1. D $M = \rho V = \rho \cdot 4\pi r^3/3 = \rho \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6m/\pi\rho)^{1/3} = 43.7$ mm.

2. E Vertikalt faller steinen fra høyde h med konstant akselerasjon $g/6$. Dette tar en tid t gitt ved $h = gt^2/12$, dvs $t = \sqrt{12h/g}$. Horisontal lengde på kastet blir dermed $x = v_0 t = 18 \cdot \sqrt{12 \cdot 1.7/9.81}\,\mathrm{m} = 26$ m.

3. B Newtons 2. lov (N2), $dp = F\,dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$ med $\tau = 0.002$ s, $m = 0.0027$ kg og $v = 25$ m/s. Dermed $F_{\max} = 135$ N.

4. E Det maksimale ("terminale") effekttapet er $P_t = f \cdot v_t$. Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_S g \cdot 4\pi r^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med $\sqrt{r}$, mens f øker proporsjonalt med r^3. (Selvsagt: $f = mg$ når $v = v_t$.) Dermed er P_t proporsjonal med $r^{7/2}$, og $4^{7/2} = 128$.

5. A Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp M gir $M = 4\pi^2 R^3/GT^2 \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg.

6. B Punktmassen m følger en sirkelbane med radius $R = d/2 + L\sin 30^\circ = 8.5$ m. Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S\cos 30^\circ = mg$. Horisontal akselerasjon er v^2/R, forårsaket av snordragets horisontale komponent, slik at $S\sin 30^\circ = mv^2/R$. Omløpstida er $T = 2\pi R/v$. Vi dividerer N2 horisontalt med N1 vertikalt, setter inn $v = 2\pi R/T$, løser mhp T og finner $T = \sqrt{4\pi^2 R/g\tan 30^\circ} = 7.7$ s.

7. D Vi setter $V_0 = 0.30$ m/s, $m = 0.10$ kg, og V_1 og v_1 lik sluttfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $5mV_1 + mv_1 = 5mV_0$, mens energibevarelse gir (2) $5mV_1^2/2 + mv_1^2/2 = 5mV_0^2/2$. Fra (1) følger $V_1 = V_0 - v_1/5$, som innsatt i (2) gir $5(V_0 - v_1/5)^2 + v_1^2 = 5V_0^2$, dvs $-2V_0 v_1 + 6v_1^2/5 = 0$, dvs $v_1 = 5V_0/3 = 0.50$ m/s.

8. A Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 80 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar). I tillegg kommer stupebrettets egen tyngde, tilsvarende 120 kg, samt normalkraften fra personen på 80 kg, begge rettet nedover. I alt en kraft på stupebrettet tilsvarende tyngden av 280 kg, rettet nedover. N1 gir da en kraft rettet oppover fra pillaren på midten lik $280 \cdot 9.81$ N $= 2.75$ kN.

9. C Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg = 3.6 \cdot 9.81\,\mathrm{N} = 35$ N (siden S og tyngden mg begge har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

10. A Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2} = 3.6 \cdot 9.81/\sqrt{2}\,\mathrm{N} = 25$ N (siden S her har en arm lik platas sidekant, mens tyngden mg har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

11. D I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Derfor er farten lik v_0 neste gang kula passerer høyden $y = 0$, dvs der hvor $(2x/L)(x^2/L^2 - 3/4) = 0$, dvs $x = \sqrt{3}L/2 = 87$ cm.

12. C Helningsvinkelen er gitt ved $\tan\theta = dy/dx = (H/L)(6x^2/L^2 - 3/2)$, som i origo blir (i absoluttverdi) $\theta = \arctan(3H/2L) = \arctan(90/200) = 24^\circ$.

13. E Banens lokale topp-punkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 < 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = -L/2$. Her er kula i en høyde $y = H/2$. For at kula skal nå fram hit må vi ha $7mv_0^2/10 = mgH/2$, dvs $v_0 = \sqrt{5gH/7} = 145$ cm/s. (Kinetisk energi: $K = (1 + c)mv^2/2 = 7mv^2/10$ når $c = 2/5$ for kompakt kule.)

