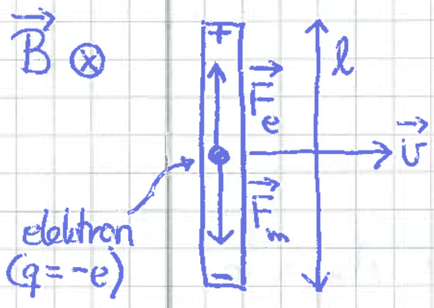
Elektrodynamikk [YF 29-31 ; LHL 24,25,27]

Faradays induksjonslov [YF 29.1+2+4 ; LHL 24.1]

Ser på en leder i bevegelse i et uniformt $\vec{B}$-felt:



Magn. kraft på frie elektroner i lederen:

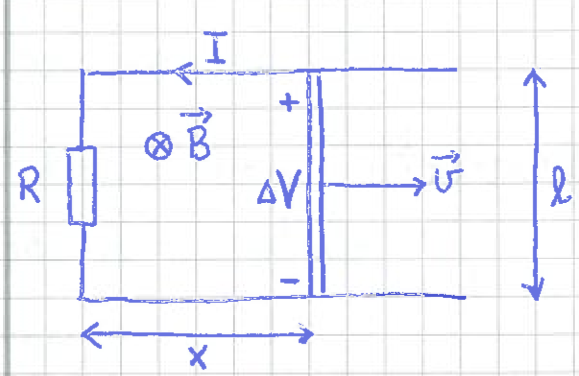
$$\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B} \qquad \text{(nedover)}$$

Gir indusert ladning på endene; dermed et indusert elektrisk felt $\vec{E}$, og en spenning $\Delta V = E \cdot \ell$ i lederen.

Likevekt når $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$; $\vec{F}_e = -e\vec{E}$

$\Rightarrow \quad eE = evB \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta V = vB\ell}$

Den induserte spenningen ΔV kan drive en strøm i en lukket krets:

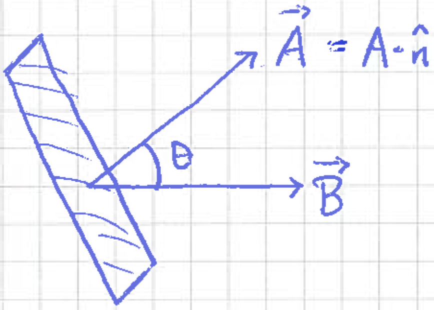


Ohms lov $\Rightarrow I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{vB\ell}{R}$

Vi ser at $\Delta V = vB\ell = \frac{dx}{dt}B\ell = \frac{d}{dt}(B\ell x) = \frac{d}{dt}(B \cdot A)$

der $A = \ell \cdot x$ = arealet som omsluttes av strømsløyfa.

Magnetisk fluks [YF 27.3 ; LHL 23.7 (19.7)]



Magnetisk fluks Φ gjennom flaten med areal A:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\theta$$

$\Rightarrow$ Faradays induksjonslov:

$$\boxed{\Delta V = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

* Indusert spenning = endring i omsluttet magnetisk fluks pr tidsenhet

Fortegnet (Retningen) på ΔV finner vi ved hjelp av

Lenz' lov [YF 29.3 ; LHL 24.1]

Indusert strøm I får retning slik at tilhørende indusert magnetfelt $\vec{B}_I$ og tilhørende indusert magnetisk fluks

$$\Phi_I = \vec{B}_I \cdot \vec{A} \qquad (\text{evt. generelt } \Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A})$$

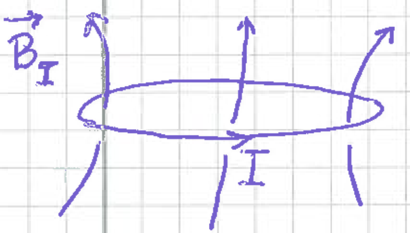
motvirker den påtvungne endringen $\Delta\Phi$.

Kortform:

Naturen motvirker påtvungne endringer!

