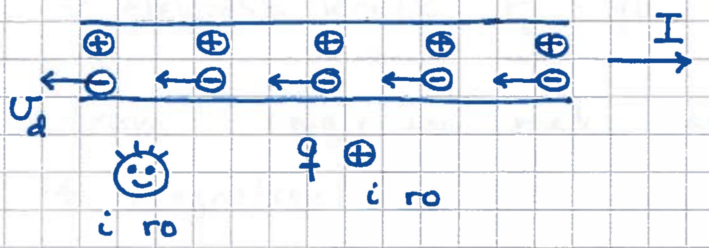
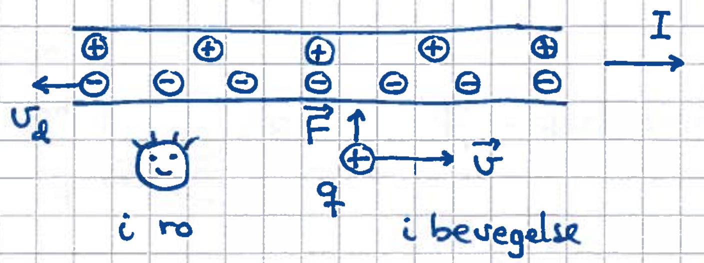
Magnetostatikk [YF 27, 28 ; LHL 23]

Einsteins relativitetsteori nødvendiggjør magnetiske krefter:



q i ro "ser" nøytral strømførende leder

$\Rightarrow F = 0$



q i bevegelse ser negativt ladet leder, fordi ⊖ (elektronene) har større relativ hastighet enn ⊕ (atomkjernene): $u_- \approx v + v_d$, $u_+ = v$; dermed størst lengdereduksjon for avstanden mellom ⊖

> Einstein: Lysfarten er c i alle inertialsystem. En av konsekvensene er såkalt lengdekontraksjon,
> $\Delta x_- = \Delta x_0 \cdot \sqrt{1 - u_-^2/c^2}$

Konklusjon: q påvirkes av elektrisk kraft $\vec{F}$

Men vi er i ro relativt lederen, som for oss er nøytral, så vi måler ingen elektrisk kraft på q.

Vi måler derimot en magnetisk kraft $\vec{F}_m$, som uttrykkes via et magnetfelt $\vec{B}$.

Magnetfeltet $\vec{B}$ skapes av strømmen I.

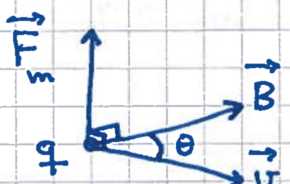
Magnetisk kraft [YF 27.2 ; LHL 23.4]

Ladning omgir seg med elektrisk felt $\vec{E}$

$\Rightarrow$ elektrisk kraft $\vec{F}_e = q\vec{E}$ på (en annen) ladning q

Strøm omgir seg med magnetfelt $\vec{B}$

$\Rightarrow$ magnetisk kraft $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ på ladning q i bevegelse med hastighet $\vec{v}$



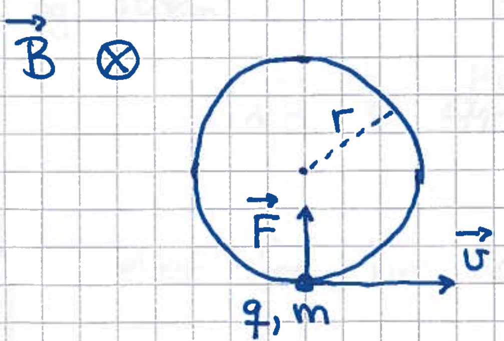
$F_m = qvB\sin\theta$; $\vec{F}_m \perp \vec{B}$; $\vec{F}_m \perp \vec{v}$

Enhet: $[B] = \frac{N}{C \cdot m/s} = \frac{N}{A \cdot m} = T$ (tesla)

Generelt, med både $\vec{E}$ og $\vec{B}$ til stede:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$ Lorentzkraften

Ladning i uniformt magnetfelt [YF 27.4 ; LHL 23.1, 23.4]



