

1. **E**  $G = Mg = \rho Vg = \rho g \cdot 4\pi r^3/3 = \rho g \cdot \pi d^3/6$  slik at  $d = (6G/\pi\rho g)^{1/3} = 368$  mm.

2. **E** Steinens høyde  $y$  ved tidspunktet  $t$  er

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Her er  $y_0 = 2.00$  m,  $a = -g/6$ ,  $v_0 = 15.0$  m/s, og  $y = 0$  når steinen lander. Dette skjer ved tidspunktet

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + g y_0/3}}{g/6},$$

som med gitte tallverdier blir  $t = 18.5$  s.

3. **C** Newtons 2. lov (N2),  $dp = F dt$ , gir her  $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$ , dvs  $a_{\max} = F_{\max}/m = 4v/\tau = 4 \cdot 25/0.002$  m/s<sup>2</sup> = 50 km/s<sup>2</sup>.

4. **B** Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2} \rho \pi (d/2)^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_k g \cdot 4\pi (d/2)^3/3.$$

Det betyr at  $v_t$  øker proporsjonalt med  $\sqrt{d}$ . Dermed er  $v_{t1}/v_{t2} = (100/150)^{1/2} = 0.82$ .

5. **F** Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir  $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$  som løst mhp  $T$  gir  $T = \sqrt{4\pi^2 R^3/GM} \simeq 7.693 \cdot 10^7$  s. Vi dividerer med 3600 og 24, og finner ca 890 døgn.

6. **C** Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at  $S \cos 30^\circ = mg$ , dvs strekk-kraften i tauet er  $S = 90 \cdot 9.81/\cos 30^\circ \simeq 1.0$  kN.

7. **F** Vi setter  $v_0 = 1.50$  m/s,  $m = 0.10$  kg,  $M = 0.60$  kg og  $V$  og  $v$  lik slutfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1)  $MV + mv = mv_0$ , mens energibevarelse gir (2)  $MV^2/2 + mv^2/2 = mv_0^2/2$ . Vi samler ledd med  $m$  og  $M$  på hver sin side, utnytter 3. kvadratsetning, og dividerer de to ligningene med hverandre. Dette gir  $v_0 + v = V$ , som sammen med  $m(v_0 - v) = MV$  gir  $v = -\frac{M-m}{M+m} v_0 = -\frac{5}{7} \cdot 1.50$  m/s = -1.07 m/s.

8. **B** Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 50 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar), dvs  $50 \cdot 9.81$  N = 0.49 kN.

9. **B** Kraftlikevekt vertikalt gir  $f = mg = 6.0 \cdot 9.81$  N = 59 N.

10. **B** Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir  $S = mg/\sqrt{2}$ , slik at  $S$  har horisontal- og vertikalkomponent  $S_x = S_y = S \sin 45^\circ = S/\sqrt{2} = mg/2$ . Kraftlikevekt horisontalt gir da  $N = S_x = mg/2$ , mens kraftlikevekt vertikalt gir  $f = mg - S_y = mg/2$ . Total kontaktkraft fra veggen blir  $F = \sqrt{f^2 + N^2} = mg/\sqrt{2} = 6.0 \cdot 9.81/\sqrt{2} = 42$  N.

11. **C** I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Total energi (med  $U = 0$  i  $y = 0$ ) er  $E = K_0 = mv_0^2/2 + I_0 \omega_0^2/2 = 3mv_0^2/4$ , siden  $I_0 = mr^2/2$  og  $\omega_0 = v_0/r$  (ren rulling). Skiva snur når  $K = 0$ , dvs  $U = mgy = E$ , dvs  $y = 3v_0^2/4g = H = 25$  cm, dvs  $\xi^3 - \xi = \xi(\xi^2 - 1) = 3v_0^2/4gH = 1$ , med  $\xi \equiv x/L$ .

Løsningen for  $\xi$  er altså gitt ved  $\xi^2 - 1 = 1/\xi$ . Her kan f.eks høyre og venstre side skisseres og skjæringspunktet lokaliseres. Alternativt kan kilder som wolframalpha benyttes. (Eller de 3 alternativene  $x = 79, 99, 119$  cm kan rett og slett prøves.) En finner da  $\xi \simeq 1.325$ , dvs  $x \simeq 99$  cm.

**12. A** Helningsvinkelen er gitt ved  $\tan \theta = dy/dx = (3H/L)(x^2/L^2 - 1/3)$ , som i origo blir (i absoluttverdi)  $\theta = \arctan(H/L) = \arctan(1/3) = 18^\circ$ .

