

## TFY4104 Fysikk Eksamen 16. desember 2019 – 6 sider

**FORMLER:** Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlens gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

### MEKANIKK

- Newtons andre lov:  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$      $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{r}}$
- Konstant akselerasjon:  $v = v_0 + at$      $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- Konstant vinkelakselerasjon:  $\omega = \omega_0 + \alpha t$      $\theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
- Arbeid:  $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$     Kinetisk energi:  $K = \frac{1}{2}mv^2$     Effekt:  $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- Konservativ kraft og potensiell energi:  $U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$      $\mathbf{F} = -\nabla U(\mathbf{r})$
- Friksjon,    statisk:  $f \leq \mu_s N$     kinetisk:  $f = \mu_k N$
- Luftmotstand (liten  $v$ ):  $\mathbf{f} = -k\mathbf{v}$     Luftmotstand (stor  $v$ ):  $\mathbf{f} = -Dv^2\hat{v}$
- Tyngdepunkt:  $\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbf{r}_i m_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \cdot dm$
- Sirkelbevegelse:  $v = r\omega$     Sentripetalakselerasjon:  $a = v^2/r$     Baneakselerasjon:  $a = dv/dt = r d\omega/dt$
- Dreiemoment:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$     Statisk likevekt:  $\sum \mathbf{F}_i = 0$      $\sum \boldsymbol{\tau}_i = 0$
- Dreieimpuls:  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$     N2 rotasjon:  $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$
- Stivt legeme, refleksjonssymmetri mhp rotasjonsaksen:  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_b + \mathbf{L}_s = \mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V} + I_0\boldsymbol{\omega}$
- Kinetisk energi, stivt legeme:  $K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2$
- Treghetsmoment:  $I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$   
Kompakt sylinder (skive):  $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$     Kompakt kule:  $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$     Kuleskall:  $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$   
Tynn stang:  $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$
- Stivt legeme, rotasjon om fast akse:  $K = \frac{1}{2}I\omega^2$
- N2 rotasjon, akse med fast orientering:  $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$

- Steiners sats (parallellakseteoremet):  $I = I_0 + Md^2$
- Gravitasjon:  $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$   $U(r) = -\frac{GMm}{r}$   $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m$
- Enkel harmonisk oscillator:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$   $T = 2\pi/\omega_0$   $f = 1/T = \omega_0/2\pi$   
 Masse i fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  Matematisk pendel:  $\omega_0 = \sqrt{g/L}$   
 Fysisk pendel:  $\omega_0 = \sqrt{mgd/I}$  Torsjonspendel:  $\omega_0 = \sqrt{\kappa/I_0}$
- Fri, dempet svingning, langsom bevegelse i fluid:  $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$   
 $\Rightarrow \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$   $\omega_0^2 = k/m$   $\gamma = b/2m$   
 Underkritisk demping ( $\gamma < \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$   $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$   
 Overkritisk demping ( $\gamma > \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\alpha_1 t} + Be^{-\alpha_2 t}$   $\alpha_{1,2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$   
 Kritisk demping ( $\gamma = \omega_0$ )  $x(t) = Ae^{-\gamma t} + Bte^{-\gamma t}$
- Tvungen svingning, harmonisk ytre kraft:  $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$   
 (partikulær-)løsning:  $x(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$   
 amplitude:  $A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$   
 halvverdibredde:  $\Delta\omega \simeq 2\gamma$  Q-faktor:  $Q = \omega_0/\Delta\omega$

## ELEKTRISITET OG MAGNETISME

### Elektrostatikk

- Coulombs lov:  $\mathbf{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$
- Elektrisk felt og potensial:  
 $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0$   $\mathbf{E} = -\nabla V$   $\Delta V = \Delta U/q_0$   $\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$
- Elektrisk potensial fra punktladning:  
 $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$
- Elektrisk dipolmoment; for punktladninger  $\pm q$  i innbyrdes avstand  $\mathbf{d}$ :  $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$
- Elektrisk dipol i ytre elektrisk felt:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}_0$  ,  $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_0$
- Lineær respons:  
 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0/\epsilon_r$   $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$