Notasjon : ⊗ inn i planet

⊙ ut av planet

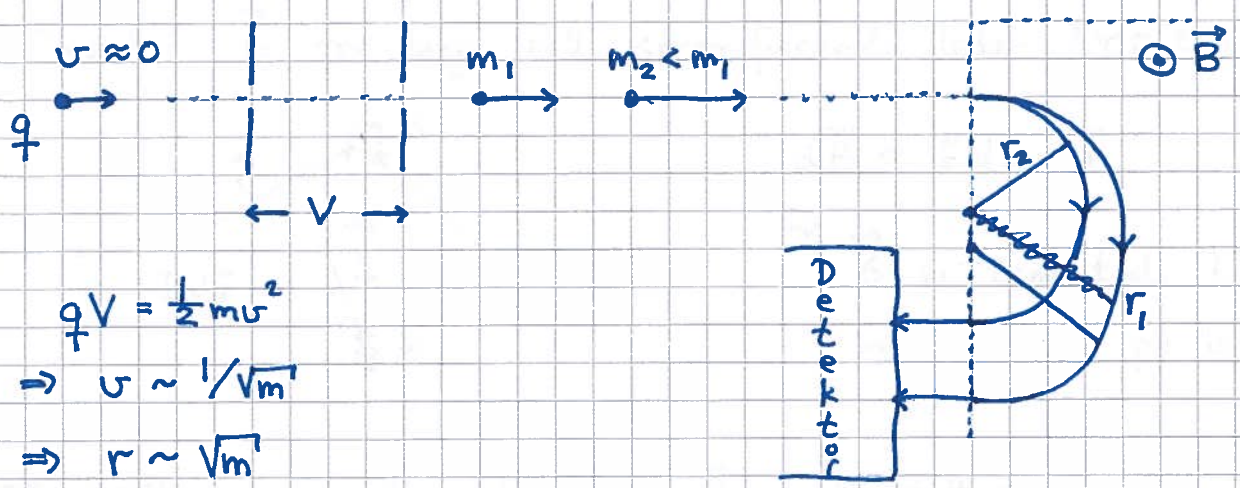
Anta $\vec{v} \perp \vec{B}$ slik at $F = qvB$

Siden $\vec{F} \perp \vec{v}$, er tilført effekt alltid $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$, dvs magnetisk $\vec{F}$ gjør aldri noe arbeid!

$\Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$ er konstant $\Rightarrow$ vi får uniform sirkelbevegelse

N2: $qvB = mv^2/r \Rightarrow r = mv/qB \Rightarrow \boxed{\omega_c = v/r = qB/m} =$ syklotronfrekvensen

Eks: Massespektrometer [YF 27.5] (Øving 12)



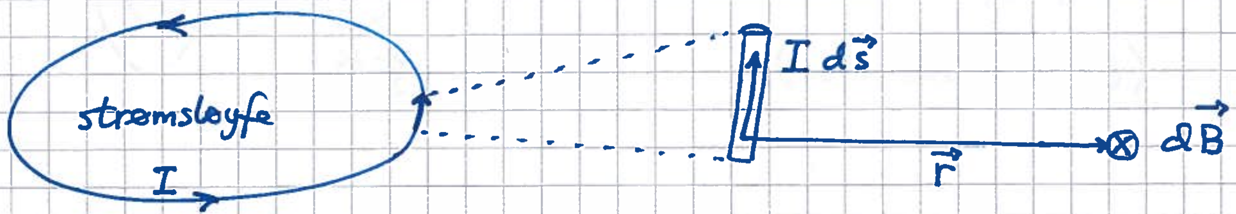
$$qV = \tfrac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow \quad v \sim 1/\sqrt{m}$$

$$\Rightarrow \quad r \sim \sqrt{m}$$

Biot-Savarts lov [YF 28.2 ; LHL 23.5]

Magnetismens analogi til Coulombs lov



Magnetfelt $d\vec{B}$ fra lederbit med lengde og retning gitt ved $d\vec{s}$, og strøm I, i avstand $\vec{r}$ fra lederbiten:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \left(\text{jf. Coulombs lov, } d\vec{E} = dq\, \hat{r} / 4\pi\varepsilon_0 r^2\right)$$

$\Rightarrow$ Feltet fra hele den lukkede strømsløyfa:

$$\boxed{\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}}$$

Biot-Savarts lov (1820)

