---

1)
$(4 \cdot 0.264/0.164)$ (USD/USgal)(NOK/USD)(USg/L) = 6.44 NOK/L
C) 6.44

---

2)
N2: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}_i \Rightarrow a_i = F/m$
B) $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$

---

3)
Lengst "arm" gir størst dreiemoment τ (mhp massesenteret CM), dermed størst dreieimpuls L, dermed størst rotasjonsenergi, og dermed størst total kinetisk energi K.
D) $K_1 < K_2 < K_3 = K_4$

---

4)
Netto dreiemoment på hjulet er $S_1R - S_2R$ og gir rotasjon mot klokka hvis $S_1 > S_2$. Og med $m_1 > m_2$ må vi jo få rotasjon mot klokka.
B) $S_1 > S_2$

---

5)
Når snora ikke glir på hjulet har vi "rullebetingelsen" $v = \omega R$.
B) v/R

---

6)
Hjulet har indre dreieimpuls (spinn) mhp CM $L_{\text{hjul}} = I_0\omega = MR^2\, v/R = MRv$. De to loddene har banedreieimpuls mhp CM hhv $L_1 = m_1Rv$ og $L_2 = m_2Rv$. Alle bidrar med samme fortegn, dvs som vektorer $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ peker alle tre ut av planet. Dermed: $L = MRv + m_1Rv + m_2Rv = (M + m_1 + m_2)Rv$.
A) $(M + m_1 + m_2)vR$

---

7)
Uten friksjon mellom snor og hjul blir snordraget S likt i hele snora. N2 gir da $m_1g - S = m_1a$ og $S - m_2g = m_2a$, med positiv retning nedover for m_1 og oppover for m_2 (siden vi vet hvilken vei de to vil bevege seg). Addisjon av disse to eliminierer S og gir $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$, dvs $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) = g(1 - \beta)/(1 + \beta)$.
D) $a = g(1 - \beta)/(1 + \beta)$

---

8)
N2: $F = \Delta p/\Delta t = MV_0/\Delta t \Rightarrow V_0 = F\Delta t/M = 500 \cdot 0.001/0.167 = 3$ m/s.
D) 3.0 m/s

---

9)
Mhp CM er $\tau = 0$ i selve støtet, slik at kula glir uten å rulle i starten. Dermed må friksjonskraften f virke mot venstre, og figur A blir riktig.

10)
Vi bruker dreieimpulsbevarelse: $MRV_0 = MRV + I_0\omega$ som med ren rulling ($V = \omega R$) og oppgitt treghetsmoment I_0 gir $MRV_0 = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5$, dvs $V = 5V_0/7$.
D) $5V_0/7$

---

11)
N1 normalt skråplanet gir $N = Mg\cos\theta$ (som gjør A og D utelukket). N1 langs skråplanet gir $f + S = Mg\sin\theta$ (som gjør C og D utelukket). N1 for rotasjon om CM gir $fR = Sr$. Dermed B.
B) $\cos\theta = N/Mg$, $\quad\sin\theta = (f+S)/Mg$, $\quad r/R = f/S$

---

12)
Ved θ_0 har friksjonskraften f blitt maksimal: $f = f_{\max} = \mu_s N = \mu_s Mg\cos\theta_0$, dvs D.
D) $\cos\theta_0 = f/\mu_s Mg$

---

13)
Her blir ”rullebetingelsen” $v = \omega r$, dvs $a = \alpha r$.
A) $a = \alpha r$

---

14)
Pythagoras gir $(r+R)^2 = x^2 + y^2$ og med f.eks $i = 1$ er høyre side lik $130^2 + 792^2 = 644164$ mm^2. Dermed: $R = \sqrt{644164} - r = 802.6 - 19 = 782.6 \simeq 784$ mm.
C) 784 mm

---

15)
Indre og ytre radius hhv 17 og $r = 19$ mm betyr at treghetsmomentet må bli litt mindre enn mr^2.
C) $I_0 = 0.9mr^2$

---

16)
Hastigheten v_7 kan baseres på forflytningen fra 6 til 7, fra 6 til 8 eller fra 7 til 8. Alle tre gir omtrent samme svar. Så f.eks: $v_{7x} = (x_8 - x_6)/2\Delta t$, tilsvarende for v_{7y}, og $v_7 = \sqrt{v_{7x}^2 + v_{7y}^2} \simeq 0.50$ m/s.
B) 0.50 m/s

