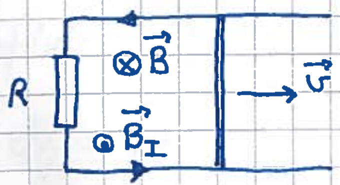
Lenz' lov [YF 29.3; LHL 24.1]

Indusert strøm I får retning slik at tilhørende indusert magnetfelt $\vec{B}_I$ og fluks $\Phi_I = \vec{B}_I \cdot \vec{A}$ motvirker den påtvungne endringen $\Delta\Phi$.

"Naturen motsetter seg endringer!"

Eks:



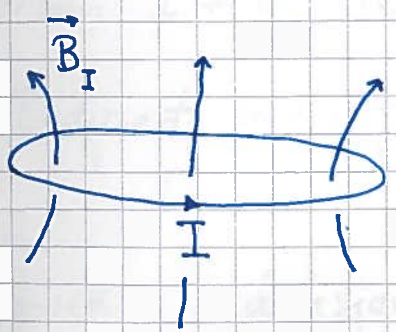
Påtvungen endring: Økt omsluttet magn. fluks inn i planet.

"Naturens respons": Strøm I mot klokka. Gir omsl. fluks $\Phi_I = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$ ut av planet.

Dvs: Endringen motvirkes.

Induktans [YF 30.2; LHL 25.1]

Selvinduktans:



Biot-Savarts lov $\Rightarrow \vec{B}_I$ prop. med I

$\Rightarrow$ Omsluttet fluks

$$\Phi = \int \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$$

også prop. med I

Strømsløyfas (selv-) induktans:

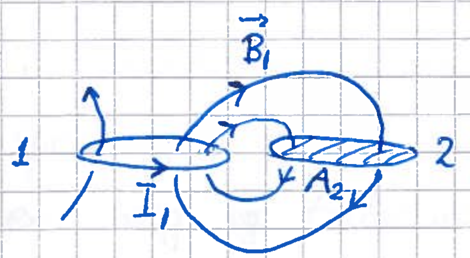
$$\boxed{L = \Phi / I} \qquad [L] = \frac{T \cdot m^2}{A} = H \text{ (henry)}$$

Eks: Bestem L for spole med 400 viklinger, $\ell = 6$ cm, $A = 9\,\text{cm}^2$ og kjerne med $\mu_r = 500$.

Løsn: $B = \mu n I = \mu_r \mu_0 (N/\ell) I \Rightarrow \Phi = NBA = N^2 \mu_r \mu_0 A I / \ell$

$$\Rightarrow L = N^2 \mu_r \mu_0 A/\ell = 400^2 \cdot 500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{-4} / 6 \cdot 10^{-2} = \underline{1.5\ H}$$

Gjensidig induktans:



En strøm I_1 i sløyfe 1 gir en fluks $\Phi_2 = \int_{A_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{A}_2$ omsluttet av sløyfe 2. Siden B_1 er prop. med I_1, blir også Φ_2 prop. med I_1: $\Phi_2 = M_{21} I_1$

Tilsvarende: En strøm I_2 i sløyfe 2, gir felt $\vec{B}_2$, og dermed fluks $\Phi_1 = \int_{A_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{A}_1$ omsluttet av sløyfe 1, prop. med I_2:
$\Phi_1 = M_{12} \cdot I_2$. "Lett å vise" at $M_{21} = M_{12} = M$, som kalles sløyfenes gjensidige induktans, med enhet $[M] = H$ (som for L).