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A = vakuumpermeabiliteten (eksakt)

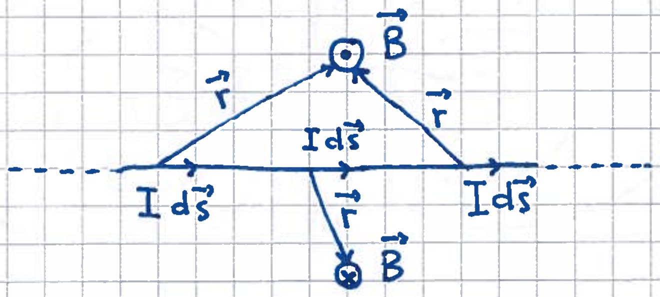
$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ = hastigheten til e.m. bølger i vakuum

= 299 792 458 m/s (eksakt)

$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$ (eksakt)

Eksempler, uten matematiske detaljer:

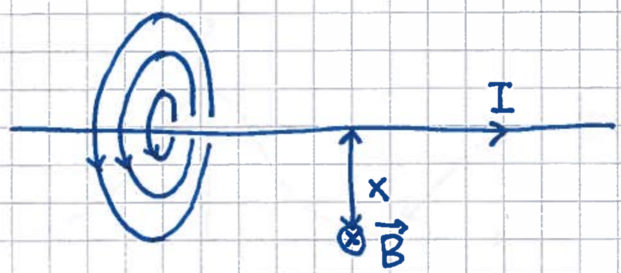
Eks 1: $\vec{B}$ fra lang, rett strømførende leder [YF 28.3; LHL 23.5]



$d\vec{B} \sim I\, d\vec{s} \times \vec{r}$

$\Rightarrow$ $\vec{B}$ er tangentiell til sirkel med sentrum på lederen

$\Rightarrow$ Feltlinjer for $\vec{B}$ (linjer $\parallel \vec{B}$; linjetetthet prop. med $|\vec{B}|$) blir sirkler med sentrum på lederen



Biot-Savart gir

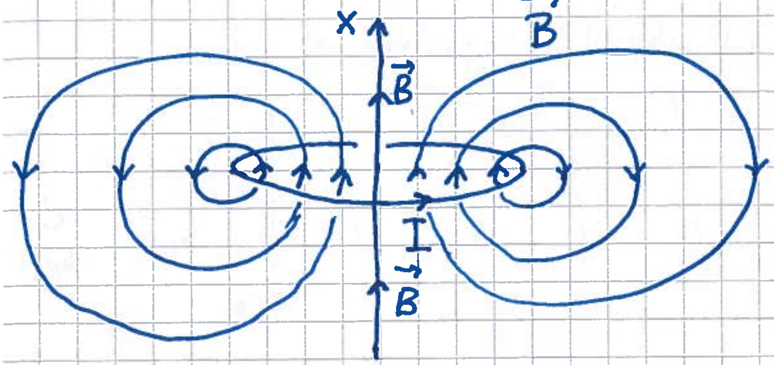
$$B(x) = \mu_0 I / 2\pi x$$

(se notat s 127B)

- Høyrehåndsregel (nr 2 ?!): Tommel langs I, resterende fingre krummer langs $\vec{B}$

- Merk at feltlinjer for $\vec{B}$ alltid er <u>lukkede</u>.
  (Har ikke "magnetiske ladninger".)

Eks 2: $\vec{B}$ fra sirkulær strømsløyfe [YF 28.5 ; LHL 23.6]



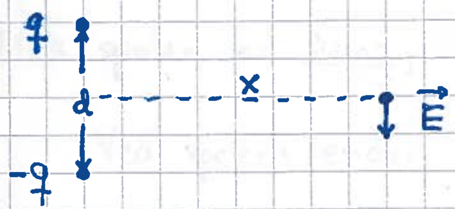
- Strømsløyfe i yz-planet, strøm I, radius R
- Nær lederen må $\vec{B}$ bli omtrent som for lang rett leder
- På x-aksen er $\vec{B} \parallel \hat{x}$ pga symmetri

Biot-Savart gir [se s 128B]

