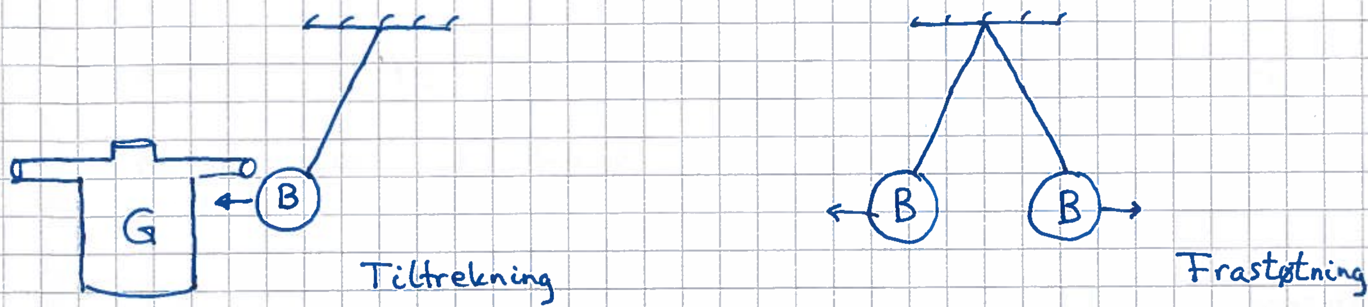
Kvalitativ påvisning av ladning:

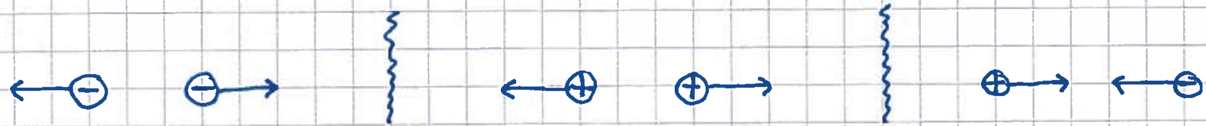
2 like ballonger gnis mot samme genser.



Konklusjon:

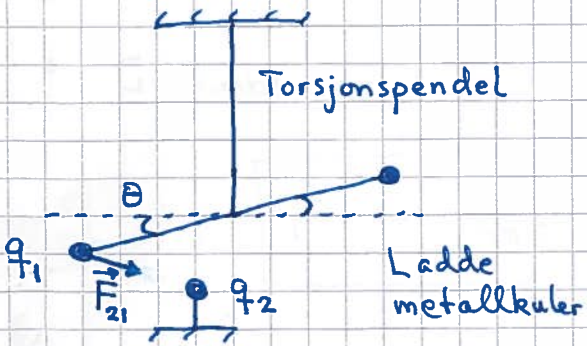
Like ladninger frastøter hverandre, ulike ladn. tiltrekker hverandre.

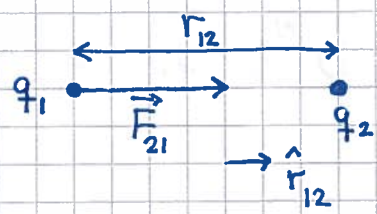
Naturlig å kalle de to ladningstypene <u>positiv</u> og <u>negativ</u>.



<u>Coulombs lov</u> [YF 21.3 ; LHL 19.3]

Exp. ca 1785:





Coulomb fant:

- $F_{21} \sim q_1 \cdot q_2 / r_{12}^2$
- $\vec{F}_{21} \sim \hat{r}_{12}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{21} = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}}$$ Coulombs lov

Samme form som Newtons gravitasjonslov.

N3: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Enhet for ladning   [YF 21.3 ; LHL 19.1]

$[q] = C$ (coulomb)

- $1\,C = 1\,A \cdot s$ = mengden ladning som passerer tverrsnitt av en leder pr sekund hvis strømstyrken er 1 A (ampere)

- $1\,C$ = ladningen til hver av to like legemer som i innbyrdes avstand 1 m frastøter hverandre med en kraft

$$8.98755\ldots \cdot 10^{9}\ \mathrm{N}$$

Dvs:

$$K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.98755\ldots \cdot 10^{9}\ \frac{N\cdot m^2}{C^2} \approx 9\cdot 10^{9}\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

