

ELEKTRISITET OG MAGNETISME

(62)

Hovedinndeling:

YF		TM	LHL
21-24	I. Elektrostatikk. Ledere og isolatorer.	21-24	19-20
25-26	II. Elektrisk strøm. Likestrømkretser.	25	21-22
27-28	III. Magnetostatikk. Magnetisme.	26-27	23, 26
29-31	IV. Elektromagnetisk induksjon. Vekselstrømkretser.	28-29	24, 25, 27

Motivasjon / Plan:

Følge en sammenhengende vei fra Coulombs lov til virkemåten til kretselementene motstand (R), kondensator (C) og spole (L).

I. Elektrostatikk [TM 21-24; LHL 19-20] [YF 21-24]

Elektrisk ladning [TM 21.1; LHL 19.1] [YF 21.1]

Materie = Atomer = Atomkjerne + Elektroner

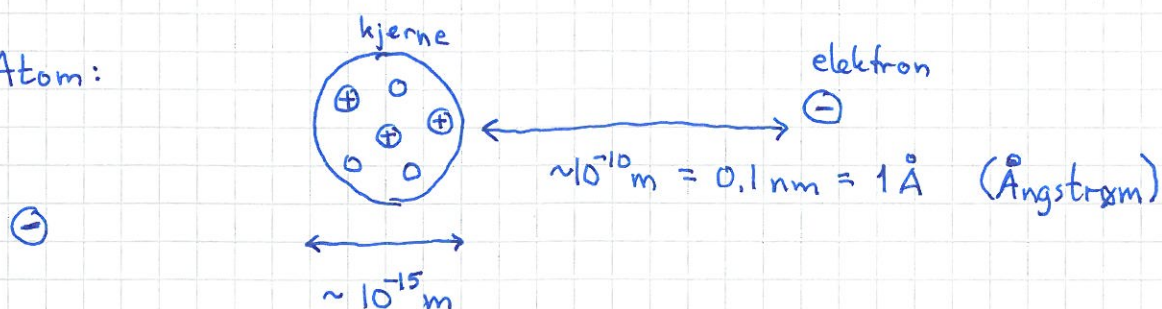
Atomkjerne = Protoner + Nøytroner

Proton, Nøytron = Kjernepartikler ($\longleftrightarrow$)

(1 kjernepartikkel = 3 kvarker)

Elementærpartikler

Atom:



⊖

Elementærpartiklene har kvantisert ladning og masse: (63)

$$\oplus \text{ proton} \quad q_p = +e \quad m_p \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$0 \text{ nøytron} \quad q_n = 0 \quad m_n \approx \text{---''---}$$

$$\ominus \text{ elektron} \quad q_e = -e \quad m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$[\text{Kvarker: } q_k = \pm \frac{e}{3}, \pm \frac{2e}{3}] \quad \text{Her er } e = \text{elementærladningen.}$$

Ekspimentelt ble kvantisert ladning først påvist av R. Millikan, i hans berømte oljedråpeforsøk. [Nobelpreis 1923]

Nøytrale atomer (og molekyler):

$$Z \text{ protoner og } Z \text{ elektroner} \Rightarrow Q = Z \cdot (+e) + Z \cdot (-e) = \underline{0}$$

Ioner: Atomer/molekyler med overskudd eller underskudd på elektroner.

$$\text{Eks: } O^{2-} = \text{oksygenatom med 2 ekstra elektroner, } Q = -2e$$

$$O_2^- = O_2\text{-molekyl med 1 ---''---}, Q = -e$$

Ladningsbevarelse:

Ekspimentell erfaring: Netto Ladning i lukket system er konstant.

Eks: Radioaktivitet (β -decay)



$$Q: \quad \underline{0} \longrightarrow +e + (-e) + 0 = \underline{0}$$

Påvisning av ladning:

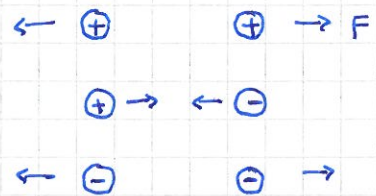
(64)

Ballongforsøk viser både tiltrekning og frastøtning:



Slutninger:

- To typer ladning: positiv og negativ
- Samme type $\Rightarrow$ Frastøtning
- Ulik type $\Rightarrow$ Tiltrekning



Coulombs lov [TM 21.3; LHL 19,3] [YF 21,3]

Ekspirimentet av Coulomb med ladde kuler (ca 1785):