(Selv-) Induksjon:

Dersom $\dot{I} \neq 0$, blir også $\dot{\Phi} \neq 0$

$\Rightarrow$ Indusert (mot-)spenning $\quad V = -\dot{\Phi} = -L\dot{I}$

Gjensidig induksjon:

$$\dot{I}_1 \neq 0 \Rightarrow V_2 = -\dot{\Phi}_2 = -M\dot{I}_1$$

evt.

$$\dot{I}_2 \neq 0 \Rightarrow V_1 = -\dot{\Phi}_1 = -M\dot{I}_2$$

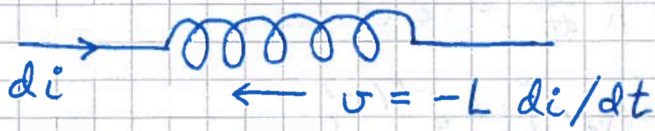
Spole som kretselement: 

$V = -L\, dI/dt$

Retning på V fra Lenz' lov:

Energi i $\vec{B}$-feltet [YF 30.3 ; LHL 25.3]

Vi regner ut arbeidet som må gjøres mot den induserte spenningen for å øke strømmen fra $i=0$ til $i=I$ i en lang og tettviklet spole:



Energi påkrevd for å øke strømmen fra i til $i+di$:

$$dU = P\cdot dt = -v\,i\,dt = L\frac{di}{dt}\cdot i\,dt = L\cdot i\cdot di$$

For å øke fra $i=0$ til $i=I$:

$$U = \int dU = \int_0^I L\,i\,di = \underline{\tfrac{1}{2}LI^2}$$

Med N viklinger på lengde ℓ, tverrsnitt A:

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \quad \Rightarrow \quad I = B/(\mu_0 N/\ell)$$

$$\Phi = NAB = LI$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}\cdot LI\cdot I = \frac{1}{2}\cdot NAB\cdot\frac{B\ell}{\mu_0 N} = \frac{1}{2\mu_0}B^2\cdot A\ell$$

der $A\ell$ = volum i spolen, der $B \neq 0$

$\Rightarrow$ Energi pr volumenhet i magnetfelt: $u_B = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

$\Rightarrow$ Total energitetthet i elektromagnetisk felt:

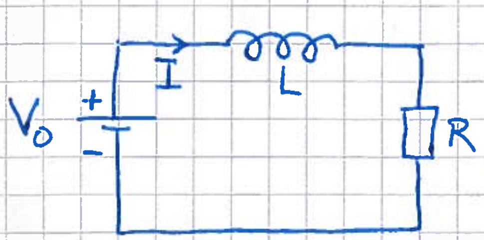
$$\boxed{u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2}$$

Kretser og anvendelser ; DC og AC

[YF 30.4+5+6 ; LHL 25.2, 27.1+2+3+5]

① RL-krets (DC)

Kobler til V_0 ved $t=0$: $(I(0)=0)$

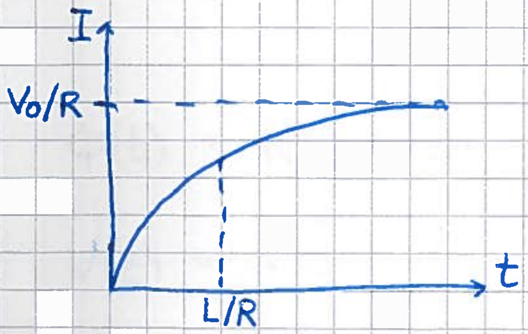


$$K2 \Rightarrow \quad V_0 - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

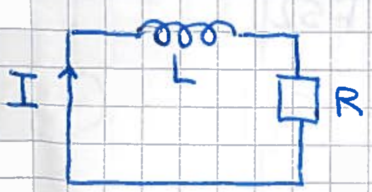
Dvs: Samme lign. for I som for Q i RC-kretsen (se s. 87)