**13. E** Banens lokale topp-punkt (og bunnpunkt) er bestemt av  $dy/dx = 0$ , dvs  $(3H/L)(x^2/L^2 - 1/3) = 0$ , dvs  $x = -L/\sqrt{3}$ . Her er skiva i en høyde  $y_t = H(-1/3\sqrt{3} + 1/\sqrt{3}) \simeq 0.3849H \simeq 9.62$  cm. Farten i dette lokale topp-punktet er nå bestemt ved energibevarelse:

$$\frac{3}{4}mv^2 + mgy_t = \frac{3}{4}mv_0^2,$$

som gir

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4gy_t/3} = 1.418 \text{ m/s} \simeq 142 \text{ cm/s}.$$

**14. F** Invers krumningsradius i bunnpunktet er  $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 6H/\sqrt{3}L^2$ . N2 gir nå  $N - mg = ma = mv^2/\rho$ , og dermed  $N/mg = 1 + v^2/\rho g \simeq 1.71$ .

**15. B**  $\tau = fR = \mu mgR = 0.12 \cdot 7.2 \cdot 9.81 \cdot 0.11 \text{ Nm} = 0.93 \text{ Nm}$ .

**16. A** Kun tyngdekraften  $mg$  har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom  $\mathbf{d}$  (dvs vektoren fra A til CM) og  $m\mathbf{g}$  er  $\theta + \pi/2$ , dvs  $150^\circ$ . Dreiemomentet blir dermed  $\tau = mgd \sin(\theta + \pi/2) = mgd/2$ . Med oppgitte tallverdier:  $\tau = 0.080 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot 0.5 \text{ Nm} = 0.020 \text{ Nm}$ .

**17. F** Resonansfrekvens:  $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{2.5/0.100} \text{ s}^{-1} = 5 \text{ s}^{-1}$ . Dempingsfaktor:  $\gamma = b/2m = 100/0.200 \text{ s}^{-1} = 500 \text{ s}^{-1}$ . Systemet har med andre ord meget sterk damping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A \exp(-\alpha_1 t) + B \exp(-\alpha_2 t),$$

siden  $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$  er mye større enn  $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$ . Med andre ord, vi har  $x(t) \simeq x_0 \exp(-kt/b)$ , siden  $x(0) = x_0 = 15.0$  cm. Tiden det tar før  $x$  er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen  $15.0/5.0 = \exp(kt/b)$ , dvs  $t = (b/k) \ln 3 = (100/2.5) \ln 3 \text{ s} = 40 \ln 3 \text{ s} = 44$  sekunder.

**18. D** Nå er dempingsfaktoren  $\gamma = b/2m = 0.0010/0.200 \text{ s}^{-1} = 0.0050 \text{ s}^{-1}$ , dvs  $\gamma \ll \omega_0$ , og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos \omega t$$

med  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$ . Oscillatorens mekaniske energi tilsvarende maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2} k x_0^2 e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når  $\exp(-2\gamma t) = 1/2$ , dvs  $t = (m/b) \ln 2 = 100 \cdot \ln 2 \text{ s} = 69$  sekunder.

**19. C**

$$E = \frac{1}{2} k A (\omega_0)^2 = \frac{k (F_0/m)^2}{2 (2\gamma\omega_0)^2} = \frac{m F_0^2}{2b^2}.$$

Med oppgitte tallverdier:  $E = 0.100 \cdot 0.0040^2 / 2 \cdot 0.0010^2 \text{ J} = 0.8 \text{ J}$ .

**20. C**  $Q = \omega_0 / \Delta\omega = \omega_0 / 2\gamma = \sqrt{k/m} / (b/m) = \sqrt{2.5/0.100} / (0.0010/0.100) = 500$ .

**21. F**

$$E = Q/4\pi\epsilon_0(a/2)^2 + 3Q/4\pi\epsilon_0(a/2)^2 = 4Q/\pi\epsilon_0 a^2$$

**22. B**

$$V = Q/4\pi\epsilon_0(a/2) - 3Q/4\pi\epsilon_0(a/2) = -Q/\pi\epsilon_0 a$$

**23. F** Vi setter  $Q_1 = -Q_2 = Q$ ,  $r_{1A} = r_{2B} = R$  ( $= 3.0 \text{ cm}$ ) og  $r_{2A} = r_{1B} = 5R/3$  ( $= 5.0 \text{ cm}$ ):

$$\Delta V = V_A - V_B = Q/4\pi\epsilon_0 R - Q/4\pi\epsilon_0(5R/3) + Q/4\pi\epsilon_0 R - Q/4\pi\epsilon_0(5R/3),$$

dvs  $\Delta V = (4/5)Q/4\pi\epsilon_0 R$ . Med tallverdiene  $Q = 12 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ,  $R = 0.030 \text{ m}$  og  $1/4\pi\epsilon_0 \simeq 9 \cdot 10^9 \text{ Vm/C}$  blir dette ca  $2.9 \text{ kV}$ .