---

17)
Bare A og B er aktuelle, siden C og D har feil enhet (m/s og ikke m/s^2). Alternativ B kan umulig gi en akselerasjon, siden de tre involverte posisjonene alle legges sammen. dermed er A eneste mulighet:
$a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t$ og $v_{i+1/2} = (x_{i+1} - x_i)/\Delta t$ osv gir detaljene.

$$\text{A)} \quad a_i = \frac{\sqrt{(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i)^2 + (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i)^2}}{(\Delta t)^2}$$

---

18)
$\tan\phi_{10} = x_{10}/y_{10} = 261/759 \rightarrow \phi_{10} = 19°$.

B) 19°

---

19)
Kun friksjonskraften f har dreiemoment mhp sylinderens CM. Ren rulling fordrer $\omega = v/r$, dvs $\alpha = a/r$. Her blir a stadig større, siden tyngdens komponent langs banen stadig øker, mens normalkraften N blir stadig mindre, dvs $f_{\max} = \mu_s N$ blir stadig mindre. Når påkrevd f blir større enn $\mu_s N$, inntrer sluring. Etter hvert blir total kraft normalt underlaget for liten til å tilsvare masse ganget med sentripetalakselerasjon, og sylinderen mister kontakten med underlaget, dvs bevegelsen går over i et skrått kast.
B) Ren rulling etterfulgt av sluring etterfulgt av "skrått kast"-bevegelse.

---

20)
Dreieimpulsen relativt et punkt på rotasjonsaksen er bevart:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

med $I_j = I_0 + 4mx_j^2$. Dermed:
C) $\omega_2/\omega_1 = I_1/I_2 = (I_0 + 4mx_1^2)/(I_0 + 4mx_2^2)$

---

21)
Kinetisk rotasjonsenergi er $K_j = I_j\omega_j^2/2$, slik at

$$K_2/K_1 = (I_2/I_1) \cdot (\omega_2/\omega_1)^2 = (I_2/I_1) \cdot (I_1/I_2)^2 = I_1/I_2.$$

C) $K_2/K_1 = (I_0 + 4mx_1^2)/(I_0 + 4mx_2^2)$

---

22)
Fra grafen ser vi at perioden er (ca) $T = 6.3$ s, slik at $\omega = 1$ s^{-1}. Etter 1 periode er amplituden 0.99. Dermed har vi

$$e^{-\gamma T} = 0.99,$$

dvs

$$\gamma T = -\ln 0.99.$$

Med svak demping er $\omega_0 \simeq \omega$ slik at

$$Q \simeq \omega/\Delta\omega = (2\pi/T)/(2\gamma) = \pi/\gamma T = -\pi/\ln 0.99 \simeq 313.$$

D) 313

---

23)
La m og M være massen til hhv bil og lastebil, mens v og v' er hhv bilens hastighet før kollisjon og kjøretøyenes felles hastighet etter kollisjon. Vi har impulsbevarelse, slik at

$$mv = (m+M)v' \quad \Rightarrow \quad v' = mv/(m+M).$$

Kinetisk energi før kollisjon:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Etter kollisjon:

$$K' = \frac{1}{2}(m+M)(v')^2 = \frac{1}{2}mv^2\frac{m}{m+M}.$$

Dermed:

$$\frac{K - K'}{K} = 1 - K'/K = 1 - m/(m+M) = M/(m+M),$$

dvs 6000/7200, som er ca 0.83.
C) 83%

---

24)
Fra figuren til høyre ser vi at $\Delta\phi = \Delta L/L$ (vinkel = buelengde dividert med radius). Fra N2 for rotasjon har vi $\Delta L = \tau \Delta t = Mgr\Delta t$. Dermed:

$$\Omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{Mgr}{I_0 \omega} = \frac{gr}{R^2\omega}.$$

A) $gr/\omega R^2$

---

25)
N2: $mg - Dv^2 = ma = m\,dv/dt$. Multiplikasjon med $g\,dt$ og divisjon med $mg - Dv^2$ på begge sider gir
D) $\frac{dv}{1 - Dv^2/mg} = g\,dt$

---

26)
Konfigurasjon D gir $E = 0$ i midten av kvadratet.