14. E Banens lokale bunnpunkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 > 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = L/2$. Her er kula i en høyde $y = -H/2$, og farten her er gitt ved $7mv^2/10 - mgH/2 = 7mv_0^2/10 = 7mgH/10$, dvs $v^2 = 12gH/7$. Invers krumningsradius er her $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 12H(L/2)/L^3 = 6H/L^2$. N2 gir nå $N - mg = ma = mv^2/\rho = m \cdot (12gH/7) \cdot (6H/L^2)$, dvs $N = mg + 72H^2mg/7L^2 = 1.93mg \simeq 2mg$.

15. E N2 for rotasjon om CM, $fR = I_0\dot{\omega}$, med $f = \mu mg$ og $I_0 = 2mR^2/5$, gir $\omega(t) = 5\mu gt/2R$. (Konstant dreiemoment, dermed konstant vinkelakselerasjon, dermed vinkelhastighet som øker lineært med tiden t.) Dermed tar det en tid $t = 2 \cdot 0.11 \cdot 30/5 \cdot 0.12 \cdot 9.81\,\mathrm{s} = 1.1$ s før kula roterer med vinkelhastighet 30 rad/s.

16. B Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom $\boldsymbol{d}$ (dvs vektoren fra A til CM) og $m\boldsymbol{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs $150°$. Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd\sin(\theta + \pi/2) = 0.045 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot \sin 150°$ Nm $= 11$ mN m.

17. D Resonansfrekvens: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{12.5/0.125}\,\mathrm{s}^{-1} = 10\ \mathrm{s}^{-1}$. Dempingsfaktor: $\gamma = b/2m = 100/0.250\,\mathrm{s}^{-1} = 400\ \mathrm{s}^{-1}$. Systemet har med andre ord meget sterk demping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A\exp(-\alpha_1 t) + B\exp(-\alpha_2 t),$$

siden $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$ er mye større enn $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$. Med andre ord, vi har $x(t) \simeq x_0\exp(-kt/b)$, siden $x(0) = x_0 = 25.0$ cm. Tiden det tar før x er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen $25.0/5.0 = \exp(kt/b)$, dvs $t = (b/k)\ln 5 = (100/12.5)\ln 5$ s $= 8\ln 5$ s $= 13$ sekunder.

18. B Nå er dempingsfaktoren $\gamma = b/2m = 0.0010/0.250\,\mathrm{s}^{-1} = 0.0040\ \mathrm{s}^{-1}$, dvs $\gamma \ll \omega_0$, og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos\omega t$$

med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$. Oscillatorens mekaniske energi tilsvarer maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2}kx_0^2e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når $\exp(-2\gamma t) = 1/2$, dvs $t = (m/b)\ln 2 = 125 \cdot \ln 2$ s $= 87$ sekunder.

19. A

$$E = \frac{1}{2}kA(\omega_0)^2 = \frac{k}{2}\frac{(F_0/m)^2}{(2\gamma\omega_0)^2} = \frac{mF_0^2}{2b^2},$$

som med oppgitte tallverdier blir 4.0 J.

20. D $Q = \omega_0/\Delta\omega = \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{12.5/0.125}/(0.0010/0.125) = 1250.$

21. C Newtons 3. lov: Kraft = motkraft.

22. B Glass-staven er ikke i berøring med metallkulene, så vi får ikke noen netto overføring av ladning mellom glass-staven og kulene. Imidlertid vil den positivt ladete glass-staven trekke frie elektroner i metallet til seg, slik at vi får et overskudd av negativ ladning på (venstre side av) venstre metallkule. Siden metallkulene totalt sett er elektrisk nøytrale, må det bety at høyre kule ender opp med et underskudd av elektroner, altså netto positiv ladning.

