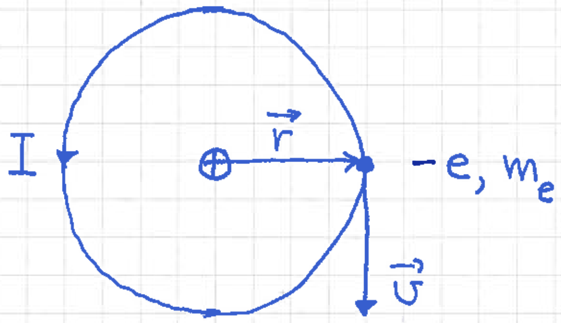
Materialers magnetiske egenskaper [TM 27.5; LHL 26] [YF 28.8]

(med ref. til elektriske egenskaper, s. 86–89) + s. 72–74)

Atom (forenklet modell):

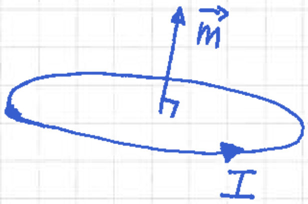


$$v = 2\pi r / T$$

$$\Rightarrow I = \frac{e}{T} = \frac{e \cdot v}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow m = IA = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r$$

$\Rightarrow$



Atom = kjerne + elektron(er) = liten magnetisk dipol, noen med $\vec{m} \neq 0$, andre med $\vec{m} = 0$.

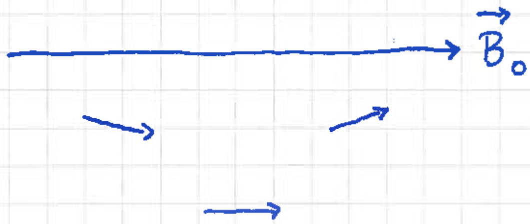
[s. 72: noen molekyler har $\vec{p} \neq 0$, andre har $\vec{p} = 0$. (H_2O vs O_2, f.eks.)]

$\Rightarrow$ Materialer kan magnetiseres av ytre felt $\vec{B}_0$: [ref. s. 86]

$B_0 = 0$:

$$\sum_i \vec{m}_i \approx 0$$

$\vec{B}_0 \neq 0$:

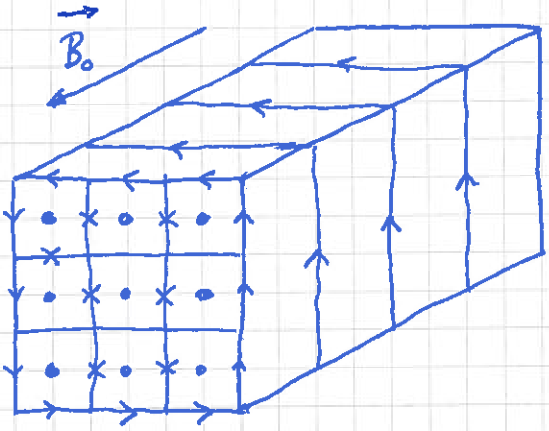


$$\sum_i \vec{m}_i \neq 0$$

Øving 13: $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$, $U = -\vec{m} \cdot \vec{B}_0$

[Ref. øving 9: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0$, $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0$]

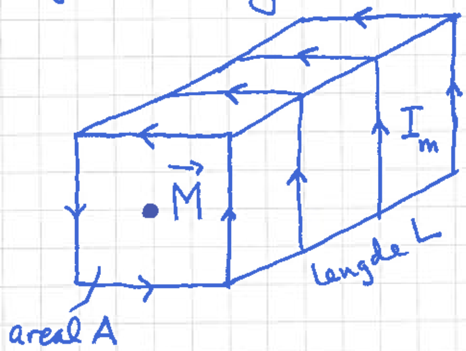
Netto makroskopisk effekt av ytre felt $\vec{B}_0$:



- innretting av $\vec{m}$ langs $\vec{B}_0$
- alle indre atomære strømmer kansellerer
- indusert strøm på overflaten : I_m
- får styrket feltet inni materialet : $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$

[ref. s.86]

Magnetisering $\vec{M}$: [Ref. s.87: Polarisering $\vec{P}$]



$\vec{M} \overset{def}{=}$ magn. dipolmoment pr volumenhet : $\boxed{\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V}}$

