Newtons lover [YF 4,5 ; LL 2,3] ⑦

Tre empiriske lover:

N1 $\boxed{\vec{F} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v} = \text{konst.}}$

Hvis netto ytre kraft $\vec{F}$ på et legeme er null, forblir legemet i ro, eller i rettlinjet bevegelse med konst. hastighet $\vec{v}$

N2 $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

Legemets akselerasjon er prop. med netto ytre kraft,
$\vec{a} = \vec{F}/m$; m = legemets masse

N3 $\boxed{\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}}$

Når A virker på B med kraft $\vec{F}_{AB}$, virker B på A med kraft $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$.

Dvs: Krefter er vekselvirkninger mellom legemer

Enhet:

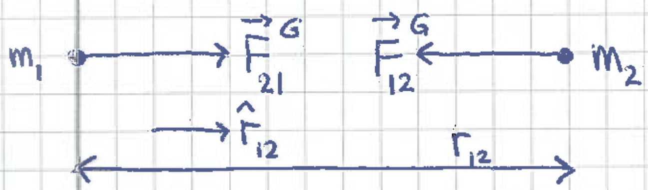
$[F] = [ma] = \text{kg m/s}^2 = \text{N}$ (newton)

De viktigste fundamentale naturkreftene i TFY4104: [YF 5.5, LL 2.1]

- Gravitasjon: Svak tiltrekning mellom masser
- Elektromagnetisk: Tiltrekning og frastøtning mellom ladninger

[Dessuden: Svake og sterke kjernekrefter, rekkevidde hhv ca 10^{-18} m og 10^{-15} m, beskriver hhv radioaktivitet og stabilitet av kjerner]

Newtons gravitasjonslov:

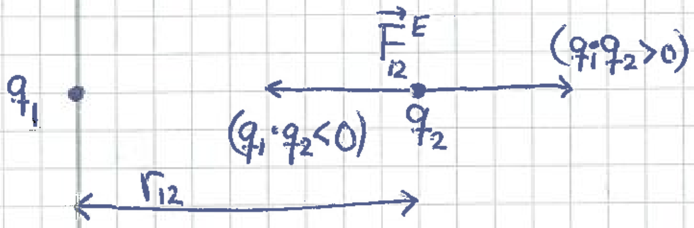


$$F^G_{21} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

(gravitasjonskonstanten)

Coulombs lov:



$$\vec{F}^E_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

$[q] = C = A \cdot s$ (coulomb)

$\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2

(vakuumpermittiviteten)

$1/4\pi\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2

Krefter mellom to elektroner:

$m_e \sim 10^{-30}$ kg, $e \sim 10^{-19}$ C $\Rightarrow \frac{F_E}{F_G} \sim 10^{43} \Rightarrow F_G$ neglisjerbar

Mellom himmellegemer:

Ukjente ladninger q_1 og q_2, men typisk er $F_G \gg F_E$

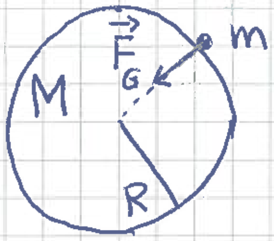
Mellom dagligdagse objekter:

Typisk er $F_E \gg F_G$ (selv om $q \approx 0$)

I tillegg: F_G fra jorda ("tyngden")

$\Rightarrow$ Både F_E og F_G påvirker hverdagen!

Tyngde [YF 4.4 ; LL 2.5]



Tiltrekkende kraft på m fra jorda (M) :

$$F_G = GmM/R^2 \approx 6.67\cdot10^{-11}\cdot m\cdot 6\cdot10^{24}/(6.37\cdot10^6)^2$$
$$= m\cdot g$$

Her er $g = GM/R^2 \approx 9.81\ m/s^2$ = tyngdens akselerasjon

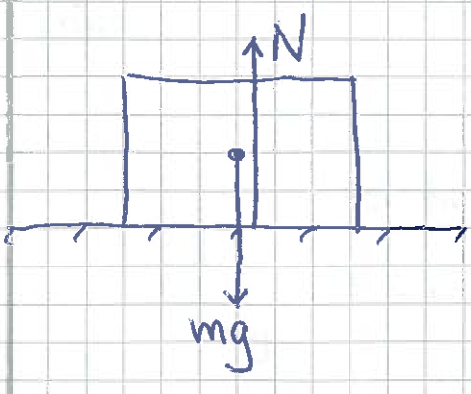
Fritt fall:

Hvis F_G er eneste kraft på m, har vi

$$mg = ma \quad , \quad \text{dvs} \quad a = g \simeq 9.81\ m/s^2$$

Kontaktkrefter [YF 4.1 ; LL 3]

Normalkraft:

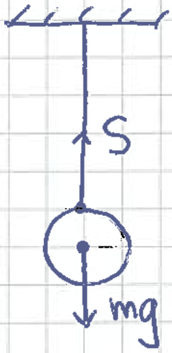


N = netto frastøtende coulombkraft fra underlaget på klossen

Hvis klossen ligger i ro:

$$N = mg \quad (\text{pga } N1)$$

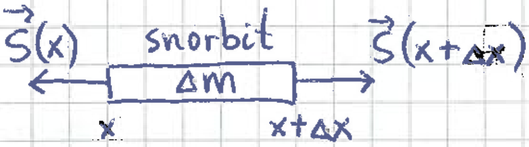
Snorkraft:



S = netto tiltrekkende coulombkraft fra snora på kula

Hvis kule i ro: $S = mg$ (pga N1)

[Spm: Hva er "motkreftene" til N, mg og S, mg i disse to eksemplene?]

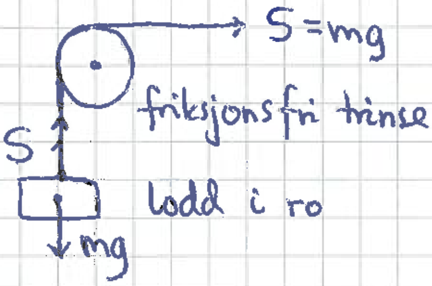


$$N2 \Rightarrow \vec{S}(x+\Delta x) + \vec{S}(x) = \vec{a}\cdot\Delta m$$

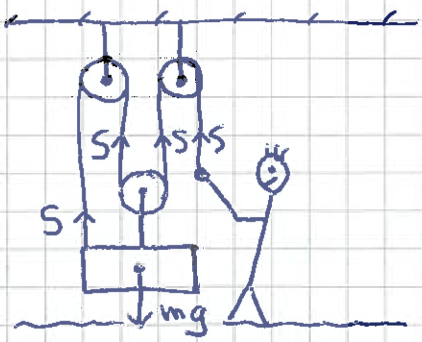
$\Rightarrow$ hvis $\vec{a}=0$ eller $\Delta m = 0$, er $\vec{S}(x+\Delta x) = -\vec{S}(x)$

$\Rightarrow$ konstant $S = |\vec{S}|$ langs hele snora

Trinser endrer retning på $\vec{S}$:



Taljer reduserer påkrevd løftekraft:



N1 anvendt på kassa: $3S = mg$

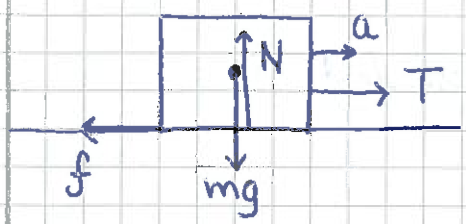
$\Rightarrow$ $\underline{S = mg/3}$

Friksjonskrefter [YF 5.3 ; LL 3.1]

= kontaktkrefter rettet mot relativ bevegelse

(evt: mot relativ bevegelse som vil oppstå uten friksjon)

Tørr friksjon:

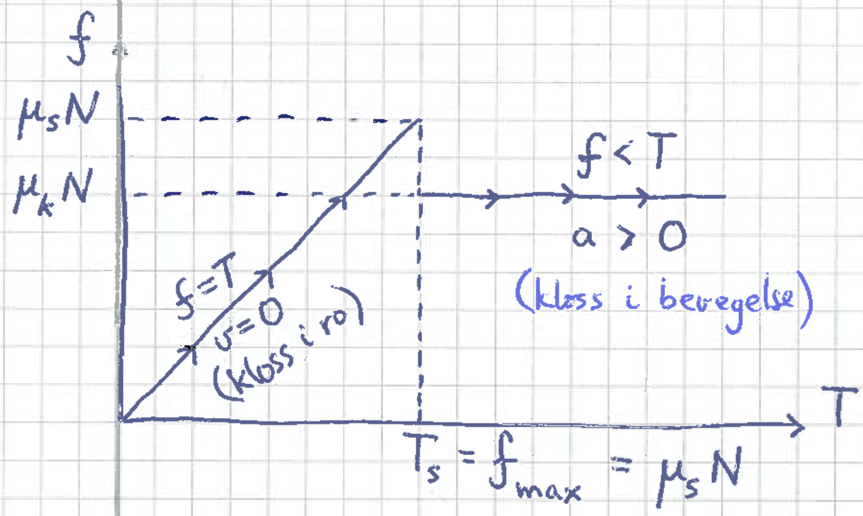


T = trekk-kraft

N (= mg) = normalkraft

f = friksjonskraft, fra underlag på kloss

Forsøk med økende T gir ($f = T - ma$):



- $v = 0$, statisk friksjon, $f = T$, $f_{max} = \mu_s N$
- $v > 0$, kinetisk friksjon, $f = \mu_k N$, $\mu_k < \mu_s$

