

Løsningsforslag

1) C:

$$V = 4\pi r^3/3 = 5.575 \text{ cm}^3$$

For å anslå usikkerheten i V kan vi regne ut V med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 5.729 og 5.425 cm^3 , så vi ser at usikkerheten i V er ca 0.15 cm^3 . Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta V/V = 3\Delta r/r \Rightarrow \Delta V = 3V\Delta r/r \simeq 0.15 \text{ cm}^3$$

2) E:

$$\rho = m/V5 = 7.86 \text{ g/cm}^3$$

3) A:

$$I_0 = 2mr^2/5 = 21.2 \text{ g cm}^2$$

4) D:

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

$$|\Delta U| = K \Rightarrow v = \sqrt{10gy_0/7} = 0.84 \text{ m/s}$$

5) B: Brattest i $x = \pm L$, med helningsvinkel gitt ved $\tan \theta = dy/dx$. Her er

$$dy/dx = 4y_0x^3/L^4,$$

som i $x = L$ er

$$|dy/dx|_{\max} = 4y_0/L = 0.4.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.4 = 22^\circ$.

6) A: Siden $y = 0$ i $x = 0$, er banen flat, uten krumning i bunnen. Dermed er $a = 0$ her, og $N = mg = 0.43 \text{ N}$.

7) C: N2 translasjon: $mg \sin \theta - f = ma$. N2 rotasjon om CM: $fr = I_0a/r = 2mar/5$, dvs $f = 2ma/5$, som innsatt i N2 for translasjon gir $mg \sin \theta = 7ma/5$, dvs $a = (5g/7) \sin \theta$. I $x = -L$ er $\theta = 21.8$ grader, slik at $a = 2.6 \text{ m/s}^2$.

8) E: $P = dK/dt = \text{konstant}$, dvs $P = Fv = mav = \text{konstant}$. Med konstant masse m og jevnt økende kinetisk energi K må det bety at farten v øker mens akselerasjonen a avtar med tiden t . Dermed er verken A, B, C eller D riktig.

9) A: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $v = \sqrt{kx^2/m} = 0.267 \text{ m/s}$.

10) C: Kula starter i høyde $L - L \cos 60^\circ = L/2$ over banens bunnpunkt. Energibevarelse gir da $mv^2/2 = mgL/2$, dvs $a = v^2/L = g = 9.8 \text{ m/s}^2$ i det kula passerer banens laveste punkt.

11) B: N2 for klossen på bordet: $S = 3ma$. N2 for klossen utenfor bordet: $mg - S = ma$. Eliminerer a og finner $S = 3mg/4 = 1.8 \text{ N}$.

12) B: Ombytte av massene gir ligningene $S = ma$ og $3mg - S = 3ma$. Eliminerer a og finner også her $S = 3mg/4 = 1.8 \text{ N}$. (Men merk at her blir a tre ganger så stor som i forrige oppgave, siden den ytre akselererende kraften er $3mg$ mot mg i forrige oppgave.)

13) E: N2 for kloss A: $F - S - \mu mg - 2\mu mg = ma$. N2 for kloss B: $S - \mu mg = ma$. Addisjon av disse to ligningene gir $F - 4\mu mg = 2ma$, dvs $a = F/2m - 2\mu g = 10 \text{ m/s}^2$.

14) A: Bilens akselerasjon er v^2/r slik at nettokraften er $F = mv^2/r$. Her er $r = 200/2\pi \text{ m}$, $v = 60/3.6 \text{ m/s}$ og $m = 1150 \text{ kg}$, slik at $F = 10 \text{ kN}$.

15) B: $mg = Dv_t^2$ slik at $v_t = \sqrt{mg/D} = 5.6 \text{ m/s}$.

16) A: $P = dK/dt$ som med konstant effekt P gir $\Delta t = \Delta K/P$. Her er $\Delta K = 2K_0 = mv_0^2 = 150 \cdot 15^2 = 33750 \text{ J}$, slik at $\Delta t = 33750/60000 = 0.56 \text{ s}$.

17) E: $K_f = K_i + P\Delta t_f = 16875 + 60000 \cdot 2 = 136875 \text{ J}$, slik at $v_f = \sqrt{2K_f/m} = 42.7 \text{ m/s} = 154 \text{ km/h}$.