I_m = indusert overflatestrøm på lengde L

$i_m = I_m / L$ = overflatestrøm pr lengdeenhet

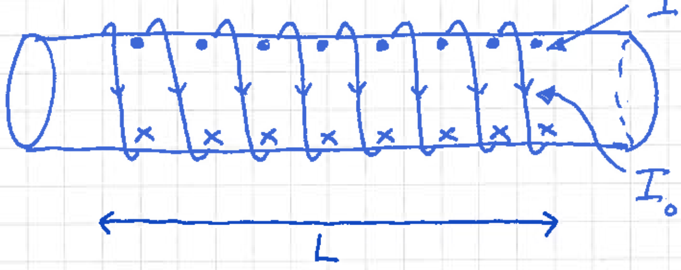
$m = I_m \cdot A$

$\Rightarrow M = m/V = \frac{I_m \cdot A}{L \cdot A} = \frac{I_m}{L} = i_m$

Dvs: $M = |\vec{M}| = i_m$ = indusert overflatestrøm pr lengdeenhet

[Jf $P = \sigma_i$ = ind. overfl.ladn. pr flateenhet, s. 87]

Indusert magnetfelt $\vec{B}_m$:



I_m = indusert overflatestrøm pr vikling

I_o = "påtrykt" strøm i spoletråden (pr vikling!)

N viklinger ; $n = N/L$ = viklingstettheten

$\Rightarrow$ Totalt magnetfelt inni spolen :

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 n (I_0 + I_m)$$

Her har vi $M = i_m = \dfrac{N \cdot I_m}{L} = n \cdot I_m$

$$\Rightarrow B = \mu_0 n I_0 + \mu_0 n I_m$$

$$= B_0 + \mu_0 M$$

dvs

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$$

Lineær respons : [ref. s. 88]

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{1+\chi_m} \cdot \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \qquad [\text{jf. } \vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}\,]$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_0 + \frac{\chi_m}{1+\chi_m} \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{B} \underbrace{\left\{ 1 - \frac{\chi_m}{1+\chi_m} \right\}}_{= \frac{1}{1+\chi_m}} = \vec{B}_0 \Rightarrow \vec{B} = (1+\chi_m) \vec{B}_0$$

Her er

χ_m = magnetisk susceptibilitet,

og

$1+\chi_m \equiv \mu_r$ = relativ magnetisk permeabilitet

[jf. $1+\chi_e \equiv \varepsilon_r$ = relativ permittivitet]

Dermed:

$$\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0 \quad ; \quad \text{jf.} \quad \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_r} \vec{E}_0$$

Dvs:

Styrket $\vec{B}$-felt pga $\vec{M}$ (vel å merke: hvis $\chi_m > 0$)

Svekket $\vec{E}$-felt pga $\vec{P}$

[Se også nederst side 124!]

Ulike typer magnetisme:

1. Paramagnetisme

Atomer med permanent $\vec{m} \neq 0$, men "uorden" uten ytre felt $\Rightarrow \vec{M} = 0$ uten ytre felt.

Svak innretting i ytre felt; $\chi_m > 0$ men liten.

Eks: Al, Mg, ...

2. Diamagnetisme

Ytre $\vec{B}_0$ $\Rightarrow$ <u>endret</u> banebevegelse for elektronene $\Rightarrow$ indusert $\vec{m}$ <u>motsatt</u> <u>rettet</u> $\vec{B}_0$ [a la Lenz' lov!]

Målbart kun hvis $\vec{m}_{atom} = 0$ i null ytre felt.

Dvs: $\chi_m < 0$ (men svært liten)

[Unntak: Superledere, da er $\chi_m < 0$ og slik at $\vec{B} = 0$ inni superlederen]

3. Ferromagnetisme

Vekselvirkende $\vec{m}_i$:

Hvis $\vec{m}_i$ "opp", ønsker også $\vec{m}_{i\pm 1}$ å peke opp!

$\Rightarrow$ $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \cdots$ Ferromagnet

eller $\uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \cdots$ Antiferromagnet

Stor χ_m for ferromagneter.

Tallverdier:

Diamagn: $\chi_m \sim -10^{-5}$

Paramagn: $\chi_m \sim 10^{-4}$

Ferromagn: $\chi_m \sim 10^{3} - 10^{4}$

$\Rightarrow$ Kun ferromagn. materialer regnes som <u>magnetiske</u>!

Eks: Fe, Co, Ni, ...