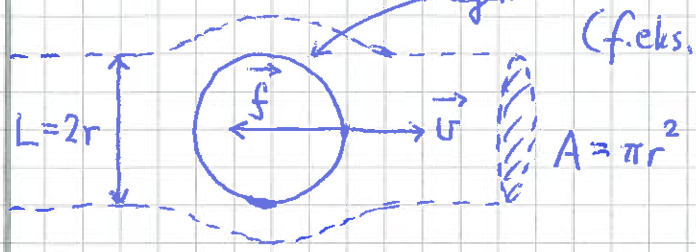
Tallverdier, statisk og kinetisk friksjonskoeffisient:

Materialer	μ_s	μ_k
Tre mot tre	0.4 - 0.6	0.2 - 0.4
Stål mot is	0.03	0.015
Pt mot Pt	1.2	
Våt svamp mot laminat		

Ujevnheter i grenseflatene gir best grep i statisk tilfelle; "flyder" lettere oppå; dermed $\mu_s > \mu_k$ (som regel).

Friksjon i fluider [YF 5.3 ; LL 8]

legeme med lineær utstrekning L (f.eks. kule)



omgivende fluid,
massetetthet ρ, $[\rho]=kg/m^3$
(dynamisk) viskositet μ, $[\mu]=kg/ms$

Reynoldstallet: $Re = \rho v L/\mu$ (dim.løst)

<u>Laminær</u> (pen, ordnet) strømning av fluidet omkring (symmetrisk) legeme når $Re \lesssim 10$, dvs når v er liten nok:

$$\vec{f} = -k\vec{v} = -kv\hat{v}$$

Eks: Kule, radius r. $k = 6\pi\mu r$ (Stokes' lov)

<u>Turbulent</u> strømning når $Re > 10$:

$$\vec{f} = -Dv^2\hat{v} \quad ; \quad D = \frac{1}{2}\rho A C_d$$

C_d = drag-koeffisient ($\approx 0{,}5$ for kule)

Eks: Revolve ved 60 km/h.

$\rho \simeq 1.2\ kg/m^3$; $A \simeq 1.1\ m^2$; $C_d \simeq 1.35$

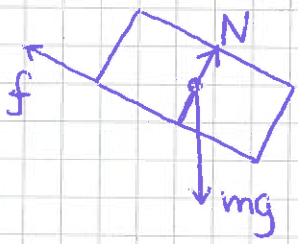
$$\Rightarrow f = \frac{1}{2}\cdot 1.2\cdot 1.1\cdot 1.35\cdot(60/3.6)^2\ N = \underline{248\,N}$$

Problemløsning [YF 5; LL 3]

- Finn alle ytre krefter $\vec{F}_i$ på legemet
- Tegn fritt-legeme-diagram: Omgivelsene erstattes av krefter på legemet $(m\vec{g}, \vec{S}, \vec{N}, \vec{f}, ---)$
- Velg koordinatsystem. Dekomponer.
- Bruk N2, $\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i / m$, evt. N1, $\sum_i \vec{F}_i = 0$

Eks (enkelt!): Legeme på skråplan [Øving 2; Lab 1+2]

Fritt-legeme-diagram:



Koord.system

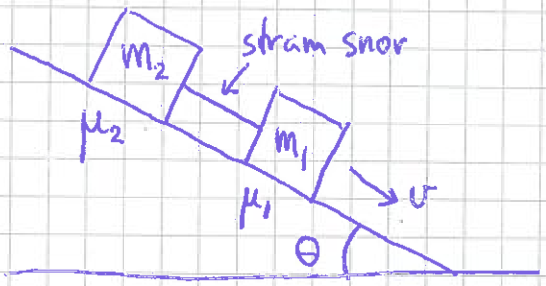
N1 $\perp$: $N - mg\cos\theta = 0$

N2 $\parallel$: $mg\sin\theta - f = m\,dv/dt$

Hvis $v = 0$: $f \leq \mu_s N$ (statisk) $\Rightarrow \tan\theta_{max} = \mu_s$

Hvis $v \neq 0$: $f = \mu_k N$ (kinetisk)

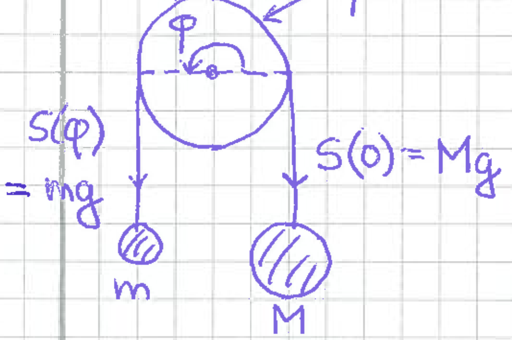
Litt vanskeligere: [Øv. 2; Lab 1+2]



Hvilken θ gir $v = $ konst. ?