$$\Rightarrow \quad I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

med $\tau = L/R$ = RL-kretsens tidskonstant

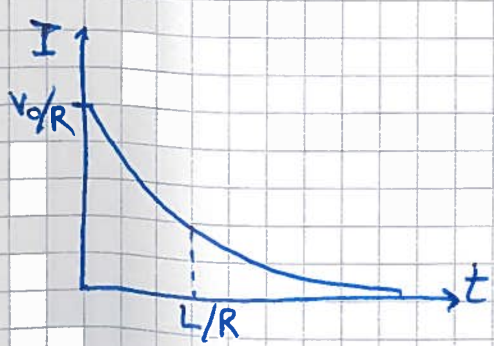


Kobler ut V_0 ved "nytt $t=0$" : $(I(0) = V_0/R)$

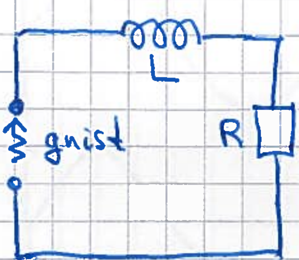


$$K2 \Rightarrow \; -L\,dI/dt - RI = 0$$

$$\Rightarrow \; I(t) = \frac{V_0}{R}\, e^{-t/\tau} \quad ; \quad \tau = L/R$$



Forklarer gnist når støpselet dras ut av stikk-kontakten:



Strømmen tvinges raskt fra V_0/R til null $\Rightarrow |dI/dt|$ blir stor $\Rightarrow$ stor indusert spenning og overslag/gnist!

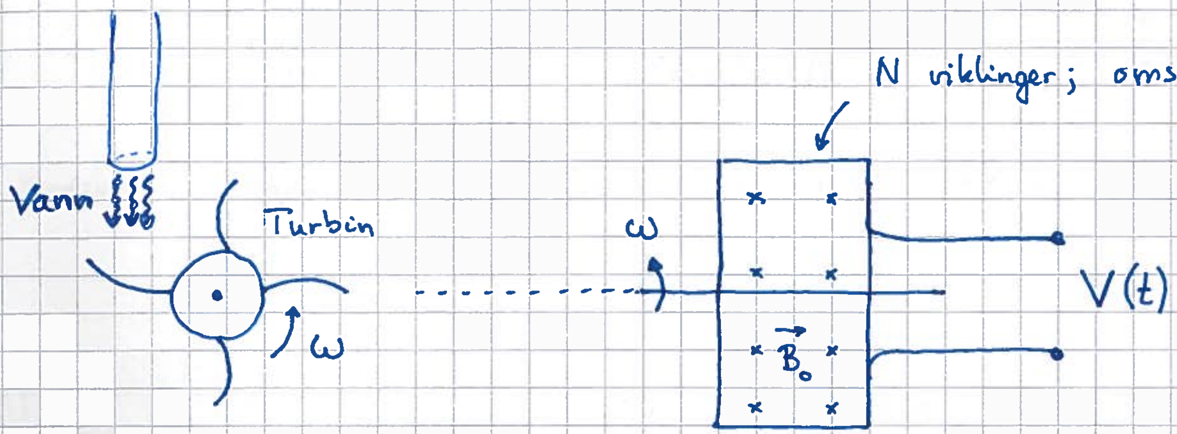
AC spenningskilde

(AC = alternating current = vekselstrøm)

Kretssymbol:

$V(t) = V_0 \cos \omega t$; frekvens $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (Norge/Europa: 50 Hz, USA: 60 Hz)

Prinsipp for AC-generator:

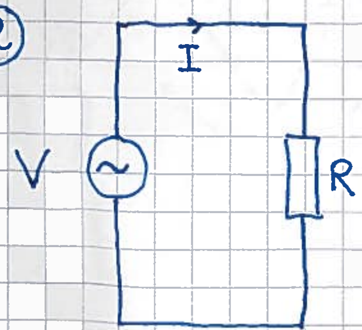


$$\Phi(t) = N B_0 A \cos \omega t$$

$$V(t) = -\dot{\Phi} = V_0 \sin \omega t \; ; \quad V_0 = N B_0 A \omega$$

(amplituden)