23. C Det holder å regne ut endringene som blir gjort:

$$\Delta U = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d_{1B}} - \frac{1}{d_{1A}}\right) + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d_{2B}} - \frac{1}{d_{2A}}\right).$$

Her er avstandene $d_{1A} = d_{2B} = 0.030$ m og $d_{2A} = d_{1B} = 0.050$ m, slik at de inverse lengdeuttrykkene inne i parentesen har verdien $\mp 13.33\ \mathrm{m}^{-1}$, mens faktoren foran har verdien $\pm 9 \cdot 10^9 \cdot 14 \cdot 42 \cdot 10^{-18}$ Jm $= \pm 5.292 \cdot 10^{-6}$ Jm. Dermed blir $\Delta U = -2 \cdot 5.292 \cdot 10^{-6} \cdot 13.33$ J = - 0.14 mJ.

24. A Potensialet avtar når vi følger elektriske feltlinjer i positiv retning. Det betyr at $V_3 > V_4 > V_2 > V_1$.

25. E Totalt elektrisk felt på negativ y-akse må peke i negativ y-retning. Den positive ladningen $2Q$ i origo gir et bidrag E_{2Q} i negativ y-retning. Hver av de to negative ladningene $-Q$ på z-aksen gir et bidrag E_{-Q} i positiv y-retning (z-komponentene kansellerer hverandre), men y-komponenten av $2E_{-Q}$ er mindre enn E_{2Q}.

26. A I avstand 0.15 m er denne ringen for alle praktiske formål en positiv punktladning 35 nC. Feltstyrken i avstand 0.15 m er da $E = 9 \cdot 10^9 \cdot 35 \cdot 10^{-9}/(0.15^2)$ V/m = 14 kV/m.

27. E Dipolmomentet må være en del mindre enn om vi hadde to parallelle tråder med ladning pr lengdeenhet ± 15 nC/mm, lengde $\pi R \simeq 60$ mm, og innbyrdes avstand $2R = 40$ mm. Et slik system har dipolmoment $15 \cdot 60 \cdot 40$ nC mm = 36000 nC mm = 36 nC m. Kun alternativ E er da aktuelt.

Med beregning: En liten buelengde $ds = R d\theta$ av ringen, ved vinkel θ, og med ladning $dq = \lambda(\theta) ds = \lambda_0 \cos\theta R d\theta$, har sammen med en tilsvarende negativ ladning $-dq$ ved vinkel $\pi - \theta$ et lite dipolmoment $dp = dq \cdot 2R\cos\theta$, siden avstanden fra $-dq$ til dq er $2R\cos\theta$. Så må vi integrere over vinkelen θ fra $-\pi/2$ til $\pi/2$ for å få med hele ringen:

$$\begin{aligned} p &= \int dp \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \lambda_0 \cos\theta R d\theta \cdot 2R\cos\theta \\ &= 2\lambda_0 R^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2\theta d\theta \end{aligned}$$

Ettersom middelverdien av $\cos^2\theta)$ er 1/2, er verdien av dette integralet $\pi/2$, slik at $p = \pi\lambda_0 R^2$, som med oppgitte tallverdier blir $p = 18850$ nC mm $\simeq 19$ nC m.

28. B Kapasitans med full tank:

$$C_0 = 33\varepsilon_0 A/d.$$

Når 95% av metanolen er oppbrukt:

$$C_1 = 33\varepsilon_0(A/20)/d + \varepsilon_0(19A/20)/d = 2.6\varepsilon_0 A/d.$$

Med gitt ladning $\pm Q$ på kondensatorplatene er $V_1/V_0 = C_0/C_1$, dvs

$$V_1 = V_0 C_0/C_1 = 12\,\mathrm{V} \cdot 33/2.6 = 152\,\mathrm{V}.$$

29. C Med $\tau = RC = 20$ s er vel bare C, et minutt, et aktuelt svar. Med regning: $V(t) = V_0 \exp(-t/RC)$, slik at $t = RC \ln(V_0/V(t))$. Her er $R = 10^8\,\Omega$, $C = 2 \cdot 10^{-7}$ F, og $V_0/V(t) = 20$, slik at $t = 60$ s, dvs 1 minutt.