Observasjoner:

[~ betyr her "proporsjonal med"]

- $F_{12} \sim q_1 \cdot q_2$
 - $F_{12} \sim 1/r_{12}^2$
 - $\vec{F}_{12} \sim \hat{r}_{12}$
- } absoluttverdien
- } retningen

Dvs:

$$\vec{F}_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

Coulombs lov

Samme form som Newtons gravitasjonslov:

(65)

$m_1 \text{ (point)} \quad \leftarrow \text{ (point)} m_2 \quad \vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (\text{se s. 10})$

N3 gjelder også for Coulomb-krefter:

$\vec{F}_{21} \leftarrow \text{ (point)} q_1 \quad \text{ (point)} q_2 \rightarrow \vec{F}_{12} \quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

Enhet for ladning [TM 21.1; LHL 19.1] [YF 21.3]

$[q] = C \text{ (coulomb)}$

Med utgangspunkt i grunnenheten A (ampere) for strømstyrke:

$1 C = 1 A \cdot s$ = mengden ladning som passerer et tverrsnitt av en leder pr sekund når strømstyrken i lederen er 1 A

Med utgangspunkt i egenskaper til vakuum (tomt rom):

$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, der $\epsilon_0 = 8.854... \cdot 10^{-12}$ er den såkalte permittiviteten til vakuum. [Mer om dette senere!]

Da blir $K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.98755... \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9$, og

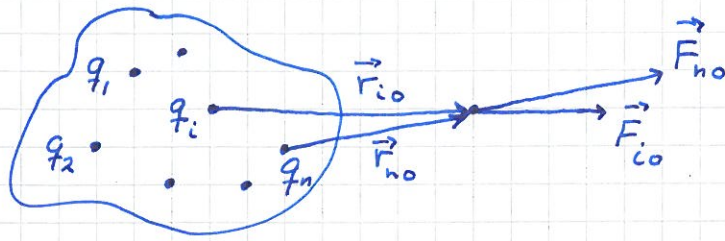
$1 C$ = ladningen til hver av to like ladninger som i innbyrdes avstand på 1 m frastøter hverandre med en kraft $8.98755... \cdot 10^9$ N.

Elementærladningen har verdien: $e = 1.602... \cdot 10^{-19} C$

Enheten til permittivitet: $[\epsilon_0] = [q^2 / r^2 \cdot F] = C^2 / m^2 \cdot N$

$[K_e] = [1/\epsilon_0] = N \cdot m^2 / C^2$

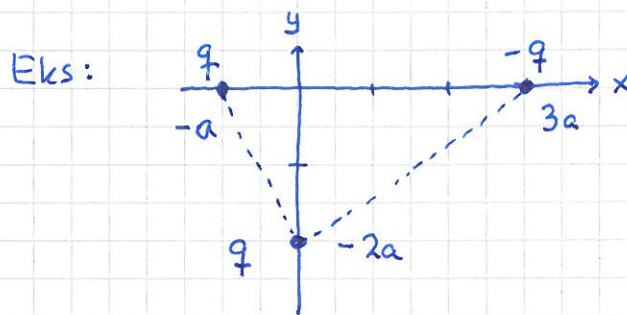
Elektrisk kraft fra flere ladninger [TM 21.3; LHL 19.3] [YF 21.3] (66)



Superposisjonsprinsippet ("SPP"): Kraftene adderes (vektorielt) for å finne total kraft.

⇒ Total kraft på q_0 fra $\{q_1, \dots, q_n\}$:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \dots + \vec{F}_{n0} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i \cdot q_0}{r_{i0}^2} \hat{r}_{i0}$$



Finne kraften $\vec{F}$ på q som er i $(0, -2a)$ fra de to andre.

Løsning:

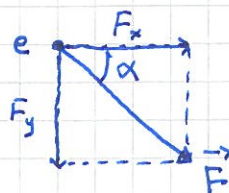
$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q^2}{5a^2} \cdot \frac{a\hat{x} - 2a\hat{y}}{\sqrt{5}a} + \frac{q \cdot (-q)}{13a^2} \cdot \frac{(-3a\hat{x} - 2a\hat{y})}{\sqrt{13}a} \right\} \\ &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left\{ \left(\frac{1}{5\sqrt{5}} + \frac{3}{13\sqrt{13}} \right) \hat{x} - \left(\frac{2}{5\sqrt{5}} - \frac{2}{13\sqrt{13}} \right) \hat{y} \right\} \end{aligned}$$

