatenormalen $\hat{n}$
($\hat{n}$ = enhetsvektor $\perp$ flaten S)

$$\Phi_E = E \cdot A \cdot \cos\theta$$
$$= \vec{E} \cdot \hat{n} \cdot A = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

med "arealvektor" $\vec{A} = A \cdot \hat{n}$

- Generalisering (vilkårlig $\vec{E}$ og S)



$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Elektrisk dipol. Dipolmoment

[YF 21.7 ; LHL 19.10]

- De fleste molekyler er dipoler (H_2O osv)
- Alle molekyler (og atomer) blir dipoler i et ytre elektrisk felt

$\Rightarrow$ Åpenbart viktig for å forstå materialers elektriske egenskaper!

Enkleste eksempel:

$$-q \;\bullet\!\xrightarrow{\quad\vec{d}\quad}\!\bullet\; q$$

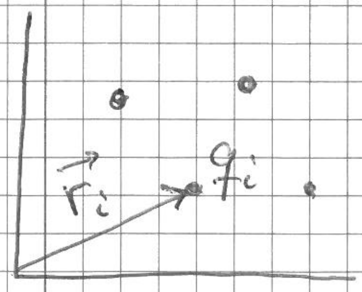
Dipol bestående av 2 punktladninger $\pm q$

Dipolmoment: $\boxed{\vec{p} = q\vec{d}}$

Enhet: $[p] = C \cdot m$

Merk: Netto ladning $Q = 0$ for en el. dipol, alltid.

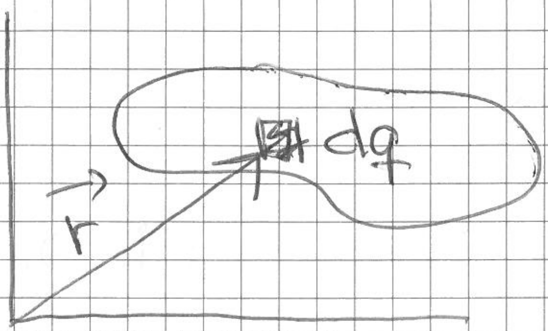
System med flere punktladninger:



$$\boxed{\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i}$$

$$\left(Q = \sum_i q_i = 0\right)$$

System med kontinuerlig ladningsfordeling:



$$\boxed{\vec{p} = \int \vec{r}\, dq}$$

$$\left(Q = \int dq = 0\right)$$