Induktans [YF 30.2 ; LHL 25.1]

Selvinduktans:



Pga Biot-Savarts lov blir $\vec{B}_I$ prop. med I. Dermed blir også omsluttet fluks

$$\Phi = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$$

prop. med I.

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = L \cdot I \, ; \quad L = \text{sløyfas selvinduktans}}$$

Enhet: $[L] = \left[\frac{B \cdot A}{I}\right] = \frac{T \cdot m^2}{A} = H$ (henry)

Eks: Spole, $N = 1000$ viklinger, $\ell = 25\,cm$, $A = 10\,cm^2$. Bestem L.

Løsn: $B = \mu n I = \mu_r \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

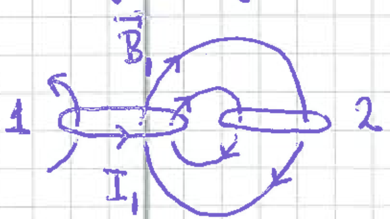
$\Rightarrow \Phi = NBA = N^2 \mu_r \mu_0 A I / \ell = LI$

$\Rightarrow \underline{L = N^2 \mu_r \mu_0 A / \ell}$

Luftfylt ($\mu_r = 1$): $L = 0.005\,H$

Jernkjerne med f.eks. $\mu_r = 1000$: $L = 5\,H$

Gjensidig induktans:



Strøm I_1 i sløyfe 1 gir fluks Φ_2 omsluttet av sløyfe 2 ($\Phi_2 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_2$), prop. med I_1: $\Phi_2 = M_{21} I_1$

Tilsvarende: I_2 i sløyfe 2 $\Rightarrow \Phi_1 = \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_1$ omsluttet av sløyfe 1: $\Phi_1 = M_{12} I_2$

$M_{12} = M_{21} = M$ = sløyfenes gjensidige induktans; $[M] = H$

Induksjon ("selvinduksjon"):

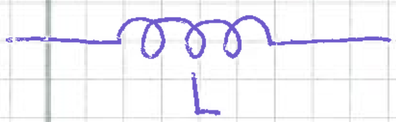
Hvis $\dot{I} \neq 0$, blir $\dot{\Phi} \neq 0$, og vi får indusert spenning

$$V = -\dot{\Phi} = -L\dot{I}$$

Gjensidig induksjon:

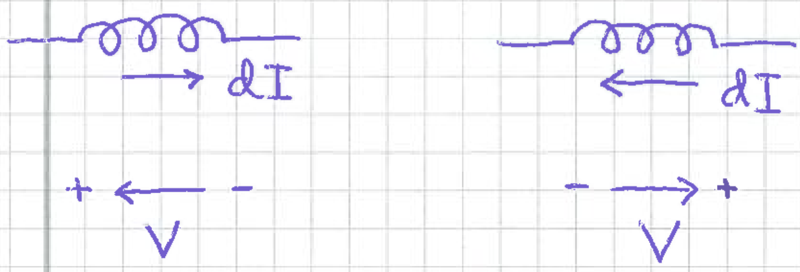
$\dot{I}_1 \neq 0 \Rightarrow V_2 = -\dot{\Phi}_2 = -M\dot{I}_1$; $\dot{I}_2 \neq 0 \Rightarrow V_1 = -\dot{\Phi}_1 = -M\dot{I}_2$

Spole (Induktans) som kretselement:



$$V = -L\frac{dI}{dt}$$

Retning på V med Lenz' lov:



Energi i $\vec{B}$-feltet [YF 30.3; LHL 25.3]

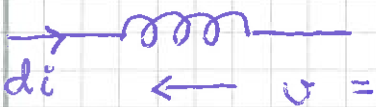
Må gjøre arbeid mot den induserte spenningen for å øke strømmen fra $i = 0$ til $i = I$ i en spole.
Tilført energi lagres i magnetfeltet, med energi pr volumenhet

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$ (som gjelder generelt)