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$ på sløyfas akse (her x-aksen)

$$B(x) \overset{x \gg R}{\approx} \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3} \sim \frac{1}{x^3}$$

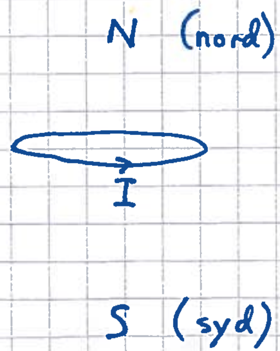
Fra før, elektrisk felt i stor avstand fra elektrisk dipol: (s.62)



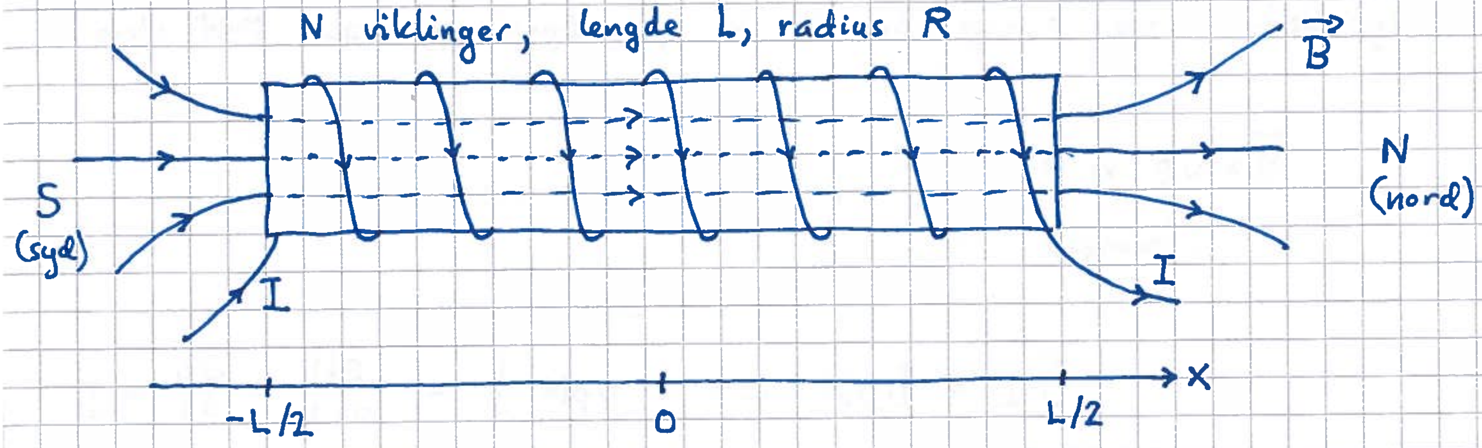
$$E(x) = \frac{q d}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + d^2/4)^{3/2}}$$

$$\overset{x \gg d}{=} q d / 4\pi\varepsilon_0 x^3 \sim 1/x^3$$

Den sirkulære strømsløyfa er en <u>magnetisk dipol</u>:



Eks 3: $\vec{B}$ fra strømførende spole [YF 28.7 ; LHL 23.6]



Anta tettliggende viklinger $\Rightarrow$ $\vec{B}$ blir omtrent som for N sirkulære strømsløyfer jevnt fordelt på lengden L $\Rightarrow$ Kan bruke resultatet i Eks 2 og summere (integrere) opp ; se notat s 129 B, C, D.

Feltstyrken på spolens akse blir:

$$B(x) = \frac{1}{2}\mu_0 n I \left\{ \frac{L/2 - x}{\sqrt{(L/2-x)^2 + R^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(L/2+x)^2 + R^2}} \right\}$$

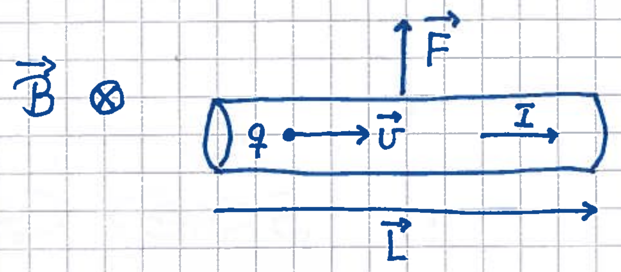
der $n = N/L$ = antall viklinger pr lengdeenhet