30. C Total resistans er $R = (4 \cdot 1/12)^{-1} = 3\,\Omega$. Dermed er $P = V_0 I = V_0^2/R = 144/3\,\mathrm{W} = 48$ W.

31. D Kretsens totale motstand er $R + (1/R + 1/(R + R/2 + R))^{-1} + R = 19R/7$. Total strøm i kretsen blir dermed $7V_0/19R$, og all strømmen går gjennom de to motstandene R som er nærmest spenningskilden. Spenningsfallet over disse to blir $14V_0/19$, slik at spenningen over den aktuelle motstanden blir $5V_0/19$. Dermed er $I = 5V_0/19R = 5 \cdot 12/19 \cdot 0.5\,\mathrm{A} = 6.3$ A.

32. B $r = mv/qB = 40 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6/1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.50\,\mathrm{m} = 0.83$ m.

33. C $I_0 = V_0\omega C = 2\pi V_0 f C = 2\pi \cdot 12 \cdot 50 \cdot 0.0050\,\mathrm{A} = 19$ A.

34. E $I_0 = V_0/\omega L = V_0/2\pi f L = 12/2\pi \cdot 50 \cdot 0.0050\,\mathrm{A} = 7.6$ A.

35. A $B = \mu_0 I/2a_0 = \mu_0(ev/2\pi a_0)/2a_0 = \mu_0 ev/4\pi a_0^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6/4\pi \cdot (0.529 \cdot 10^{-10})^2\,\mathrm{T} = 5.7$ T.

36. A Total strøm pr vikling, dvs pr mm, er $I = I_0 + I_m$. Magnetfeltet inni spolen er

$$B = \mu_0(N/l)(I_0 + I_m) = \mu_r\mu_0(N/l)I_0.$$

der effekten av magnetiseringen i det siste uttrykket er ivaretatt via relativ permeabilitet μ_r. Her er $\mu_r \gg 1$, slik at $I_m \gg I_0$, dvs $I_m \simeq I$. Dermed er $I_m = \mu_r I_0 = 750 \cdot 0.35$ A $= 0.26\,\mathrm{kA}$.

37. C Elektrisk kraft er eE i negativ y-retning, magnetisk kraft er evB i positiv z-retning. Total kraft er dermed $F = \sqrt{(eE)^2 + (evB)^2} = 6.6 \cdot 10^{-16}$ N.

38. A $M(0) = M_0 \tanh(\alpha B_0) = 1.6 \tanh(50 \cdot 0.0043)$ MA/m $= 0.34$ MA/m.

39. B Figuren viser at resonansfrekvensen ligger noe over 250 Hz, men betydelig lavere enn 300 Hz, anslagsvis ved 270 Hz. Siden $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$, er $L = 1/4\pi^2 f_0^2 C \simeq 0.35$ Hz, siden C er 1 mikrofarad.

40. E For lavere og lavere frekvenser vil kondensatoren nærme seg en åpen krets, mens spolen da vil nærme seg en kortslutning. Da blir strømamplituden liten, både V_R og V_L vil ha liten amplitude, mens V_C vil bli omtrent lik den påtrykte spenningen, med amplitude 1.0 V. (Med null frekvens har vi en DC spenningskilde, da er strømstyrken lik null, og påtrykt spenning blir lik spenningsfallet over kondensatoren.) For høye frekvenser blir det omvendt: Indusert motspenning i spolen blir omtrent lik den påtrykte spenningen, mens V_C og V_R blir små. Følgelig er V_C kurve 1 og V_L kurve 2, og dermed V_R kurve 3.