Total energi i et "elektromagnetisk felt" (dvs $\vec{E}$ og $\vec{B}$) blir dermed

$$\boxed{u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2}$$

Bevis for u_B:



$$v = -L\frac{di}{dt}$$

Energi / Arbeid som trengs for å øke strømmen fra i til $i+di$:

$$dU = P\cdot dt = -v\cdot i\cdot dt = L\frac{di}{dt}\cdot i\cdot dt = L\cdot i\cdot di$$

For å øke strømmen fra $i=0$ til $i=I$:

$$U = \int dU = \int_0^I L\,i\,di = \underline{\underline{\tfrac{1}{2}LI^2}}$$

Med lang, tettviklet spole, lengde ℓ, tverrsnitt A, N viklinger:

$$B = \mu_0 n I = \mu_0\frac{N}{\ell}I \Rightarrow \underline{I = \frac{B}{\mu_0 N/\ell}}$$

$$\Phi = \underline{NAB} = \underline{LI}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}\cdot LI\cdot I = \frac{1}{2}\cdot NAB\cdot\frac{B}{\mu_0 N/\ell} = \frac{1}{2\mu_0}B^2\cdot A\cdot\ell$$

Her er $A\cdot\ell$ volumet inni spolen, dvs der vi har $B\neq 0$

$\Rightarrow$ Energien pr volumenhet i magnetfeltet er

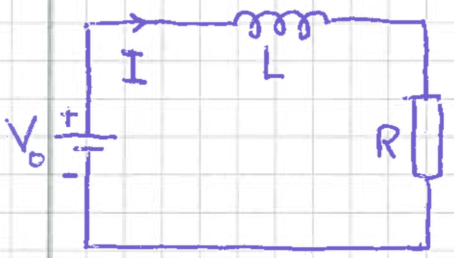
$$u_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

Elektriske kretser og anvendelser ; DC og AC

[YF 30.4+5+6 ; LHL 25.2 ; 27.1+2+3+5]

① RL - krets ; DC

Tilkobling av V_0 ved $t=0$: $(I(0)=0)$

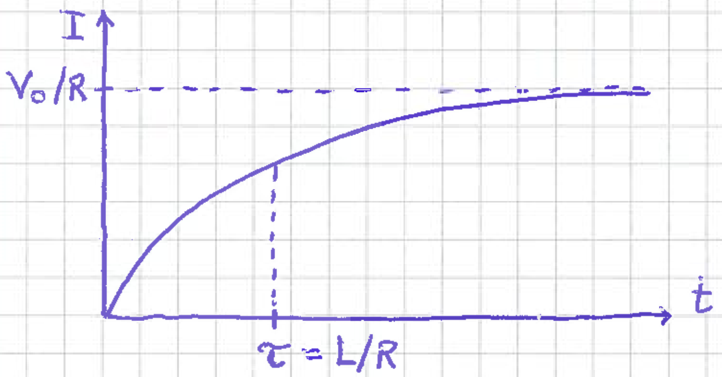


$$K2 \Rightarrow \quad V_0 - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

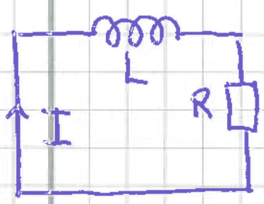
Dvs samme lign. for I som for Q i RC-kretsen s. 95

$$\Rightarrow \quad I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad ;$$

$$\tau = L/R = \text{RL-kretsens tidskonstant}$$

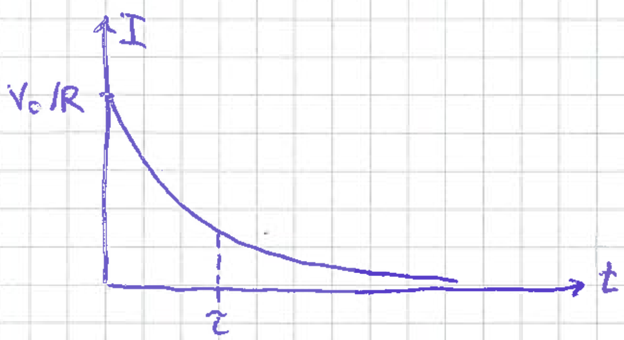


Frakobling av V_0 ved "nytt $t=0$" $(I(0) = V_0/R)$



$$K2 \Rightarrow -L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$\Rightarrow \quad I(t) = \frac{V_0}{R}e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = L/R$$