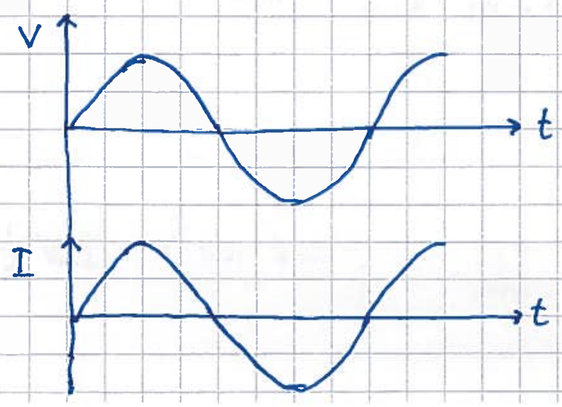
②



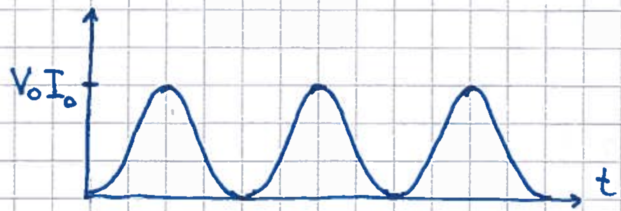
K2: $V_0 \sin \omega t - RI = 0$

$\Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$

$\Rightarrow$ $V(t)$ og $I(t)$ i fase:



Effekttap: $P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_0 I_0 \sin^2 \omega t$



Midlere effekttap: $\langle P \rangle = V_0 I_0 \langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0$

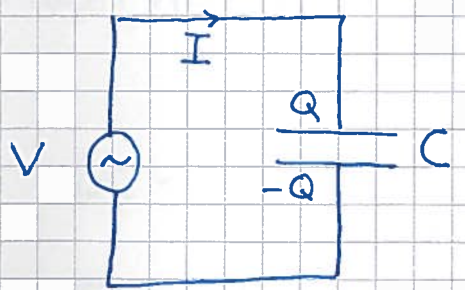
Effektivverdier (evt rms-verdier; "root mean square"):

$$\langle P \rangle = V_{rms} \cdot I_{rms} \Rightarrow V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Kontakten i veggen: $V_{rms} \approx 230\ V \Rightarrow V_0 \approx 325\ V$

---

③

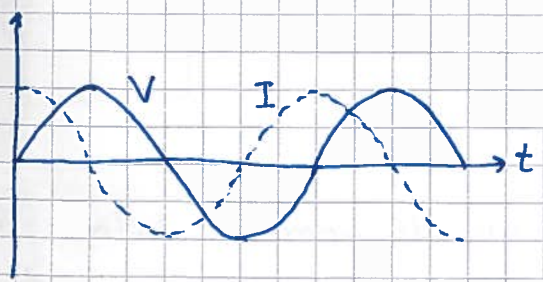


K2: $V_0 \sin \omega t - \frac{Q}{C} = 0$

$$\Rightarrow Q = V_0 C \sin \omega t$$

$$\Rightarrow I(t) = V_0 \omega C \cos \omega t$$

$$= V_0 \omega C \sin(\omega t + \pi/2)$$



- Faseforskjell $\pi/2$ mellom $V(t)$ og $I(t)$

- Strømamplituden,

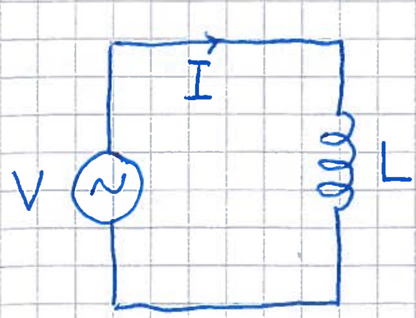
  $$I_0(\omega) = V_0 \omega C$$

  øker med økende frekvens

- Midlere effekttap: $\langle P \rangle = V_0 I_0 \cdot \langle \sin \omega t \cdot \cos \omega t \rangle$

$$= \frac{1}{2} V_0 I_0 \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle = \underline{\underline{0}}$$