---

27)
Dette er en sum av to like store men motsatt rettede dipoler, så totalt dipolmoment er null.
D) 0

---

28)
Det elektriske feltet peker i den retningen som potensialet avtar raskest, $\boldsymbol{E} = -\nabla V$. Dermed stiplet linje A.

---

29)
Ser fra figuren at $\boldsymbol{E} = k(\hat{x} + \hat{y})$, dvs $\partial V/\partial x = E_x = -k$ og $\partial V/\partial y = E_y = -k$, som gir $V(x,y) = -k(x+y)$ (eventuelt pluss en konstant).
A) $V(x,y) = -E_0 x - E_0 y$

---

30)
I xy-planet er $\cos\theta = \cos\pi/2 = 0$, dvs $V = 0$.

$$\text{D)}\quad V = 0$$

---

31)
På positiv z-akse er $\cos\theta = \cos 0 = 1$ og $r = z$, slik at
C) $V = qa/4\pi\varepsilon_0 z^2$

---

32)

Feltet må peke loddrett nedover i et punkt i xy-planet, dvs $\boldsymbol{E} \sim -\hat{z}$.
C) $-\hat{z}$

---

33)
Med $\phi = 0$ eller $\phi = \pi$ vil den elektriske kraften ikke ha noen arm, og dreiemomentet $\tau = 0$. Bare figur C) passer med dette. Mer presist:

$$\tau = |\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}_0| = pE_0 |\sin\phi|,$$

og C) er nettopp en sinusfunksjon.

---

34)
Siden $\boldsymbol{p}$ har retning fra den negative mot den positive ladningen i dipolen, vil $\phi = 0$ tilsvare et minimum og $\phi = \pi$ et maksimum i potensiell energi. Figur B) passer med dette. Mer presist:

$$U(\phi) = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}_0 = -pE_0 \cos\phi,$$

og B) er nettopp minus en cosinusfunksjon (eventuelt pluss en konstant, som vi vet ikke har noen fysisk betydning).

---

35)
Metallstykket er en elektrisk leder, som er et ekvipotensial, dvs
B) $V_1 = V_2 = V_3$

---

36)
For seriekobling av to kapasitanser (se formelvedlegg):

$$C = (C_1^{-1} + C_2^{-1})^{-1},$$

med

$$C_1 = \varepsilon_1 A/(d/2) = 8\varepsilon_0 A/d$$

og

$$C_2 = \varepsilon_2 A/(d/2) = 10\varepsilon_0 A/d.$$

Siden $\varepsilon_0 A/d = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}/(2 \cdot 10^{-3} \simeq 0.44 \cdot 10^{-12}$, dvs 0.44 pF, er det klart at bare A) kan være et aktuelt svaralternativ. Og med $(1/8 + 1/10)^{-1} = 40/9$, får vi nettopp ca 2 pF.
A) 2 pF

---

37)
Kretsen er en seriekobling av R og parallellkoblingen (de fire lengst til høyre) av R og $R + R + R = 3R$. Kretsens totale ("ekvivalente") resistans blir dermed

$$R_{\text{tot}} = R + (1/R + 1/3R)^{-1} = R + 3R/4 = 7R/4,$$

og strømmen I blir

$$I = V_0/R_{\text{tot}} = 4V_0/7R.$$

D) $4V_0/7R$

---

38)

Siden hver enkelt sammenhengende lederbit er elektrisk nøytral, blir det *lik ladning* $\pm Q$ på hver av de seriekoblede kapasitansene. Den påtrykte spenningen V_0 fordeler seg med $Q/2C$ på hver av kapasitansene $2C$ og med Q/C på kapasitansen C. Følgelig blir $Q = V_0C/2$, og spenningen over C blir $V_0/2$.
B) $V_0/2$

---

39)
Kretsens tidskonstant er $\tau = RC = 3000 \cdot 0.003 = 9$ s. Dermed må riktig svar bli C). Mer presist er tidspunktet t bestemt ved at

$$V_R(t) = V_0 e^{-t/\tau} = 0.80V_0 \quad \Rightarrow \quad t = \tau \ln(1/0.80) = 9 \cdot \ln(5/4) \simeq 2 \text{ s.}$$

