

### Oppgave 1: Parry People Movers

Energien i en tung roterende skive ("flywheel"; svinghjul) kan utnyttes til å drive en trikk eller buss framover og oppover, som et alternativ til eksterne strømførende ledninger, bensin eller gass. I en *Parry People Movers* trikk benyttes kompakte stålskiver på 500 kg, diameter 1 m, og rotasjonshastighet opp mot 2500 rpm ("revolutions per minute"). I spørsmålene nedenfor antar vi maksimal rotasjonshastighet, der det er relevant.



<http://www.parrypeoplemovers.com/products.htm>

a) Hva er svinghjulets treghetsmoment  $I_0$  mhp hjulets sylinderakse (dvs en akse sammenfallende med akslingen)?

- A)  $62.5 \text{ kg m}^2$     B)  $62.5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^2$     C)  $62.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$     D)  $62.5 \cdot 10^5 \text{ kg m}^2$

b) Hva er svinghjulets omløpstid (periode) ?

- A) 2.4 s    B) 0.24 s    C) 24 ms    D) 24  $\mu\text{s}$

c) Hva er svinghjulets vinkelhastighet?

- A)  $0.417 \text{ s}^{-1}$     B)  $2.62 \text{ s}^{-1}$     C)  $41.7 \text{ s}^{-1}$     D)  $262 \text{ s}^{-1}$

d) Hva er svinghjulets kinetiske energi?

- A) 0.59 Wh    B) 0.59 kWh    C) 59 Wh    D) 59 kWh

e) Hva er svinghjulets dreieimpuls?

- A) 4.61 Js    B) 16.4 Js    C) 4.61 kJs    D) 16.4 kJs

## Oppgave 2: Idrett og treghetsmoment

(Bruk resultatene i ekstraoppgaven side 4. Slå opp tallverdier eller gjør rimelige estimater.)

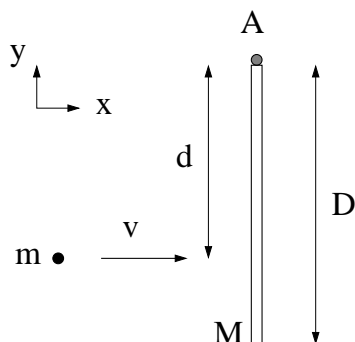
a) Hva er treghetsmomentet til en bordtennisball mhp en akse gjennom CM?

- A)  $7.2 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$    B)  $7.2 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$    C)  $7.2 \cdot 10^{-9} \text{ kg m}^2$    D)  $7.2 \cdot 10^{-11} \text{ kg m}^2$

b) Hva er treghetsmomentet til ei friidrettskule (for menn) mhp en akse gjennom CM?

- A)  $10 \text{ kg m}^2$    B)  $1.0 \text{ kg m}^2$    C)  $0.10 \text{ kg m}^2$    D)  $0.010 \text{ kg m}^2$

## Oppgave 3: Kollisjon mellom tynn stav og lita kule



En tynn stav med lengde  $D$  og masse  $M$  kan rotere friksjonsfritt om sin ene ende (A). Ei kule med masse  $m$  og hastighet  $\mathbf{v}$  kolliderer fullstendig uelastisk med staven i avstand  $d$  fra A. Kula kan her regnes som en punktmasse.

a) Hva er treghetsmomentet  $I$  til systemet stav + kule etter sammenstøtet, mhp aksen gjennom A (normalt planet)?

- A)  $md^2 + MD^2/3$    B)  $(m + M)D^2/3$   
C)  $md^2 + MD^2/12$    D)  $(m + M)D^2/12$

b) Hva er systemets impuls  $\mathbf{p}_i$  før sammenstøtet?

- A) 0   B)  $mv\hat{x}$    C)  $(m + M)v\hat{x}$    D)  $(m + M)v(d/D)\hat{x}$

c) Hva er systemets dreieimpuls  $\mathbf{L}_i$  mhp A før sammenstøtet?

- A) 0   B)  $mvd\hat{z}$    C)  $(m + M)v d\hat{z}$    D)  $(m + M)v(d + D)\hat{z}$

d) Hva er systemets dreieimpuls  $\mathbf{L}_f$  mhp A umiddelbart etter sammenstøtet?

- A) 0   B)  $mvd\hat{z}$    C)  $(m + M)v d\hat{z}$    D)  $(m + M)v(d + D)\hat{z}$

e) Hva er systemets vinkelhastighet  $\boldsymbol{\omega}$  umiddelbart etter sammenstøtet?