Gnist når støpselet dras ut av stikk-kontakten:

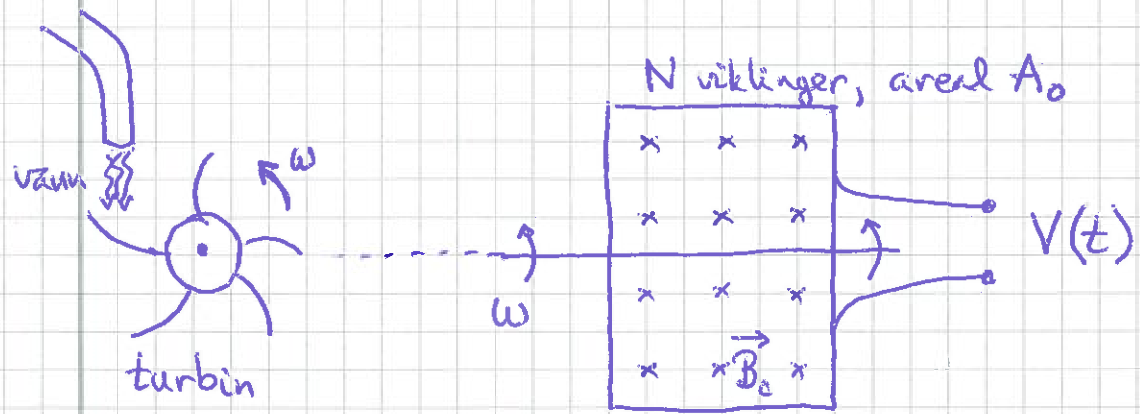
I tvinges <u>raskt</u> fra $\frac{V_0}{R}$ til 0 $\Rightarrow$ stor $\left|\frac{dI}{dt}\right|$ $\Rightarrow$ stor indusert spenning $|L \cdot dI/dt|$ $\Rightarrow$ kortvarig strøm over luftgapet mellom stikk-kontakt og støpsel (overslag)

<u>AC spenningskilde</u> (AC = vekselstrøm)

$V(t) = V_0 \cos \omega t$; Frekvens $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (= 50 Hz i strømnettet)

(evt. $V_0 \sin \omega t$)

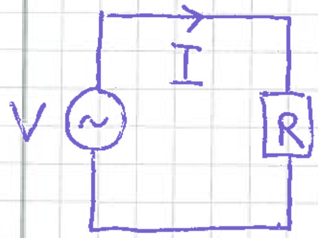
Prinsipp for AC-generator (vannkraft!):



$$\Phi(t) = N B_0 A_0 \cos \omega t$$

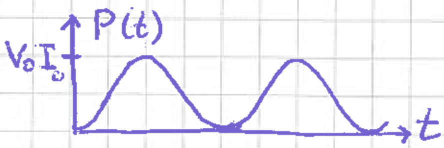
$$V(t) = -\dot{\Phi} = V_0 \sin \omega t \; ; \quad V_0 = N B_0 A_0 \omega$$

2



K2: $V_0 \sin \omega t - RI = 0$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$



$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_0 I_0 \sin^2 \omega t$$

Midlere effekt:

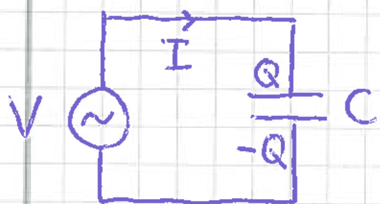
$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} = V_{rms} \cdot I_{rms}$$ ("root mean square")