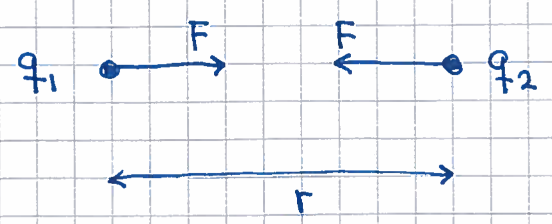
$$\varepsilon_0 = 8.854\ldots \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\cdot m^2}$$ = permittiviteten til vakuum

- Med denne definisjonen av $1\,C$ blir

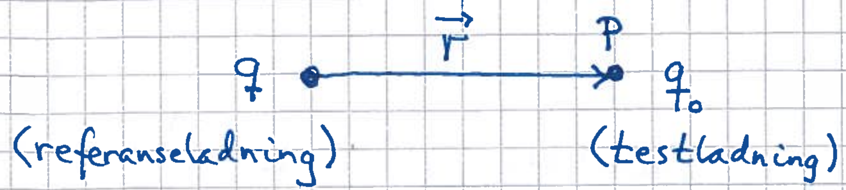
$$e = 1.602\ldots \cdot 10^{-19}\ C \approx 1.6\cdot 10^{-19}\ C$$

- Coulombs lov :

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$



Elektrisk felt [YF 21.3 – 21.5 ; LHL 19.3 – 19.5]



P = posisjonen til q_0

Kraft på q_0 fra q : $\vec{F} = \dfrac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}$

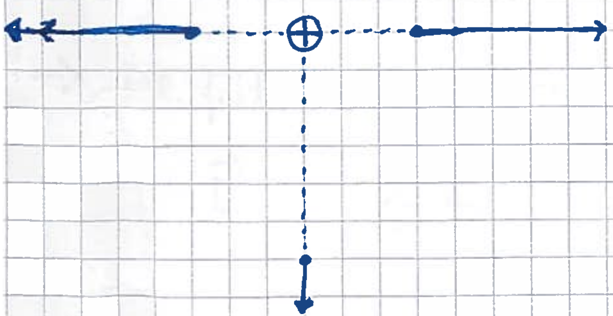
Elektrisk felt $\overset{\text{def}}{=}$ El. kraft pr ladningsenhet

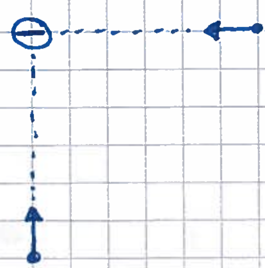
$\Rightarrow$ $\vec{E} = \vec{F}/q_0$; $[E] = N/C$

$\Rightarrow$ (Referanse-) ladningen q omgir seg med et elektrisk felt, som i avstand $\vec{r}$ er :

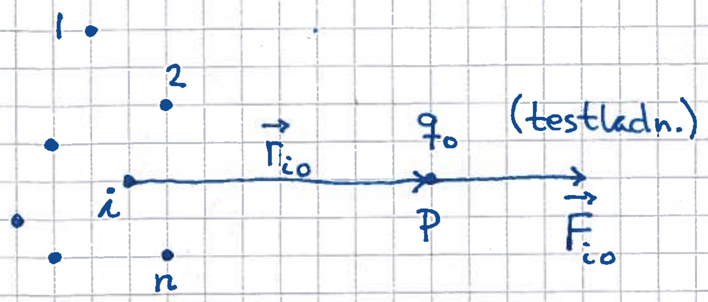
$$\boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r}}$$

dvs med retning radielt bort fra positiv ladning
og —————"————— inn mot negativ —"— :





El. kraft og felt fra flere ladninger:



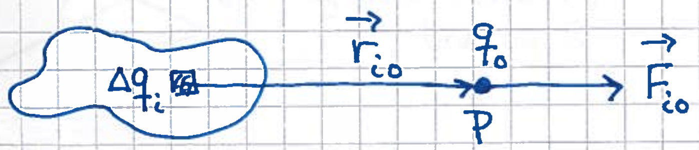
(P = pos. til q_o)

n ref. ladn.
$\{q_1\ q_2 \cdots q_n\}$

Superposisjonsprinsippet (SPP): $\vec{F}_o = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{io}$ = total kraft på q_o fra $\{q_1\ q_2 \cdots q_n\}$

$$\Rightarrow \vec{F}_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i q_o}{r_{io}^2} \hat{r}_{io}$$