Et par ekstra kommentarer vedrørende lineær respons og totalt felt inni spole fylt med magnetisk materiale:

Siden $B = B_0 + B_m$, har vi også $B_m = B - B_0 = \mu_r B_0 - B_0 = (\mu_r - 1) B_0 = \chi_m B_0$

Dermed er: $\mu_0 n I_m = \chi_m \mu_0 n I_0$, dvs $I_m = \chi_m I_0 = (\mu_r - 1) I_0$

Totalt felt inni spolen kan derfor skrives slik:

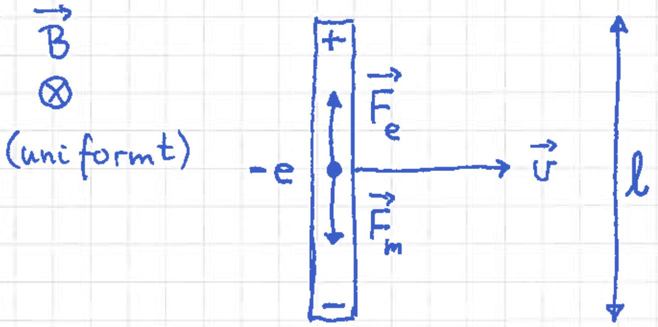
$B = \mu_0 n I_0 + \mu_0 n I_m = \mu_0 n I_0 + \mu_0 n (\mu_r - 1) I_0 = \mu_0 \mu_r n I_0$

Hvis vi nå definerer $\mu \equiv \mu_0 \mu_r$ = materialets permeabilitet, så blir: $B = \mu n I_0$. <u>Dette</u> kan med fordel sammenlignes med nest siste kulepunkt s. 88, der elektrisk felt mellom to store motsatt ladde plater ($\pm \sigma_0$ pr flateenhet) blir $E = \sigma_0 / \varepsilon$ når rommet mellom platene er fylt med et dielektrikum med perm. $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$.

ELEKTRODYNAMIKK [TM 28,29; LHL 24,25,27] [YF 29-31]

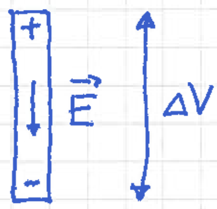
Faradays induksjonslov [TM 28.2+4; LHL 24.1] [YF 29.1+2+4]

Leder i bevegelse i $\vec{B}$-felt:



Magn. kraft $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$ på frie elektroner i lederen

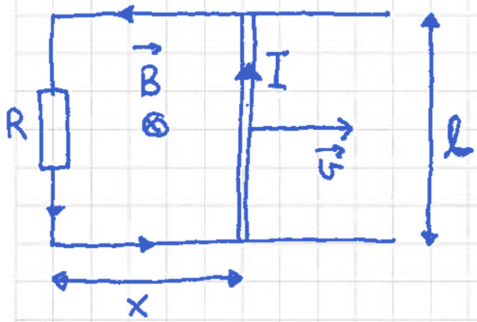
⇒ Indusert ladning på endene
⇒ — " — el. felt $\vec{E}$ i lederen
⇒ — " — el. kraft $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ på elektronene
⇒ — " — spenning $\Delta V = E \cdot \ell$ i lederen



Likevekt når $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow eE = evB \Rightarrow E = vB$

$$\Rightarrow \underline{\Delta V} = E \cdot \ell = \underline{vB\ell}$$

Lag lukket krets ⇒ strøm I : [TM 28.1; LHL 23.7] [YF 27.3]



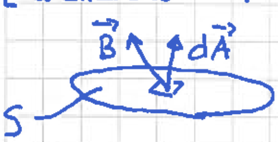
Magnetisk fluks gjennom areal $A = \ell \cdot x$ omsluttet av lukket krets:

$$\Phi = B \cdot A = B \ell x$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{d\Phi}{dt}} = B\ell \frac{dx}{dt} = B\ell v = \underline{\Delta V}$$

som er Faradays lov

[Generelt: $\Phi \overset{\text{def}}{=} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$



$d\vec{A} = dA \cdot \hat{n}$]

Egentlig: $\boxed{\Delta V = -\frac{d\Phi}{dt}}$

Lenz' lov

Lenz' lov [TM 28.3; LHL 24.1] [YF 29.3]

Fortegn (retning) på ΔV er slik at

$\Delta V \Rightarrow I \Rightarrow \vec{B}_I \Rightarrow \Phi_I = \int_S \vec{B}_I \cdot d\vec{A}$ (gjennom flaten S som omsluttes av kretsen) slik at Φ_I motvirker påtvunget endring $\Delta\Phi$

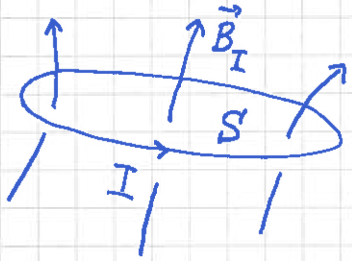
(der $-\Delta\Phi$ skapte ΔV i utgangspunktet)

Kortversjon: Naturen motarbeider påtvungne endringer.