Hvis spolen er <u>lang</u>, dvs hvis $L/2 \gg R$:

- Ved spolens ender, $x = \pm L/2$: $B \approx \frac{1}{2}\mu_0 n I$
- Inni spolen (overalt!), $|x| \ll L/2$: $\boxed{B \approx \mu_0 n I}$
- Utenfor spolen: $B \approx 0$

Magnetisk kraft på strøm [YF 27.6 ; LHL 23.2]

Først: Rett lederbit, lengde L, N frie ladninger q med driftshastighet v :



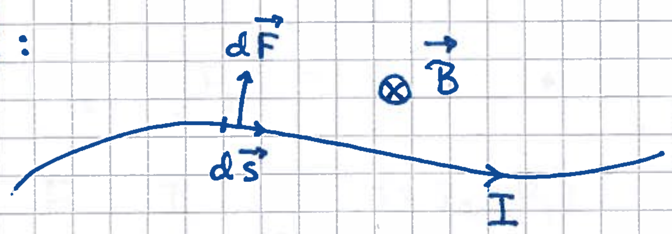
$$\vec{F} = N \cdot q\vec{v} \times \vec{B}$$

(oppover)

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Nq}{L/v} = \frac{1}{L} Nqv \implies Nq\vec{v} = I\vec{L}$$

$$\implies \boxed{\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}}$$

Generelt :



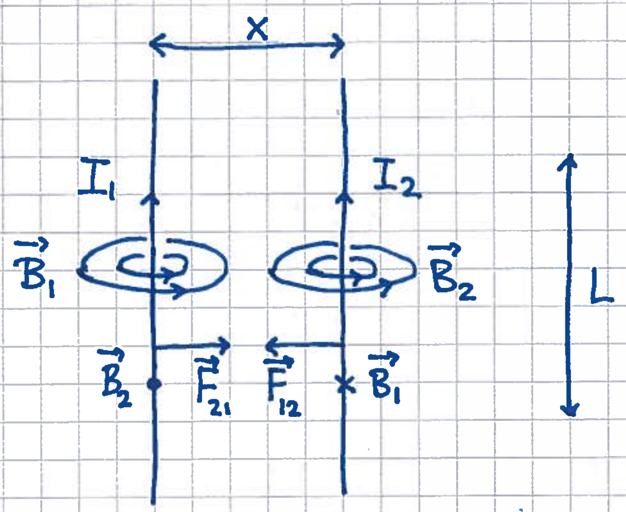
$$d\vec{F} = I\, d\vec{s} \times \vec{B}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{F} = I \int d\vec{s} \times \vec{B}}$$

Total kraft på lederen

Eks 1: Kraft mellom parallelle strømmer [YF 28.4; LHL 23.5]



Innbyrdes kraft på lengde L:

$$F_{12} = F_{21} = F \qquad (N3)$$

$$F = I_1 L B_2 \quad (= I_2 L B_1) \quad = I_1 L \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x}$$