Husholdningsnettet: $V_0 = 311\ \text{V} \Rightarrow V_{rms} = \underline{220\ \text{V}}$

Energitap på tid t i overføringsnett med gitt motstand R:

$W = P \cdot t = RI^2 \cdot t \Rightarrow$ Fordel med lav I og <u>høy spenning</u> V. (Norge: 10 - 400 kV)

3

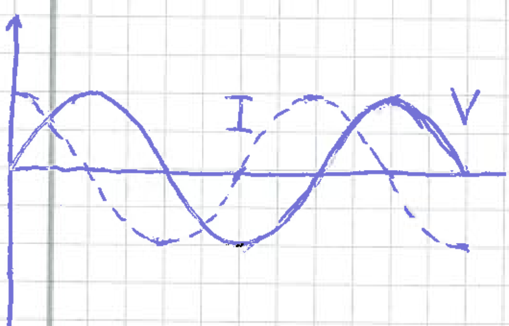


K2: $V_0 \sin \omega t - \frac{Q}{C} = 0$

$$\Rightarrow Q = V_0 C \sin \omega t$$

$$\Rightarrow I(t) = V_0 \omega C \cos \omega t$$

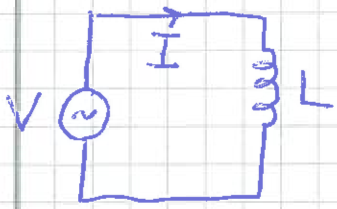
$$= V_0 \omega C \sin(\omega t + \pi/2)$$



- Faseforskjell $\frac{\pi}{2}$ mellom $V(t)$ og $I(t)$
- Strømmens amplitude $I_0(\omega) = V_0 \omega C$ <u>øker</u> med økende frekvens

- Midlere effekttap er <u>null</u>. $(\langle \sin \omega t \cdot \cos \omega t \rangle = 0)$

4

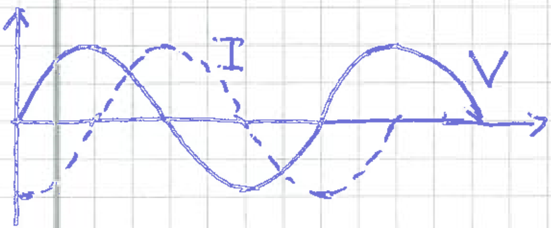


$$K2: \quad V_0 \sin \omega t - L\dot{I} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$$

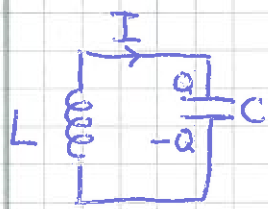
$$\Rightarrow I(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$= \frac{V_0}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2)$$



- Faseforskjell $-\pi/2$
- Strømampl. $I_0(\omega) = V_0/\omega L$ avtar med økende frekvens
- Null midlere effekttap

5 LC-krets



Anta $Q(0) = Q_0$

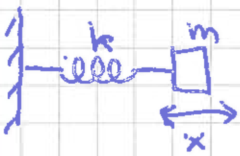
$$K2: \quad -L\dot{I} - Q/C = 0 \quad ; \quad I = \dot{Q}$$

$$\Rightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

Dvs enkel harmonisk oscillator,

med løsning $$Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Mekanisk analogi:



$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad ; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Analoge størrelser: $Q \leftrightarrow x$; $I \leftrightarrow \dot{x}$; $L \leftrightarrow m$; $C \leftrightarrow \frac{1}{k}$

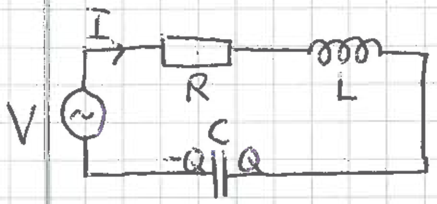
$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \longleftrightarrow \frac{1}{2} L I^2$ = energien i $\vec{B}$-feltet i induktansen

$U = \frac{1}{2} k x^2 \longleftrightarrow \frac{Q^2}{2C}$ = energien i $\vec{E}$-feltet i kapasitansen

$$\Rightarrow \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{konstant;}$$

OK!!