Hvis vi har en kontinuerlig fordeling av ref. ladninger:

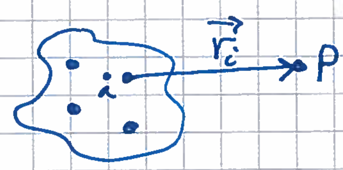


(P = pos. til q_o)

$$\vec{F}_o = \frac{q_o}{4\pi\varepsilon_o} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_{io}^2} \hat{r}_{io} \xrightarrow{\Delta q_i \to 0} \frac{q_o}{4\pi\varepsilon_o} \int \frac{\hat{r}\, dq}{r^2}$$

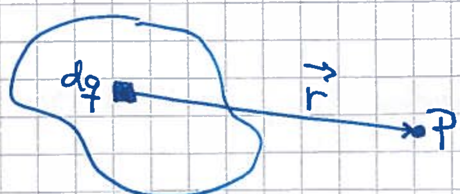
$\Rightarrow$ El. felt fra flere ladninger:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{q_i \hat{r}_i}{4\pi\varepsilon_o r_i^2}$$

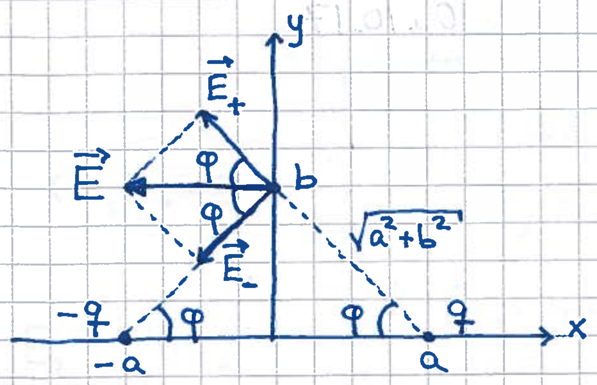


Fra kontinuerlig ladn. fordeling:

$$\vec{E} = \int \frac{\hat{r}\, dq}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$



Eks 1: $\pm q$ i $x = \pm a$; bestem $\vec{E}$ i $y=b$, på y-aksen.

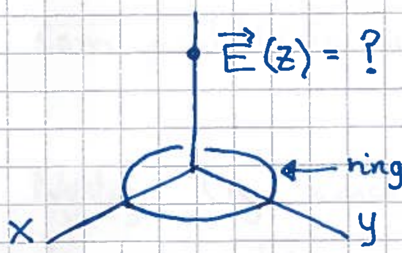


- $E_+ = E_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+b^2)}$
- Pga symmetrien er $E_y = 0$, dvs $E = E_x$
- $E_x = E_+^x + E_-^x$
- $E_+^x = E_-^x = E_+ \cos\varphi$; $\cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Dermed: $$\vec{E} = -\hat{x} \cdot \frac{2qa}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+b^2)^{3/2}}$$

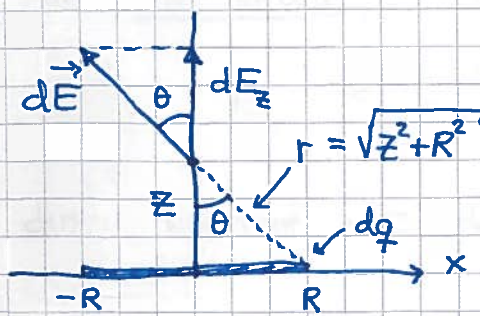
[Dette er en elektrisk dipol. Langt unna, når $b \gg a$, avtar E som $\frac{1}{b^3}$.]