- A)  $\hat{x} mvd/(md^2 + MD^2/12)$    B)  $\hat{x} mvd/(md^2 + MD^2/3)$   
C)  $\hat{z} mvd/(md^2 + MD^2/12)$    D)  $\hat{z} mvd/(md^2 + MD^2/3)$

f) Hva er systemets impuls  $\mathbf{p}_f$  umiddelbart etter sammenstøtet?

- A)  $\mathbf{p}_i \cdot (1 + MD/2md)/(1 + MD^2/3md^2)$     B)  $\mathbf{p}_i \cdot (1 - MD/2md)/(1 - MD^2/3md^2)$   
 C)  $\mathbf{p}_i \cdot (1 + MD/md)/(1 + MD^2/7md^2)$     D)  $\mathbf{p}_i$

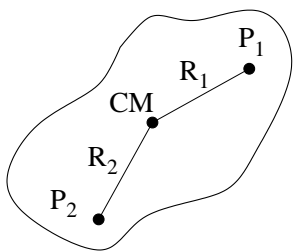
g) For hvilken verdi av  $d$  er  $p_f = p_i$ ?

- A) Alltid    B)  $D/3$     C)  $2D/3$     D)  $D$

h) Hva er  $|\Delta K/K_i| = |(K_f - K_i)/K_i|$ , dvs relativ endring i systemets kinetiske energi i sammenstøtet?

- A)  $1/(1 + 3md^2/MD^2)$     B)  $1/(1 - 3md^2/MD^2)$     C)  $1 + 3md^2/MD^2$     D)  $1 - 3md^2/MD^2$

#### Oppgave 4: Mer om $I$ og $L$



a) For legemet i figuren er  $R_1 = R_2$ , og CM angir tyngdepunktet. Treghetsmomentene om parallelle akser gjennom CM,  $P_1$  og  $P_2$  er hhv  $I_0$ ,  $I_1$  og  $I_2$ . (Punktene CM,  $P_1$  og  $P_2$  ligger alle i papirplanet, og de tre aksene står normalt på papirplanet.) Da er

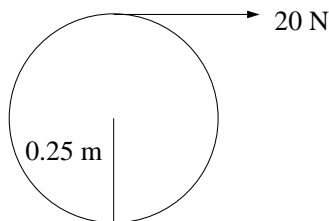
- A)  $I_0 = I_1 = I_2$ .  
 B)  $I_0 > I_1 = I_2$ .  
 C)  $I_0 < I_1 = I_2$ .  
 D)  $I_0 < I_1 < I_2$ .



b) Du kjører en liten personbil rett østover fra Trondheim og holder omtrent fartsgrensen på 90 km/h. Hva er da bilens dreieimpuls relativt Oslo sentrum, sånn omtrent, angitt i SI-enheter?

- A) Eksakt null.  
 B)  $10^5$ .  
 C)  $10^{10}$ .  
 D)  $10^{20}$ .

<http://www.kaosdesign.no/photogallery.htm>



c) Ei tynn, masseløs snor er trukket rundt en slipestein med radius 0.25 m. Steinen kan rotere friksjonsfritt om symmetriaksen. En konstant kraft på 20 N i snora får steinen til å øke vinkelhastigheten fra null til 60 rad/s på 12 sekunder. Da er slipesteinens treghetsmomentet, i enheten  $\text{kg m}^2$ ,

- A) 1.00.  
 B) 3.00.  
 C) 5.00.  
 D) 7.00.

### Ekstraoppgave: $I_0$ for kuleskall og kompakt kule

Vis at  $I_0 = 2MR^2/3$  for et tynt kuleskall og at  $I_0 = 2MR^2/5$  for ei kompakt kule.

Tips, kuleskall: Del opp kuleskallet i tynne ringer med omkrets  $2\pi R \sin \theta$  og "bredde"  $R d\theta$ , dvs masse  $dm = M dA/A = M \cdot 2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta / 4\pi R^2$ , og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur! Du kan få bruk for  $\sin^3 x = (3/4) \sin x - (1/4) \sin 3x$ .

Tips, kompakt kule: Del opp kula i tynne kuleskall med radius  $r$ , tykkelse  $dr$ , og dermed masse  $dm = M dV/V = M \cdot 4\pi r^2 dr / (4\pi R^3/3)$ , og "legg sammen" (dvs integrer). Tegn figur!