KLASSISK MEKANIKK

[YF 1-10, 14 ; TM 1-10, 14 ; LL 1-6, 9 ; HS 1-6]

Størrelser og enheter. SI-systemet. [YF1, TM1, HS1]

Fysisk størrelse = målbar størrelse for fysisk fenomen

Eks: Tid. $\underset{\text{symbol}}{\tau} = \underbrace{1.0167}_{\text{måltall}}$ ns ← enhet, inkl. dekadisk prefiks (n = nano = 10^{-9})

$[\tau] = s$ "enheten til tau er sekund"

SI: 7 grunnenheter + div. sammensatte og avledete

Navn	Symbol (er)	Enhet	
lengde	$\ell, s, \Delta x, \ldots$	m	Mekanikk
masse	$m, M, \ldots$	kg	Mekanikk
tid	$t, \tau, \ldots$	s	Mekanikk
elektrisk strømstyrke	I	A	Elmag
temperatur	T	K	Termisk
stoffmengde	n	mol	—"— (Kjemi)
lysstyrke	I	cd	Lite brukt
hastighet	v	m/s	
akselerasjon	a	m/s^2	
kraft	F	$kg\,m/s^2 \equiv N$	avledete
energi	$E, K, U, W, \ldots$	$Nm \equiv J$	avledete
effekt	P	$J/s \equiv W$	avledete
⋮			

Eks: Hvor lang tid bruker lyset på å gå 1 fot, i vakuum?

Løsn: $c = 299\,792\,458$ m/s , $\ell = 1$ fot $= 12$ in $= 12 \cdot 25.4$ mm

$$\tau = \ell / c = 12 \cdot 25.4 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \,/\, 299792458\ \text{m/s}$$

$$\approx 1.0167 \cdot 10^{-9}\ \text{s} = \underline{1.0167\ \text{ns}}$$

Eks: Hvor mye er en (engelsk!) pint i SI-enheter?

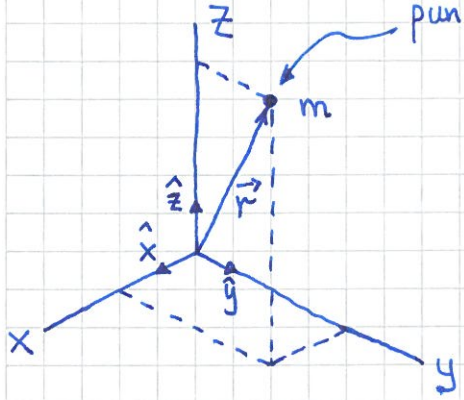
Løsn: $1 \text{ pint} = 0.56826125 \text{ L} \approx \underline{0.568 \text{ dm}^3}$

$$= 0.568 \cdot (10^{-1}\ \text{m})^3 = \underline{5.68 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3}$$

<u>Kinematikk</u> [YF 2,3 ; TM 2,3 ; LL 1 ; HS 2.1]

= beskrivelse av bevegelse

<u>Posisjon</u>:



punktpartikkel (evt. massesenter / tyngdepunkt, "CM", i legeme / partikkelsystem)

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

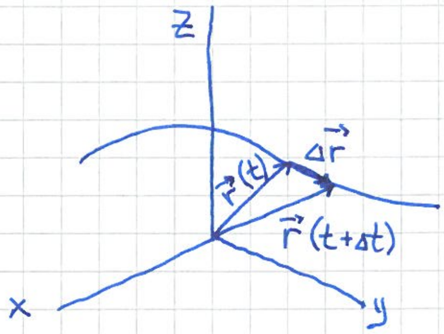
= posisjonen til m ved tid t (i <u>kartesiske</u> koord.)