Eks 2: $\vec{E}$ på aksen til en jevnt ladet ring (sentrum i origo)



- Pga symmetrien er $E_x = E_y = 0$,

dvs $\vec{E}(z) = E_z(z)\,\hat{z}$



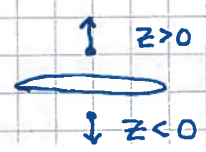
$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dE_z = dE\cos\theta \quad ; \quad \cos\theta = \frac{z}{r}$$

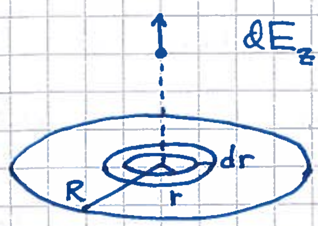
$$\Rightarrow E_z = \int dE_z = \frac{z}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int dq = \frac{Qz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}$$

Svaret er fornuftig:

- $[E_z] = [Q/\varepsilon_0 z^2]$; OK
- $E_z(0) = 0$; OK
- $E_z \approx Q/4\pi\varepsilon_0 z^2$ når $z \gg R$; OK, ser ut som punktladning i origo fra langt unna
- $E_z(z) = -E_z(-z)$; OK :



Eks 3: $\vec{E}$ på aksen til jevnt ladet sirkulær skive



$$dE_z = \frac{dq \cdot z}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{3/2}}$$ = bidrag til E_z fra tynn ring med radius r, bredde dr og ladning

$$dq = Q \cdot dA/A = Q \cdot 2\pi r\, dr / \pi R^2$$

$$\Rightarrow E_z = \int dE_z = \int_{r=0}^{R} \frac{(Q \cdot 2\pi r\, dr/\pi R^2)\cdot z}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{3/2}} = \frac{Qz}{2\pi\varepsilon_0 R^2} \Big|_0^R \left(-(z^2+r^2)^{-1/2}\right)$$

$$= \frac{Qz}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left\{\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right\} = \underline{\underline{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{1+R^2/z^2}}\right\}}}$$

Fornuftig svar for $z \gg R$:

$\left(1+\frac{R^2}{z^2}\right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{R^2}{2z^2} \Rightarrow E_z \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$; OK, ser ut som punktladning Q i origo fra langt unna.

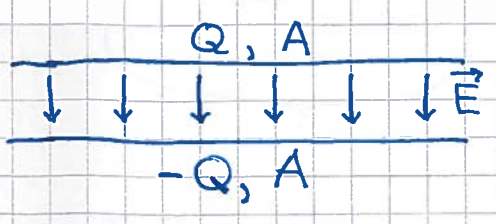
Nyttig (og kanskje noe overraskende?) resultat for $z \ll R$, dvs <u>nær skiva</u>, evt. <u>for stor skive</u>:

$$E_z \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad ; \quad \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$ = skivas ladning pr flateenhet

dvs: konstant feltstyrke, uavhengig av avstanden z.

Anvendelse i elektriske kretser:

Parallellplatekondensator; to parallelle metallplater som kan tilføres like stor ~~ladn~~ ladning med motsatt fortegn, $\pm Q$. Siden $\vec{E}$ peker bort fra pos. plate (Q) og inn mot neg. plate ($-Q$) blir total elektrisk feltstyrke mellom platene



$$E = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \underline{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

(mens $E = 0$ <u>utenfor</u>)

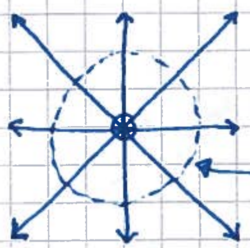
Feltlinjer for $\vec{E}$ [YF 21.6 ; LHL 19.6]

Gir en visuell framstilling av $\vec{E}$ fra en eller flere ladninger i området omkring ladningen(e).

Retning : $\vec{E} \parallel$ feltlinjene

Feltstyrke : $E = |\vec{E}|$ prop. med feltlinjetettheten, dvs antall feltlinjer som krysser en flate, pr flateenhet

Eks 1 : Punktladning



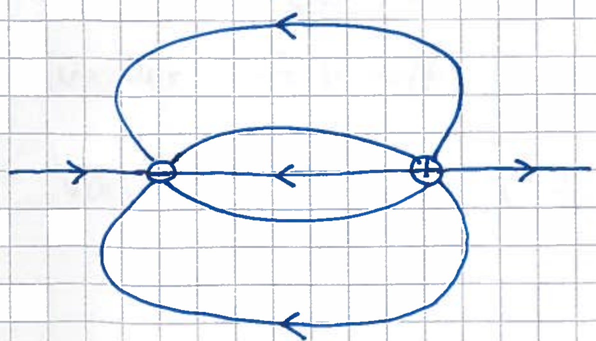
Anta N feltlinjer ut (inn) gjennom kuleflaten når $q>0$ $(q<0)$

Feltlinjetetthet på kuleflaten : $\dfrac{N}{A} = \dfrac{N}{4\pi r^2} \sim \dfrac{1}{r^2}$

El. feltstyrke ——— " ——— : $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \sim \dfrac{1}{r^2}$

$\Rightarrow$ $E \sim N/A$, som vi skulle ha.