4

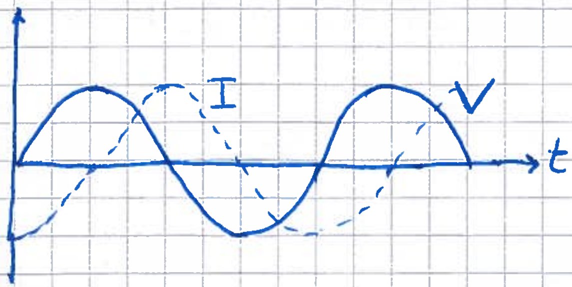


K2: $V_0 \sin \omega t - L\dot{I} = 0$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow I(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

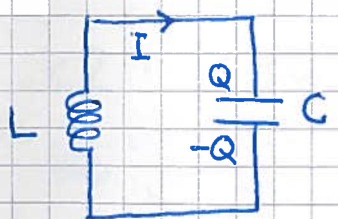
$$= \frac{V_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



- Faseforskjell $(-)\ \frac{\pi}{2}$ mellom $V(t)$ og $I(t)$
- Strømamplitude,
  $I_0(\omega) = V_0/\omega L$
  avtar med økende frekvens

- Midlere effekttap $\langle P \rangle \sim \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$

5 LC-krets



Anta $Q(0) = Q_0$

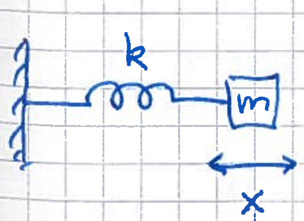
K2: $-L\dot{I} - Q/C = 0$

$I = \dot{Q} \Rightarrow \ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$

Dvs: enkel harmonisk oscillator!

Løsning: $Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Analogi: mekanisk oscillator



$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad ; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Analoge størrelser: $Q \leftrightarrow x$, $I \leftrightarrow \dot{x}$, $L \leftrightarrow m$, $C \leftrightarrow \frac{1}{k}$

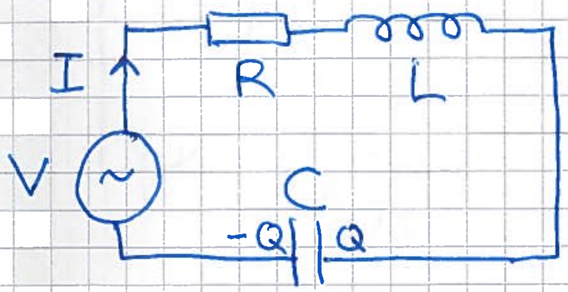
$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \leftrightarrow \frac{1}{2} L I^2 = \text{energi i } \vec{B}\text{-felt i spolen}$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = \text{— " — } \vec{E}\text{-felt i kondensatoren}$$

Konservativt system, uten dissipasjon av energi ($R=0$):

$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2} L I^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L Q_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{konst.}$$

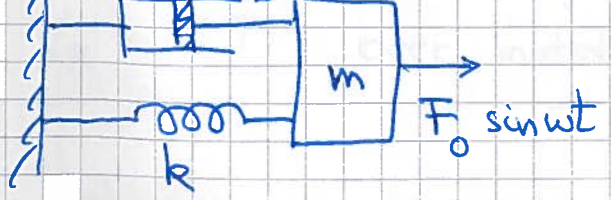
6 RLC resonanskrets



K2: $V_0 \sin \omega t - RI - L\dot{I} - \frac{Q}{C} = 0$

$$\Rightarrow \quad L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C} Q = V_0 \sin \omega t$$

Mekanisk analogi:



N2: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$

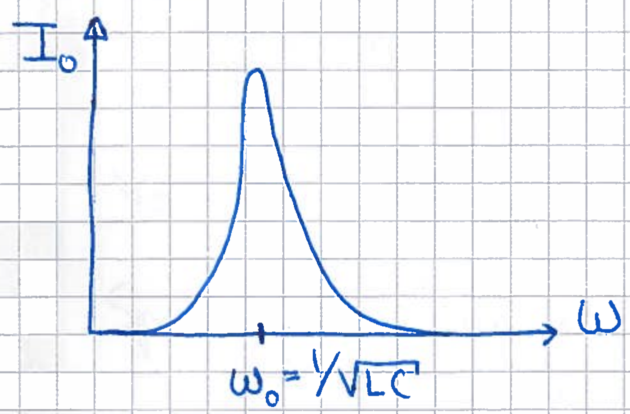
dvs: $b \leftrightarrow R$; $F_0 \leftrightarrow V_0$