C) Ca 2 s

---

40)
Kula til venstre er metallkula, med null elektrisk felt inni kula. Dermed er $V_1 = V_2$. Feltet er svekket inni plastkula til høyre, pga innretting av dipoler i det ytre feltet (polarisering), men som vi ser er feltet ikke null inni plastkula. Dermed er $V_3 > V_4$.
C) $V_1 = V_2 > V_3 > V_4$

---

41)
Vi har i utgangspunktet spenningen V_0 over 2 i serie med (3 og 4 i parallell), som representerer en motstand $R + (1/R + 1/R)^{-1} = 3R/2$, og dermed strømmen $2V_0/3R$. Halvparten av denne går gjennom 3, dvs $V_0/3R$. Med 4 utskrudd ligger spenningen V_0 over 2 i serie med 3, som er en motstand $R + R = 2R$, og dermed strømmen $V_0/2R$. Hele denne går gjennom 3, og da $V_0/2R > V_0/3R$ vil 3 lyse sterkere.
B) Lyser sterkere.

---

42)
Selv om vi forbinder A og B med en motstandsfri leder (dvs kortslutter mellom A og B), vil det både før og etter være en spenning V_0 over pære 1. Strømmen gjennom 1 blir derfor V_0/R enten vi kortslutter mellom A og B eller ikke.
C) Lyser med uendret styrke.

---

43)
Kretsens totale motstand (1 i parallell med en seriekobling av 2 og (3 og 4 i parallell)):

$$R_{\text{tot}} = (1/R + 2/3R)^{-1} = 3R/5.$$

Total strøm levert av spenningskilden er

$$I = V_0/R_{\text{tot}} = 5V_0/3R.$$

Effekttapet i kretsen:

$$P = V_0 I = 5V_0^2/3R = 5 \cdot 144/3 \cdot 5 = 48 \text{ W.}$$

A) 48 W

---

44)
Den magnetiske kraften qvB forårsaker sirkelbevegelse med radius r, og dermed sentripetalakselerasjon v^2/r, dvs $qvB = mv^2/r$, som gir $m = qBr/v = eBr/v$ når partiklenes ladning er e. Innsetting av tallverdier gir

$$m = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.045 \cdot 0.0075/400 = 1.35 \cdot 10^{-25} \text{ kg,}$$

som tilsvarer $N = m/u \simeq 81$ nukleoner (kjernepartikler), dvs bromioner.
D) Bromioner med atommasse $81u$

---

45)
Med overflatestrøm I_m omkring arealet A er sylinderen en magnetisk dipol med dipolmoment $m = I_m A$. Siden magnetisering er magnetisk dipolmoment pr volumenhet, kan vi også skrive $m = MV = MAl$. Dermed er $I_m = Ml = 50 \cdot 0.10 = 5.0$ A.
B) 5.0 A

---

46)
Her er $B_0 = 1.0$ T mens $\mu_0 M = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \simeq 6 \cdot 10^{-5}$ T, slik at $B \simeq B_0$, og dermed er $\mu_0 M \simeq B_0 \chi_m/(1+\chi_m) \simeq B_0 \chi_m$, som gir $\chi_m \simeq \mu_0 M/B_0 \simeq 6 \cdot 10^{-5}$.
Huttetu! Ingen svaralternativ var korrekte. Dermed må alle svar gis 2 poeng på denne oppgaven.

---

47)
Indusert spenning: $\Delta V = d\phi/dt = BdA/dt = Bhv$. Gir indusert strøm $I = \Delta V/R = Bhv/R$, og dermed magnetisk kraft $F = IhB = B^2h^2v/R$.
A) B^2h^2v/R

---

48)
Kirchhoffs spenningsregel (K2) gir $V_0 \cos\omega t = Q/C$, og dermed $I(t) = dQ/dt = -V_0 \omega C \sin\omega t$. Stiplet linje i A) er $-\sin\omega t$.

---

49)
K2 gir $V_0 \cos\omega t = L\, dI/dt$, som betyr at vi må ha $I(t) = (V_0/\omega L)\sin\omega t$. Stiplet linje i B er $\sin\omega t$.

---

50)
K2 gir $-L\, dI/dt - Q/C = 0$, som med $I = dQ/dt$ gir $d^2Q/dt^2 + Q/LC = 0$. Dette er ligningen for en enkel (udempet) harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = 1/\sqrt{LC}$, dvs periode $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \simeq 31.4 \cdot 10^{-3}$ s $= 31.4$ ms.
C) 31.4 ms