Eks (vanskelig!) : Snorfriksjon
(se "Med livet som innsats", A. Wahl, youtube)

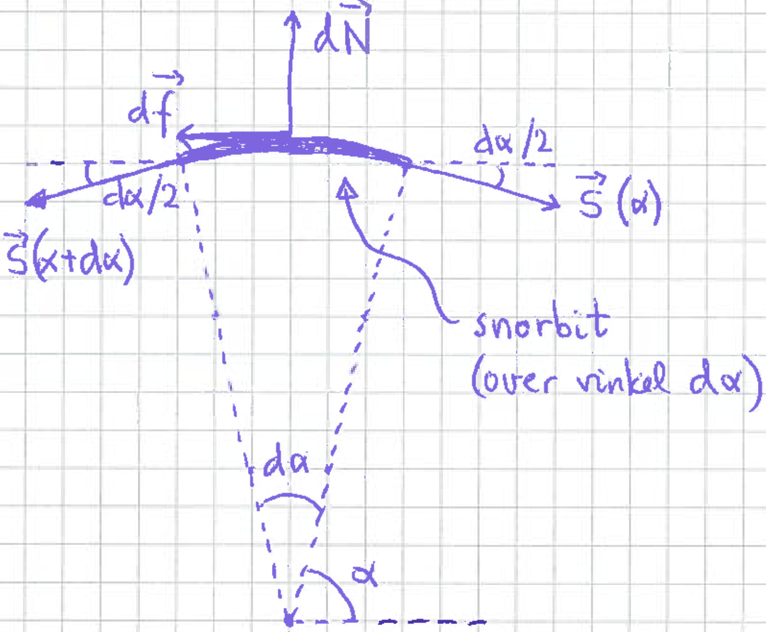
μ = statisk friksjonskoeff. mellom rør og snor



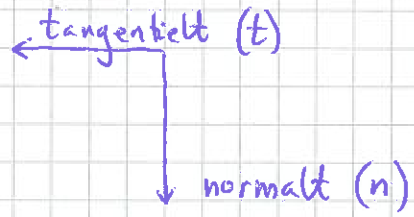
φ = kontaktvinkel mellom snor og rør
(her: $\varphi = \pi + 2n\pi$; $n = 0, 1, 2 \ldots$)

$\boxed{\text{Finn minste } m \text{ som holder } M \text{ oppe!}}$

Løsn: Må se på liten snorbit (fordi S ikke er konstant)



Koord.system:



Krefter på snorbiten:

$\vec{S}$ fra resten av snora

$d\vec{N}$ fra røret, normalkraft

$d\vec{f}$ — " — , friksjonskraft ; minste mulige m når $df = df_{max} = \mu\, dN$

N1 på snorbiten : $\vec{S}(\alpha + d\alpha) + \vec{S}(\alpha) + d\vec{N} + d\vec{f} = 0$

Dekomponerer :

(t) $S(\alpha + d\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} - S(\alpha)\cos\frac{d\alpha}{2} + df = 0$

(n) $S(\alpha + d\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} + S(\alpha)\sin\frac{d\alpha}{2} - dN = 0$

$d\alpha \ll 1 \Rightarrow \cos\frac{d\alpha}{2} \approx 1 , \quad \sin\frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}$

Videre er:

$S(\alpha+d\alpha) - S(\alpha) = dS \; ; \quad S(\alpha+d\alpha) + S(\alpha) = 2S \; ; \quad df = \mu \, dN$

Dermed:

$$\left.\begin{array}{ll} (t) & dS = -\mu \, dN \\ (n) & S \, d\alpha = dN \end{array}\right\} \frac{(t)}{(n)} \Rightarrow \frac{dS}{S} = -\mu \, d\alpha$$

Integrerer fra $\alpha = 0$ til $\alpha = \varphi$:

$$\int_{S(0)}^{S(\varphi)} \frac{dS}{S} = -\int_0^{\varphi} \mu \, d\alpha \Rightarrow \ln\frac{S(\varphi)}{S(0)} = -\mu\varphi \Rightarrow \underline{\underline{S(\varphi) = S(0) e^{-\mu\varphi}}}$$

Plastrør og nylonsnor: $\mu \approx 0.17$ [Øving 3]

Med $M = 500\,g$ og $\varphi = 7\pi$ fås

$$\frac{m}{M} = \frac{S(\varphi)}{S(0)} = \exp(-0.17 \cdot 7\pi) \approx 0.024 \Rightarrow m \approx 12\,g$$

Omvendt, for å heise M opp: $S(\varphi) = S(0)\, e^{+\mu\varphi}$,

dvs $m = M \exp(+0.17 \cdot 7\pi) \approx 21$ kg