⇒ Vi får resonans i RLC-kretsen når $\omega \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Alle sammenhenger fra det mekaniske systemet kan "oversettes" direkte:

$$Q(t) = Q_0(\omega)\sin(\omega t + \varphi) \quad ; \quad Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$$

der $2\gamma = R/L$.

Dette gir: $I(t) = \omega Q_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi)$
$= I_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi)$



Halvverdibredde: $\Delta\omega = 2\gamma = R/L$

Kvalitetsfaktor: $\omega_0/\Delta\omega \; (= f_0/\Delta f) = \sqrt{L/C}\,/R$

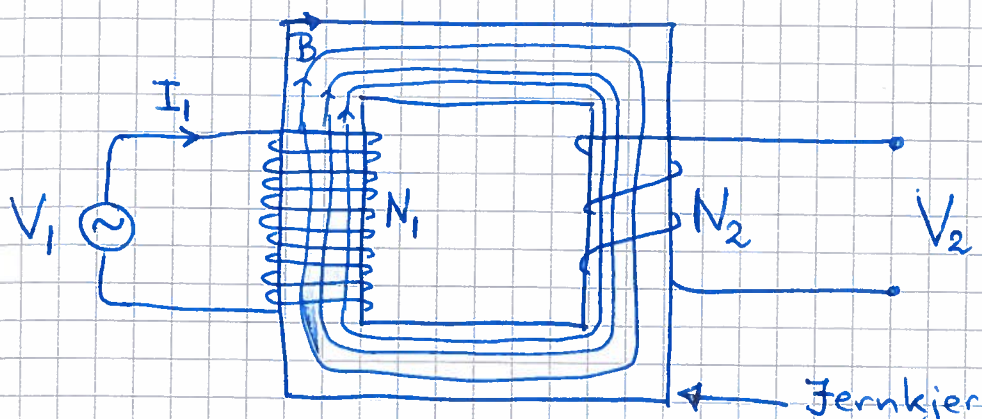
Måler $I_0(\omega)$ enkelt ved å måle spenningen $V_R = RI$ over motstanden (med voltmeter).

I forbindelse med AC-kretser kalles forholdet mellom V_0 og I_0 for impedans: $Z(\omega) = V_0/I_0(\omega)$, en generalisert motstand, med enhet Ω.

⇒ $Z_R = R$, $Z_C = \frac{1}{\omega C}$, $Z_L = \omega L$; og for RLC-resonanskretsen er

$$Z = \omega L \cdot \sqrt{(1-\omega_0^2/\omega^2)^2 + (2\gamma/\omega)^2}$$

7 Transformator



Jernkjerne.
$\vec{B}$ - feltlinjene følger jernet

$$V_1 = \dot{\Phi}_1 = L_1 \dot{I}_1 \quad ; \quad L_1 \sim N_1^2$$

$$V_2 = \dot{\Phi}_2 = M \dot{I}_1 \quad ; \quad M \sim N_1 N_2$$

$$\Rightarrow \quad V_2 / V_1 = M / L_1 = N_1 N_2 / N_1^2 = N_2 / N_1$$

$\Rightarrow$ Spenningen "inn", V_1, kan transformeres til spenning "ut", V_2, med mindre amplitude $(N_2 < N_1)$ eller større amplitude $(N_2 > N_1)$ enn V_1.

Hvorfor høy spenning på overføringsnettet mellom kraftstasjon og bolig?

Effekttap i overføringsnett med gitt resistans R:

$$P = V \cdot I = RI \cdot I = RI^2$$

$\Rightarrow$ Fordel med så liten strøm I som mulig, dvs fordel med høy spenning. (Norge: 11 – 420 kV)