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ = <u>enhetsvektorer</u> i hhv x-, y-, z-retning

$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$; $[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1$ (dimensjonsløse)

$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1$, $\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{x} \cdot \hat{z} = \dots = 0$

m's bevegelse beskrives ved <u>banen</u> $\vec{r}(t)$:



Forflytning (i løpet av tid Δt):

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

(= posisjonsendring)

<u>Hastighet</u> = forflytning pr tidsenhet :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Δt er (positiv) <u>skalar</u>, så $\vec{v} \parallel \Delta\vec{r}$, dvs $\vec{v}$ er tangentiell til banen

<u>Akselerasjon</u> = hastighetsendring pr tidsenhet:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Standard notasjon for derivert mhp tid t :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{etc.}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \dot{\vec{r}}, \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

Med kartesiske komponenter:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z} \\ \quad \parallel \\ \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\hat{x} + \dfrac{dy}{dt}\hat{y} + \dfrac{dz}{dt}\hat{z} \end{array}\right\} \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{etc.}$$

Tilsvarende: $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ etc.

M.a.o: Finner $\vec{v}$ og $\vec{a}$ fra $\vec{r}$ og $\vec{v}$ med <u>derivasjon</u> (mhp t)

$\Rightarrow$ Må kunne finne $\vec{r}$ og $\vec{v}$ fra $\vec{v}$ og $\vec{a}$ med <u>integrasjon</u>:

Først i én dimensjon (dvs rettlinjet, 1D):

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{x(t_0)}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt \Rightarrow x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

Tilsvarende:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{v(t_0)}^{v(t)} dv = \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt \Rightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt$$

Generalisering til 3D: $\vec{v} = d\vec{r}/dt$, $\vec{a} = d\vec{v}/dt$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}(t_0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt$$

$$\int_{\vec{v}(t_0)}^{\vec{v}(t)} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt$$

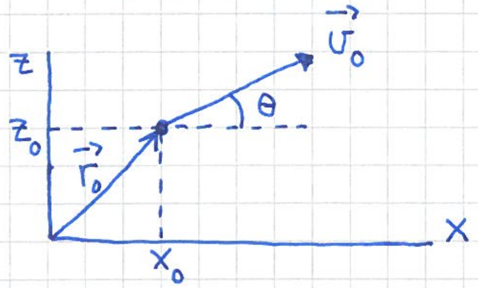
Eks: $\vec{a}$ = konstant, og <u>initialbetingelser</u> $\vec{r}(t_0)=\vec{r}_0$, $\vec{v}(t_0)=\vec{v}_0$

Dermed: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\cdot(t-t_0)$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\cdot(t-t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}\cdot(t-t_0)^2$$

Eks: Skrått kast i tyngdefeltet.

Initialbet: (ved $t_0=0$)



$\vec{a} = -g\cdot\hat{z}$

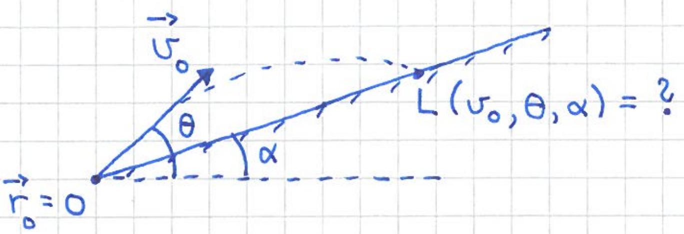
($g \approx 9.8\ m/s^2$)

$$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_{0x}\cdot t + \frac{1}{2}\underset{\overset{\parallel}{0}}{a_x} t^2 = x_0 + v_0 t\cos\theta$$

$$z(t) = z_0 + v_{0z}\cdot t + \frac{1}{2}\underset{\overset{\parallel}{-g}}{a_z} t^2 = z_0 + v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}g t^2$$

Eliminasjon av t gir banen $z(x)$. [Parabel; vis dette!]

Øving 1: Skrått kast i motbakke.



Eks: Hastighetsavhengig akselerasjon, $a = a(v)$.

Gitt $v(0) = v_0$, bestem $v(t)$.

Løsn: $a(v) = dv/dt \Rightarrow dt = dv/a(v)$

$$\Rightarrow t = \int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{a(v)} \Rightarrow \ldots\ldots$$

[Øving 1]