18) C:

$$\tau = I\ddot{\theta} \Rightarrow bF = mb^2\ddot{\theta}/3 \Rightarrow \theta(t) = 3Ft^2/2mb \Rightarrow t = \sqrt{2mb\theta/3F} = 4 \text{ s}$$

19) A: Anta f eks at klossen er trukket en liten lengde x mot høyre. Da vil begge fjærer virke på klossen med krefter mot venstre, henholdsvis $-k_1x$ og $-k_2x$. N2 gir da $-(k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$ eller $\ddot{x} + (k_1 + k_2)x/m = 0$. Dette er en enkel harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$, og dermed frekvens $f = \omega/2\pi = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}/2\pi = 5.6 \text{ Hz}$.

20) B: $N = t/T = t/(2\pi\sqrt{L/g}) = 45 \cdot 60/(2\pi\sqrt{25/9.81}) = 269$

21) C: Vinkelamplituden avtar eksponentielt med tiden:

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-bt/2m},$$

som med tallverdiene $t = 3600$ s, $m = 40$ kg og $b = 0.0075$ kg/s gir $\theta(3600)/\theta(0) = \exp(-0.3375) = 0.71$, dvs en reduksjon på 29%.

22) C: Eksakt forflytning er $s(t_4) = v_0 t_4 + at_4^2/2 = 0.1181$ m. Numerisk beregner vi steg for steg. I hvert tidssteg er fartsendringen like stor, da akselerasjonen er konstant: $\Delta v = a\Delta t = (9.81/2) \cdot 0.05 = 0.24525$ m/s.

$$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005 \text{ m}$$

$$v_1 = v_0 + \Delta v = 0.1 + 0.24525 = 0.34525 \text{ m/s}$$

$$s_2 = s_1 + v_1 \Delta t = 0.005 + 0.34525 \cdot 0.05 = 0.0222625 \text{ m}$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v = 0.34525 + 0.24525 = 0.59050 \text{ m/s}$$

$$s_3 = s_2 + v_2 \Delta t = 0.0222625 + 0.59050 \cdot 0.05 = 0.0517875 \text{ m}$$

$$v_3 = v_2 + \Delta v = 0.59050 + 0.24525 = 0.83575 \text{ m/s}$$

$$s_4 = s_3 + v_3 \Delta t = 0.0517875 + 0.83575 \cdot 0.05 = 0.093575 \text{ m}$$

$$\text{Feil i } s_4: 0.1181 - 0.093575 = 0.024525 \text{ m} = 25 \text{ mm.}$$

Litt mindre tallregning hvis en først innser at $s_4 = 4v_0 \Delta t + 6a(\Delta t)^2$.

23) D: Feilen i f eks s_4 er

$$|s(t_4) - s_4| = 2g(\Delta t)^2 \sin \beta \sim (\Delta t)^2$$

Her kan det bemerkes at et kortere tidssteg også medfører at man trenger flere tidssteg for å beregne forflytningen i et gitt tidsrom. Men dette antallet øker *lineært* med $1/\Delta t$, slik at alt i alt blir beregningen mer nøyaktig med et kortere tidssteg.

24) C: Vi ser at systemet har null total impuls. Fellesfarten for de to klossene etter kollisjonen er derfor null, slik at hele den opprinnelige kinetiske energien $3mv^2$ tapes.

25) E: For å bevare total impuls (lik null) og total kinetisk energi (lik $3mv^2$) er eneste mulighet at begge klossene ganske enkelt reverserer sine hastigheter. Dvs, klossen med masse $2m$ har hastighet v mot høyre etter kollisjonen.

26) B: Hver punktladning bidrar like mye til det totale elektriske feltet midt mellom de to. Total feltstyrke der blir

$$E = 2 \cdot q/4\pi\epsilon_0(d/2)^2 = 2q/\pi\epsilon_0 d^2$$

27) A: Arbeidet tilsvarer forskjellen i potensiell energi med uendelig avstand og med avstand d :

$$W = U(\infty) - U(d) = 0 - \frac{(-q) \cdot q}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

28) E: $p = 0.0225e \cdot 1.128 \text{ \AA} = 0.02538 e\text{\AA} = 4.0608 \cdot 10^{-31} \text{ Cm} = 0.122 \text{ D}$, siden $1 \text{ D} = 3.33564 \cdot 10^{-30} \text{ Cm}$

29) A: $V(r) = q/4\pi\epsilon_0 r$. Med $r = d/2$ har vi da $d = q/2\pi\epsilon_0 V = 3.0$ mm.