Anta f.eks. at $q=e$ og $a=1\text{\AA}=10^{-10}\text{m}$:

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.6^2 \cdot 10^{-38}}{10^{-20}} = 23 \cdot 10^{-9} \text{ N} ; \vec{F} = (3.53\hat{x} - 3.13\hat{y}) \text{ nN}$$

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{3.53^2 + 3.13^2} \text{ nN} = \underline{4.72 \text{ nN}}$$

Retning:



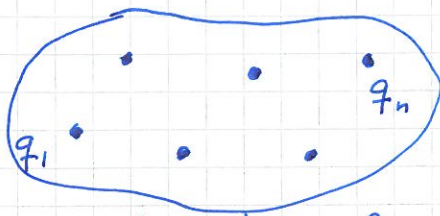
$$\alpha = \arctan \frac{F_y}{F_x} = \arctan \frac{3.13}{3.53} \approx \underline{41.6^\circ}$$

Elektrisk felt

[TM 21.4; LHL 19.4]

[YF 21.4]

(67)



område A med
"referanseladninger"



punkt B med
"testladning" q_0

$\vec{F}$ = kraft på q_0 fra $\{q_1, \dots, q_n\}$

Da er det elektriske feltet $\vec{E}$ i punkt B fra
ref.ladn. $\{q_1, \dots, q_n\}$ i område A:

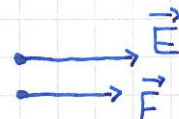
$\vec{E} \stackrel{\text{def.}}{=} \text{kraft } \vec{F} \text{ pr ladningsenhed}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{F} / q_0}$$

Enhet: $[E] = \text{N/C}$

Retning på $\vec{F}$ og $\vec{E}$:

$q_0 > 0 \Rightarrow \vec{F}$ samme retn. som $\vec{E}$



$q_0 < 0 \Rightarrow \vec{F}$ modsatt retn. av $\vec{E}$



$\vec{E}$ fra punktladning

[TM 21.4; LHL 19.5] [YF21.4] (68)

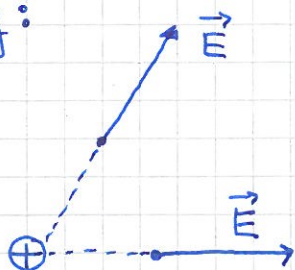


Elektrisk felt fra q i avstand $\vec{r}$:

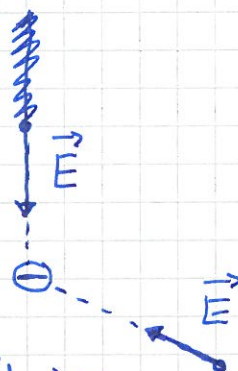
$$\vec{E} = \vec{F}/q_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

(Uavhengig av q_0 !)

Retning:

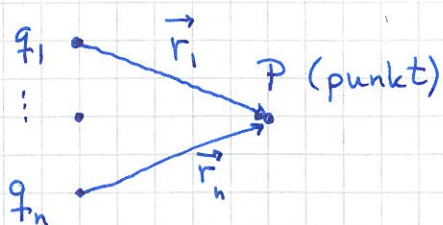


radielt ut fra positiv ladning



radielt inn mot negativ ladning

$\vec{E}$ fra flere punktladninger:



Med testladn. q_0 i P :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{r_i^2} \hat{r}_i$$

= kraft på q_0 fra $\{q_1, \dots, q_n\}$

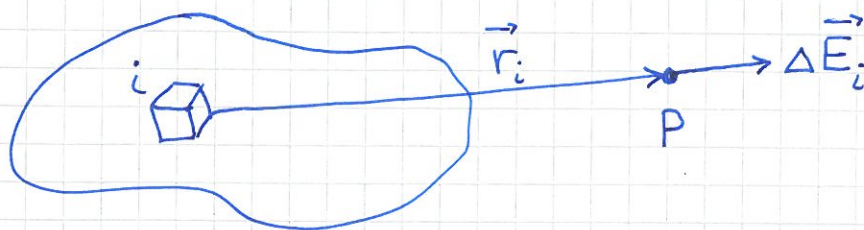
$\Rightarrow$ El. felt fra $\{q_1, \dots, q_n\}$ i P :

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0 = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{r}_i$$

Dvs: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$; når SPP gjelder for $\vec{F}$, gjelder det også for $\vec{E}$.