Eks 2 : El. dipol



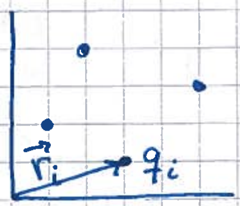
Ser at feltlinjer starter på pos. ladn. og ender på neg. ladn.
(Evt. ∞ langt borte.)

Elektrisk dipol og dipolmoment [YF 21.7 ; LHL 19.10]

Enkel dipol: $-q \bullet \xrightarrow{\vec{d}} \bullet\; q$

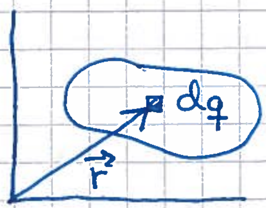
har dipolmoment $\boxed{\vec{p} = q\vec{d}}$ med SI-enhet $[p] = C \cdot m$

Generelt:



$$\boxed{\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i}$$

Kontinuerlig ladningsfordeling:



$$\boxed{\vec{p} = \int \vec{r}\, dq}$$

NB: Netto ladning for elektrisk dipol er alltid null, dvs

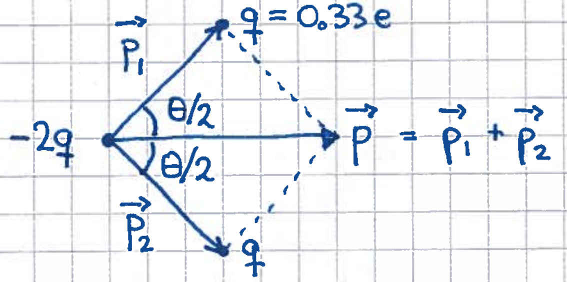
$$\sum_i q_i = 0 \;, \quad \text{evt.} \quad \int dq = 0$$

Anvendelser:

- Mange molekyler er el. dipoler (H_2O, NH_3, CO osv)
- Hvis ikke, blir de el. dipoler i et ytre el. felt. Gjelder gasser, væsker, faste stoffer og enkeltatomer. Stoffet polariseres i ytre felt.
- Viktig med tanke på å forstå materialers elektriske egenskaper.

Eks 1: Anta "punktladningsmodell" for vann, med ladninger $+0.33e$ og $-0.66e$ på hhv H og O, og bestem dipolmomentet til H_2O. Bindingslengde og -vinkel er hhv 0.96 Å og $104.5°$.

Løsn:



$$p_1 = p_2 = q \cdot d$$

$$p = 2qd \cos\frac{\theta}{2} = 2 \cdot 0.33e \cdot 0.96\text{Å} \cdot \cos 52.25°$$

$$\underline{\underline{= 0.39\ e\text{Å} = 6.2 \cdot 10^{-30}\ \text{Cm}}}$$

Eks 2: Stav med jevnt ladete halvdeler med motsatt ladning

$\pm\lambda$ = ladn. pr lengdeenhet $([\lambda] = \text{C/m})$

Løsn: Deler opp staven i enkle dipoler, dvs ladningspar $\pm dq = \pm\lambda\, dx$ i innbyrdes avstand $2x$:

Dipolmoment: $d\vec{p} = \lambda\, dx \cdot 2x \cdot \hat{x}$

Totalt dipolmoment:

$$\vec{p} = \int d\vec{p} = \int_0^{L/2} \lambda\, dx\, 2x\, \hat{x} = 2\lambda\hat{x} \Big|_0^{L/2} \tfrac{1}{2}x^2 = \underline{\underline{\tfrac{1}{4}\lambda L^2\, \hat{x}}}$$

Fornuftig svar?

- $[\lambda L^2] = \frac{\text{C}}{\text{m}} \cdot \text{m}^2 = \text{C} \cdot \text{m}$; OK

- Samme svar som for to punktladn. $\pm\lambda \cdot \frac{L}{2}$ plassert i innbyrdes avstand $L/2$; OK