- Kapasitans:

$$C = q/V$$

Seriekobling, parallellkobling:

$$C = \left(\sum_j C_j^{-1}\right)^{-1} \quad C = \sum_j C_j$$

- Parallellplatekondensator (ideell; feltstyrke  $\sigma/2\varepsilon$  fra ett stort og jevnt ladet plan):

$$E = \sigma/\varepsilon \quad , \quad C = \varepsilon A/d$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

### Elektrisk strøm

- Strømstyrke, strømtetthet:

$$I = dQ/dt \quad , \quad j = I/A$$

- Ohms lov:

$$j = \sigma \mathbf{E} \quad , \quad V = RI$$

- Drudemodellen:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$$

- Resistans  $R$  og konduktans  $G$ :

$$R = G^{-1} = l/\sigma A = \rho l/A, \quad \sigma = \text{konduktivitet}, \quad \rho = \text{resistivitet}$$

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

Seriekobling, parallellkobling:

$$R = \sum_j R_j \quad , \quad R = \left(\sum_j R_j^{-1}\right)^{-1}$$

- Elektrisk effekt:

$$P = VI$$

- Midlere effekt med vekselspanning:

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{1}{2} V_0 I_0$$

### Magnetostatikk

- Magnetisk fluks:

$$\phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder (Biot–Savarts lov):

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Lang rett leder:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

- På akse til sirkulær strømsløyfe:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

- Magnetisk dipolmoment; for plan strømsløyfe:  $\mathbf{m} = I\mathbf{A} = IA\hat{n}$

- Magnetisk dipol i ytre magnetfelt:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}_0$  ,  $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}_0$

- Lineær respons:

$$\mathbf{B} = \mu_r \mathbf{B}_0 \quad \mu = \mu_r \mu_0$$

- Lorentzkraften:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Magnetisk kraft på strømførende leder; generelt:

$$\mathbf{F} = \int_L d\mathbf{F} = I \int_L d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

### Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon

- Faradays induksjonslov:

$$\Delta V = -\frac{d\phi}{dt}$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M = \frac{\phi_2}{I_1} = \frac{\phi_1}{I_2}$$

- Transformator:

$$V_2/V_1 = N_2/N_1$$

- Spole (ideell):

$$B = \mu(N/l)I \quad , \quad L = \mu N^2 A/l$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

### Kretser

- Spenning over motstand, kapasitans, induktans:

$$RI \quad Q/C \quad L dI/dt$$

- Tidskonstanter,  $RC$ -krets og  $RL$ -krets:

$$\tau = RC \quad \tau = L/R$$

- Opplading av kondensator i  $RC$ -krets:

$$Q(t) = Q_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

- Oppbygging av strøm i  $RL$ -krets:

$$I(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

### KONSTANTER, OMREGNINGSAKTORER OG DEKADISKE PREFIKSER

- Fundamentale konstanter:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \quad (g = 9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- Omregningsfaktorer:

$$1 \text{ eV} = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

- Dekadiske prefikser: p = piko =  $10^{-12}$ , n = nano =  $10^{-9}$ ,  $\mu$  = mikro =  $10^{-6}$ , m = milli =  $10^{-3}$ , c = centi =  $10^{-2}$ , k = kilo =  $10^3$ , M = mega =  $10^6$ , G = giga =  $10^9$ , T = tera =  $10^{12}$
- Geometri:  
Areal, sirkulær skive:  $\pi r^2$ . Kuleflateareal:  $4\pi r^2$ . Kulevolum:  $4\pi r^3/3$ .

## MATEMATIKK

- Krumningsradius:

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

•

$$\frac{d}{dx} e^{\alpha x} = \alpha e^{\alpha x}$$

•

$$\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$$

•

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

## MIDDELVERDI OG FEIL I MÅLINGER

- Gauss' feilforplantningslov:  $(\Delta q)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial q}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2$
- Hvis størrelsen  $q$  er et produkt av potenser av  $a_i$  ( $q = a_1^{N_1} \cdot a_2^{N_2} \cdot \dots$ ):

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left( \frac{N_1 \Delta a_1}{a_1} \right)^2 + \left( \frac{N_2 \Delta a_2}{a_2} \right)^2 + \dots}$$

- Middelvei (gjennomsnittsverdi):  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Standardavvik (feil i enkeltmåling):  $\delta_x = \sqrt{\left( \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)}$
- Standardfeil (feil i middelvei):  $\delta_{\bar{x}} = \delta_x / \sqrt{N}$