$\vec{E}$ fra kontinuerlig ladningsfordeling [TM 22.1; LHL 19.5] (69)

[YF 21.5]



Deler inn i små volum ΔV_i (evt. areal ΔA_i , evt. lengder Δl_i) med liten ladning Δq_i ($\approx$ punktladning), som gir bidrag

$$\Delta \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

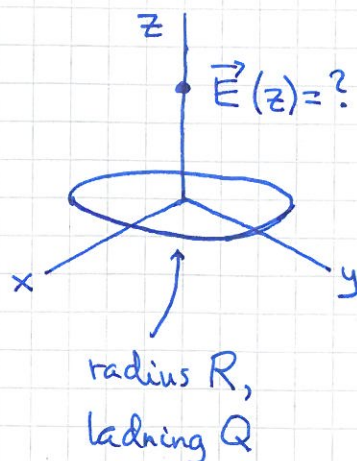
til totalt felt i P.

$\Rightarrow$ Totalt felt i P:

$$\underline{\vec{E}} = \sum_i \Delta \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \xrightarrow{\Delta q_i \rightarrow 0} \underline{\int \frac{dq \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

[Samme "oppskrift" som med kont. massefordeling, ved beregning av $\vec{R}_{cm}$ (s.36) og I (s.39).]

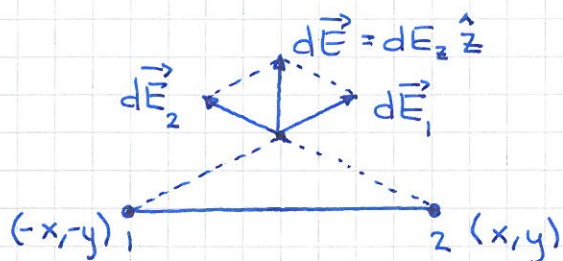
Eks: $\vec{E}$ på akse til jevnt ladet ring



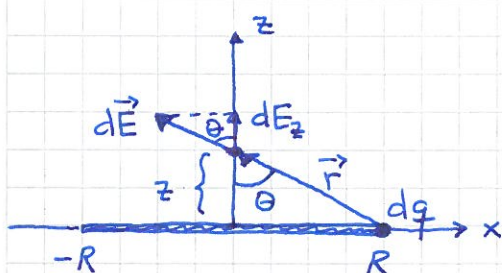
Løsning:

(70)

Symmetri $\Rightarrow \vec{E}(z) = E_z \hat{z} \quad (E_x = E_y = 0)$



Bidrag til E_z fra liten bit med ladning dq :



$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} = dE \cdot \hat{r}$$

$$dE_z = dE \cdot \cos\theta = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{z}{r}$$

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\Rightarrow E_z = \int dE_z = \frac{z}{4\pi\epsilon_0 r^3} \underbrace{\int dq}_{=Q} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

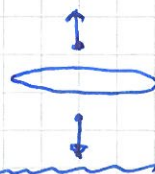
Sjekker svaret:

$$[E_z] = [Qz/\epsilon_0 z^3] = [Q/\epsilon_0 z^2] \quad (\text{enhet OK})$$

$$E_z(0) = 0 ; \quad \text{OK (symmetri)}$$

$$z \gg R \Rightarrow E_z \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2} ; \quad \text{OK (ser punktladning Q i origo)}$$

$$z \rightarrow -z \Rightarrow E_z \rightarrow -E_z ; \quad \text{OK}$$

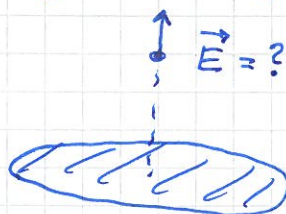


Øving 8: Tynn stav, jevnt ladet.



$$\vec{E} = ?$$

Tynn skive, jevnt ladet.