Induktans [TM 28.6; LHL 25.1] [YF 30.2]

(selvinduktans)

$I \Rightarrow \vec{B}_I \Rightarrow$ fluks gjennom sløyfa:



$$\Phi = \int_S \vec{B}_I \cdot d\vec{A} = \int_S \underbrace{\left\{ \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \right\}}_{= \vec{B}_I} \cdot d\vec{A}$$

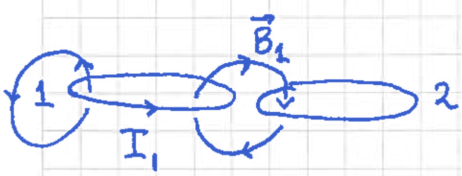
(Biot-Savart, s. 109)

$$\Rightarrow \Phi = L \cdot I$$

der $L \overset{\text{def}}{=} \Phi / I$ = sløyfas (selv-)induktans

Enhet: $[L] = T \cdot m^2/A \equiv H$ (henry)

[Gjensidig induktans (ikke pensum):



$I_1 \Rightarrow \vec{B}_1 \Rightarrow$ fluks Φ_2 gjennom sløyfe 2

$M_{21} \overset{\text{def}}{=} \Phi_2 / I_1$ = sløyfenes gjensidige induktans

Anvendelse: Transformator etc.]

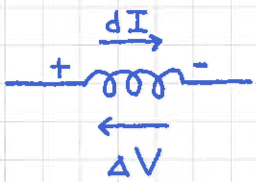
(Selv-) Induksjon :

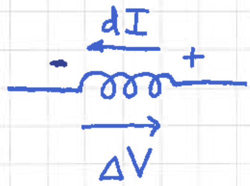
$$\dot{I} \neq 0 \Rightarrow \dot{\Phi} \neq 0 \Rightarrow \Delta V = -\dot{\Phi} = -L\dot{I}$$

Som kretselement:

$$\Delta V = -L \frac{dI}{dt}$$

Med Lenz' lov :





Eks: Lang spole, $N = 500$ vikl. på lengde $\ell = 10$ cm, tverrsnitt $A = 5\ \text{cm}^2$. Hva er spolens induktans L, (a) luftfylt; (b) jernkjerne med $\mu_r = 1000$.

Løsning:

$$B = \mu n I = \mu \frac{NI}{\ell}$$

Total omsluttet fluks: $\Phi = NBA = \dfrac{\mu N^2 A}{\ell} \cdot I$

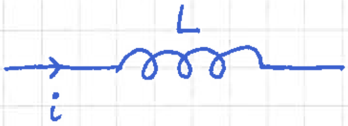
$$\Rightarrow \underline{L = \mu N^2 A / \ell}$$

(a) Luftfylt: $L = \mu_0 N^2 A/\ell = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} / 0.10 = \underline{\underline{1.6\ \text{mH}}}$

(b) Jernkjerne: $L = \mu_r \mu_0 N^2 A/\ell = 1000 \cdot 1.6\ \text{mH} = \underline{\underline{1.6\ \text{H}}}$

Spm: Hvis spoletråden er av kobber, med tverrsnitt $0.1\ \text{mm}^2$, hvor stor blir da spolens resistans? (Se s. 94–96.)
Bruk bok eller google til å finne resistiviteten til kobber.

Energi lagret i magnetfelt [TM 28.7; LHL 25.3] [YF 30.3]



$v = -L\, di/dt$

Påkrevd arbeid / energi for å øke strøm fra i til $i + di$:

$$dW = P \cdot dt = \underbrace{-v \cdot i\, dt}_{\text{arbeid mot indusert } v} = L \frac{di}{dt} i\, dt = L\, i\, di$$

For å øke fra $i = 0$ til $i = I$:

$$W = \int dW = \int_0^I L\, i\, di = \underline{\tfrac{1}{2} L I^2}$$

dvs: $U = \frac{1}{2} L I^2$ = energi lagret i spolen

Anta lang spole, lengde ℓ, tverrsnitt A, N viklinger:

$$B = \mu_0 n I$$

$$\phi = N A B = N A \frac{\mu_0 N}{\ell} I = L I$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} L I \cdot I = \frac{1}{2} \cdot N A B \cdot \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \cdot \underbrace{(A \ell)}_{\text{volumet inni spolen}}$$

(der $B \neq 0$)

$\Rightarrow$ Energi pr volumenhet i magnetfelt er:

$$\boxed{u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2}$$

Fra før (3.92): Energi pr volumenhet i elektrisk felt: $\boxed{u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$

Dermed: Total energi pr volumenhet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$