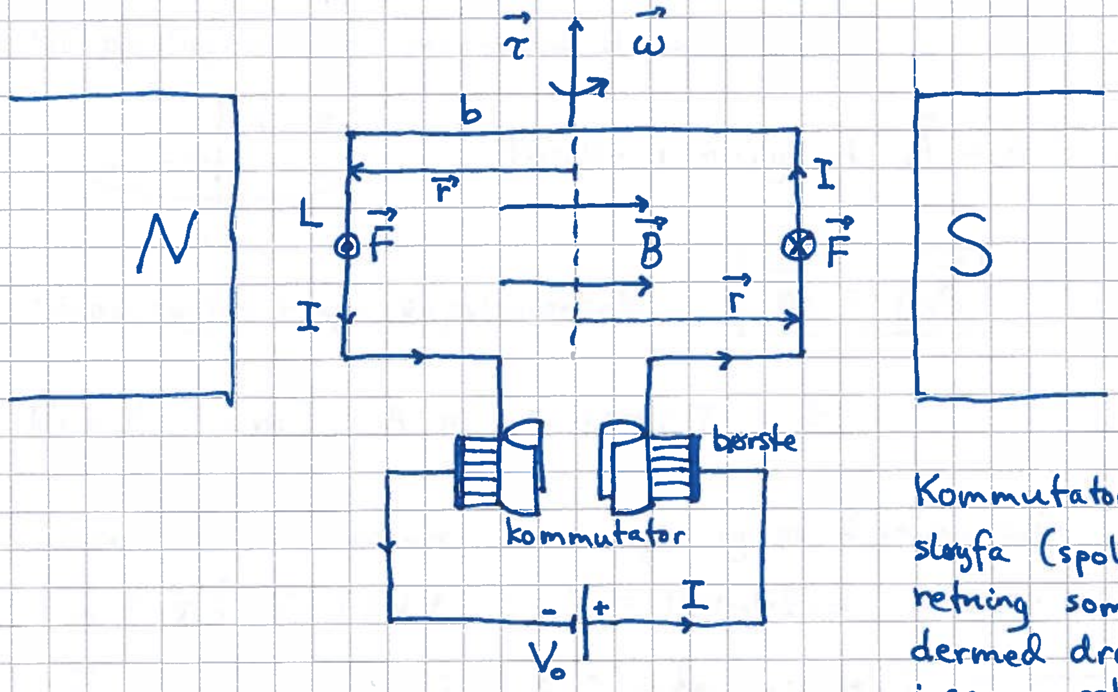
Kraft pr lengdeenhet: $f = F/L = \underline{\underline{\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}}}$

$I_1 \parallel I_2 \Rightarrow$ Tiltrekning

$I_1 \parallel -I_2 \Rightarrow$ Frastøtning

Hvis $x = L = 1\,\mathrm{m}$ og $I_1 = I_2 = 1\,\mathrm{A}$ blir $F = 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$.

Eks 2 : Likestrømsmotor [YF 27.8 ; LHL 26.3]



Kommutatoren roterer med sløyfa (spolen) og gir strømretning som i figuren, og dermed dreiemoment $\vec{\tau}$ i samme retning hele tiden.

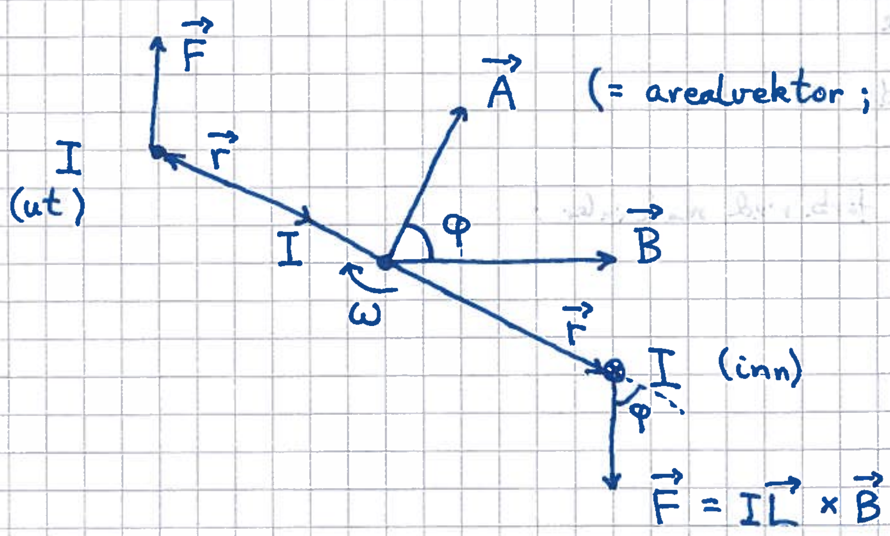
Dreiemoment på strømsløyfa :

$$\tau = |\vec{\tau}| = |\sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i| = 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot ILB \cdot \sin\varphi$$

der φ = vinkel mellom $\vec{r}$ og $\vec{F}$ ($\varphi = 90°$ i figuren)

$\Rightarrow$ $\tau = IA \cdot B \cdot \sin\varphi$; $A = b \cdot L$ = omsluttet areal

Sett langs rotasjonsaksen :



(= arealvektor ; står normalt på sløyfa)

$$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}}$$

Hvis spole med N viklinger :

$$\tau = NIAB \sin\varphi \quad ; \quad \vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$