Feltlinjer for $\vec{E}$

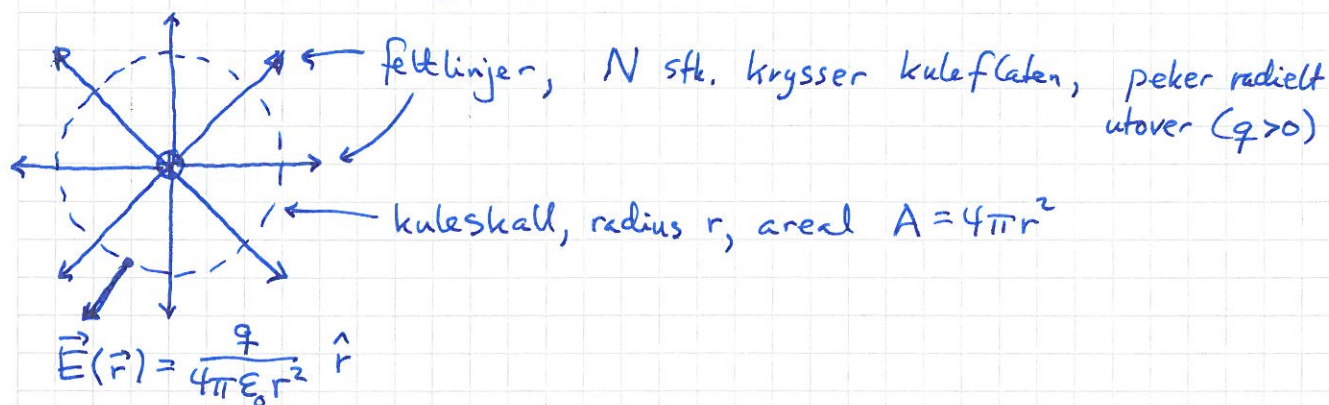
[TM 21.5; LHL 19.6]

[YF 21.6]

(71)

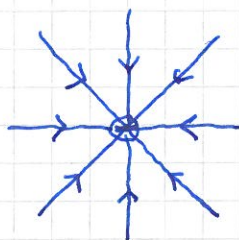
- gir et "bilde" av $\vec{E}$ i et område
- $\vec{E} \parallel$ feltlinjene
- feltstyrken $E = |\vec{E}|$ prop. med feltlinjetettheten
(dvs antall feltlinjer som krysser en flate, pr flateenhet)

Eks: Punktladning q



$$\left. \begin{array}{l} \text{Feltlinjetetthet på kuleskallet: } \frac{N}{A} = \frac{N}{4\pi r^2} \sim \frac{1}{r^2} \\ \text{Feltstyrke } \text{---}''\text{---} = E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sim \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow E \sim \frac{N}{A}; \text{ ok!}$$

Negativ ladning:



radielt innover

Med andre ord:

Feltlinjer starter på $\oplus$, (evt. ∞ langt borte)
og ender på $\ominus$. (---''---)

Elektrisk dipol. Dipolmoment [TM 21.4; LHL 19.10] (72)

[YF 21.7]

Veldig viktig:

De fleste molekyler er dipoler. (H_2O etc.)

Alle molekyler (og atomer) blir dipoler i ytre $\vec{E}$ -felt.

$\Rightarrow$ relevant for å forstå materialers elektriske egenskaper.

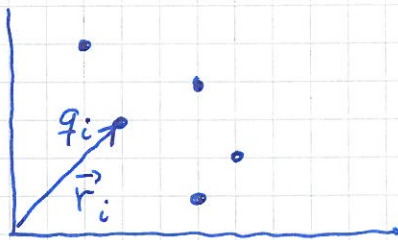
Enkleste dipol:

To punktladninger, q og $-q$, i innbyrdes avstand d :



Dipolmoment: $\boxed{\vec{p} = q \vec{d}}$ (Netto ladd: $Q = q - q = 0$)

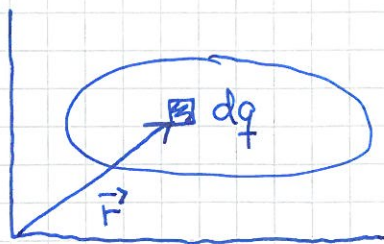
Hvis flere punktladninger:



$$\boxed{\vec{p} = \sum_i \vec{r}_i q_i} \quad (Q = \sum_i q_i = 0)$$

$$[\text{Jf CM i MekFys: } \vec{R}_{cm} = \sum_i \vec{r}_i m_i / M]$$

Hvis kontinuerlig ladningsfordeling:



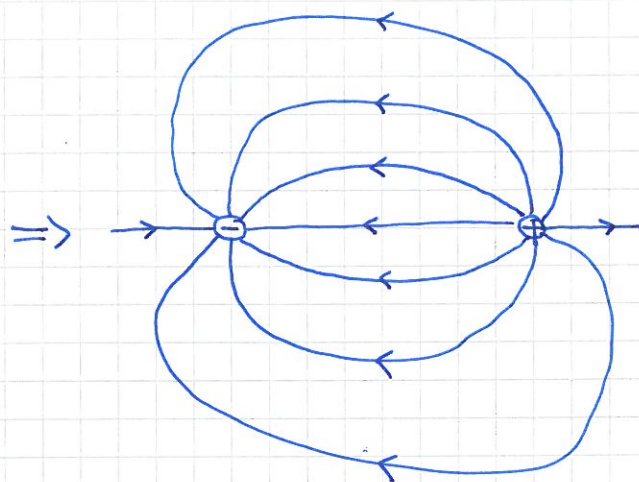
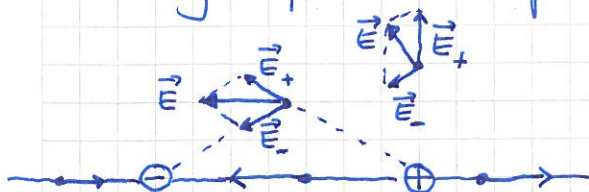
$$\boxed{\vec{p} = \int \vec{r} dq}$$

$$(Q = \int dq = 0)$$

Enhet for dipolmoment: $[p] = [q \cdot r] = C \cdot m$

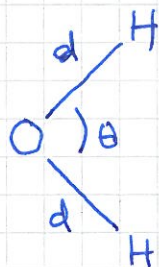
(73)

Feltlinjer for enkel dipol:



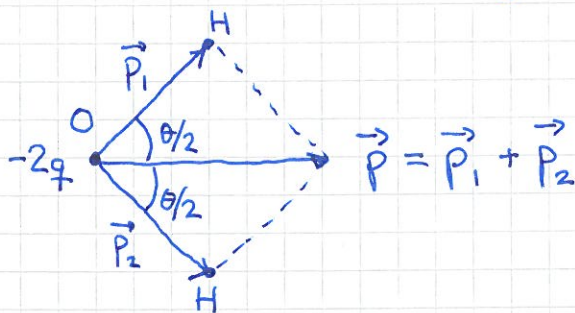
Eks: H_2O . $\vec{p} = ?$

Løsn:



$$\left. \begin{array}{l} d = 0.96 \text{ \AA} \\ \theta = 104.5^\circ \end{array} \right\} \text{exp.}$$

Modell med punktladninger:



$q \sim 0.4e$
(modell; estimat;
har egentlig en
kontinuerlig fordeling
"sky" av "elektronethet"
i hele molekylet)

$$\begin{aligned} \text{Dermed: } p &= 2qd \cos \frac{\theta}{2} \\ &= 2 \cdot 0.4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.96 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \cos 52.25^\circ \\ &\approx \underline{7.5 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}} \end{aligned}$$

(Eksperimenter gir ca $6.2 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$)

Eks: "Stardipol"

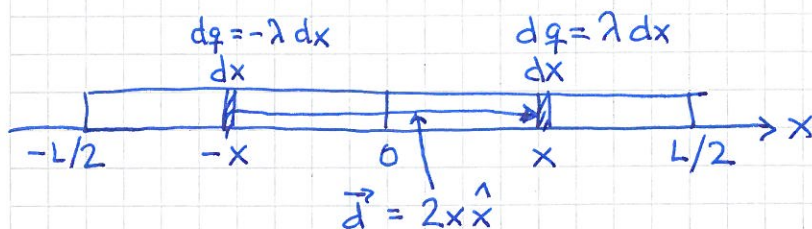
(74)



$\pm \lambda = \text{ladning pr lengdeenhet}$

Bestem dipolmomentet p .

Løsning: Legg fiks. staven langs x-aksen



Ladningsparet $\pm dq = \pm \lambda dx$ i innbyrdes avstand $2x \hat{x}$ har dipolmoment $d\vec{p} = \lambda dx \cdot 2x \hat{x}$

$\Rightarrow$ Hele staven:

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \int d\vec{p} = \int_0^{L/2} \lambda dx \cdot 2x \hat{x} = 2\lambda \hat{x} \int_0^{L/2} x dx \\ &= 2\lambda \hat{x} \left| \frac{1}{2} x^2 \right|_0^{L/2} = \underline{\underline{\frac{1}{4} \lambda L^2 \hat{x}}}\end{aligned}$$

Sjekk enheten:

$$[p] = [\lambda L \cdot L] = \left(\frac{C}{m} \cdot m\right) \cdot m = C \cdot m, \quad \text{OK!}$$