30) B: $dp = x \cdot dq = x \cdot \lambda(x) \cdot dx = (\lambda_0/L^3)x^4 dx$ slik at

$$p = \int dp = (\lambda_0/L^3) \int_{-L}^L x^4 dx = 2\lambda_0 L^2/5$$

31) D:

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -(2V_0/a^2)(2x\hat{x} - 2y\hat{y} + z\hat{z})$$

som i posisjon $(a, a, 2a)$ gir feltstyrken

$$|\mathbf{E}(a, a, 2a)| = (2V_0/a)\sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = 4\sqrt{3}V_0/a = 69 \text{ kV/m}$$

32) E: $p = 2q \cdot 3a - q \cdot a = 5qa$ (med retning mot høyre)

33) D:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-4/3 + 2/2 - 2/1 + 2/2 - 1/1 - 2/1) = -\frac{13q^2}{12\pi\epsilon_0 a}$$

34) E: Midt i systemet er $E = 2 \cdot q/4\pi\epsilon_0 (a/2)^2 - 2 \cdot 2q/4\pi\epsilon_0 (3a/2)^2 = 14q/9\pi\epsilon_0 a^2$

35) A: Kraft på ladningen $2e$:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} (-2/1 + 2/2^2 - 4/3^2) = -\frac{13e^2}{36\pi\epsilon_0 a^2}$$

Akselerasjonen blir

$$A = F/m = \frac{13e^2}{36\pi\epsilon_0 a^2 m}$$

som med $a = 2.00$ mm og $m = 40u$ er ca 1.25 km/s^2

36) C: Metallstykket er et ekvipotensial, da $E = 0$ inni metallet og \mathbf{E} står normalt på metallens overflate i alle posisjoner på overflaten.

37) A: $C = (1/5.5 + 1/8.0 + 1/2.5)^{-1} \text{ nF} = 1.4 \text{ nF}$.

38) C: Med påtrykt spenning V_0 blir potensialforskjellen mellom kondensatorplatene lik V_0 selv om plateavstanden varieres.

39) B: Ledningenes motstand: $2L/\sigma A = 5.0/60 = 1/12 \text{ } \Omega$. Kretsens totale motstand: $0.2533 \text{ } \Omega$. Strømstyrke: $I = 9.0/0.2533 = 36 \text{ A}$

- 40) E: Total motstand: $R + (1/2R + 1/5R)^{-1} + 3R = 38R/7$. Total strøm: $7V_0/38R$. Andel i høyre gren: $2/7$, slik at $I = V_0/19R$.
- 41) B: $mv^2/2 = qV$ slik at $v = \sqrt{2qV/m}$. Videre: $qvB = mv^2/r$ slik at $r = mv/qB = (1/B)\sqrt{2mV/q} = 0.29 \text{ m} = 29 \text{ cm}$.
- 42) D: $m = NIA = 4.0 \text{ Am}^2$.
- 43) A: $\tau_{\max} = NIAB = mB = 0.10 \text{ Nm}$.
- 44) B: Nabospinn vekselvirker i en ferromagnet.
- 45) D: $V = 0.12 \mu\text{V}$. (Utdypende LF senere.)
- 46) C: $T = 2\pi/\sqrt{1/LC - R^2/4L^2} \simeq 2\pi\sqrt{LC} = 28 \text{ ns}$.
- 47) E: $I \sim \exp(-t/\tau)$ med $\tau = \gamma^{-1} = (R/2L)^{-1} = 200 \text{ ns}$.
- 48) D: $P = V_0I_0/2 = V_0^2/2R = 8.60 \text{ W}$, som gir varmemengden $8.60 \cdot 60 \text{ J} = 516 \text{ J} \simeq 0.52 \text{ kJ}$.
- 49) B: $I_0 = V_0/\omega L = 5.8 \text{ A}$.
- 50) A: $I_0 = V_0\omega C = 3.5 \text{ A}$.