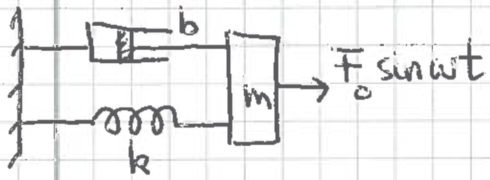
RLC resonanskrets



K2: $V_0 \sin\omega t - RI - L\dot{I} - \frac{Q}{C} = 0$

$\Rightarrow L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \sin\omega t$

Mekanisk analogi:



N2: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \sin\omega t$

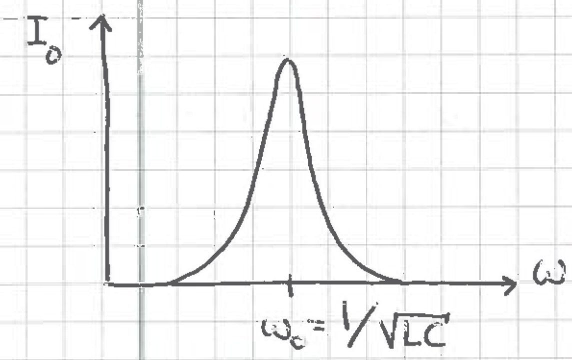
dvs $b \leftrightarrow R$ og $F_0 \leftrightarrow V_0$

$\Rightarrow$ Resonans å RLC-kretsen når $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, og alle sammenhenger s. 55 kan "oversettes" direkte:

$Q(t) = Q_0(\omega)\sin(\omega t + \varphi)$; $Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$

med $2\gamma = R/L$. Dermed:

$I(t) = \omega Q_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi)$, dvs $I_0(\omega) = \omega Q_0(\omega)$

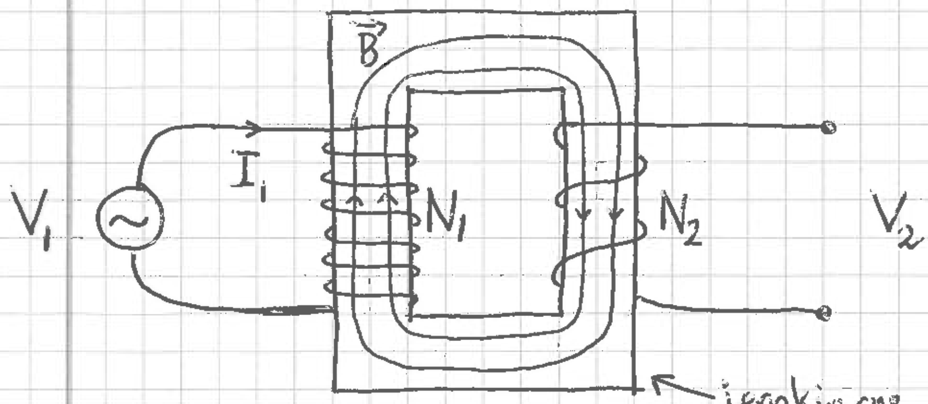


Halvverdibredde: $\Delta\omega \approx 2\gamma = R/L$

Kvalitetsfaktor: $\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$

Kan måle $I_0(\omega)$ ved å måle spenningen $V_R = RI$ over motstanden med et voltmeter.

Transformator



jernkjerne ⇒ $\vec{B}$-feltlinjene følger jernet

$$V_1 = \dot{\Phi}_1 = L_1 \dot{I}_1$$

$$V_2 = \dot{\Phi}_2 = M \dot{I}_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{L_1} = \frac{N_1 N_2}{N_1^2} = \frac{N_2}{N_1}$$

⇒ Spenning "inn" (V_1) kan transformeres til spenning "ut" (V_2) som enten er lavere ($N_2 < N_1$) eller høyere ($N_2 > N_1$) enn V_1.