**24. A**  $E = (Q/4\pi\epsilon_0) \cdot (1/x_2^2 - 1/x_1^2) = 12 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (1/0.46^2 - 1/0.50^2) = 78 \text{ V/m}$ .

**25. A** Totalt elektrisk felt på positiv  $z$ -akse må peke i negativ  $z$ -retning. Den negative ladningen  $-2Q$  i origo gir et bidrag  $E_{-2Q}$  i negativ  $z$ -retning. Hver av de to positive ladningene  $Q$  på  $x$ -aksen gir et bidrag  $E_Q$  i positiv  $z$ -retning ( $x$ -komponentene kansellerer hverandre), men  $z$ -komponenten av  $2E_Q$  er mindre enn  $E_{-2Q}$ .

**26. F** Systemet har null nettoladning, så valg av origo og koordinatsystem har ingen betydning for svaret. La oss f.eks. legge ringen i  $xy$ -planet med sentrum i origo, og med ladningene  $q, -2q, -3q, 4q$  plassert i hhv  $(x, y) = (-a, 0), (0, a), (a, 0), (0, -a)$ . Da blir  $p_x = -3qa - qa = -4qa$  og  $p_y = -2qa - 4qa = -6qa$  slik at  $p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{16 + 36}qa = \sqrt{52}qa = 2\sqrt{13}qa$ .

**27. D** En liten buelengde  $ds = R d\theta$  av ringen, ved vinkel  $\theta$ , og med ladning  $dq = \lambda(\theta) ds = \lambda_0 \sin \theta R d\theta$ , har sammen med en tilsvarende negativ ladning  $-dq$  ved vinkel  $-\theta$  et lite dipolmoment  $dp = dq \cdot 2R \sin \theta$ , siden avstanden fra  $-dq$  til  $dq$  er  $2R \sin \theta$ . Så må vi integrere over vinkelen  $\theta$  fra 0 til  $\pi$  for å få med hele ringen:

$$\begin{aligned} p &= \int dp \\ &= \int_0^\pi \lambda_0 \sin \theta R d\theta \cdot 2R \sin \theta \\ &= 2\lambda_0 R^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

Ettersom middelveien av  $\sin^2 \theta$  er  $1/2$ , er verdien av dette integralet  $\pi/2$ , slik at  $p = \pi \lambda_0 R^2$ , som med oppgitte tallverdier blir  $p = 392700 \text{ nC mm} \simeq 393 \text{ nC m}$ .

**28. B** Kretsens totale (ekvivalente) kapasitans:

$$C_{\text{tot}} = (1/C + 1/3C + 1/5C)^{-1} = 15C/23.$$

Ladning på hver av de tre kapasitansene:

$$Q = C_{\text{tot}} V_0 = 15C V_0 / 23.$$

Spennning over kapasitansen  $C$ :

$$V_C = Q/C = 15V_0/23 = 15 \text{ V}.$$

**29. A** Kretsens tidskonstant:  $\tau = RC = 14.4 \text{ s}$ . Kirchhoffs spenningsregel (K2)  $-Q/C - RdQ/dt = 0$  gir  $Q(t) = V_0 C \exp(-t/RC)$  og strøm  $I(t) = dQ/dt = -(V_0/R) \exp(-t/RC)$ . Ved tidspunktet  $t = 12$  sekunder:  $(1.2 \cdot 10^3 / 12 \cdot 10^6) \cdot \exp(-12/14.4) \text{ A} = 43 \mu\text{A}$ .

**30. B** Total resistans er:

$$R_{\text{tot}} = 2R + 3R + (1/R + 1/(R + R/2 + 4R))^{-1} = 76R/13.$$

Da er total strømstyrke

$$I_{\text{tot}} = V_0/R_{\text{tot}} = 13V_0/76R.$$

Denne fordeler seg med en faktor  $11/13$  gjennom den ene  $R$  lengst til venstre og  $2/13$  gjennom den andre grenen. Og av disse  $2/13$  vil halvparten tilsvare den angitte  $I$  i figuren. Dermed:  $I = I_{\text{tot}}/13 = V_0/76R = 13 \text{ mA}$ .

**31. C**  $P = V_0 I_{\text{tot}} = 70 \cdot 13/76 = 12 \text{ W}$ .

**32. A**  $B = mv/qr = 131 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 6.4 \cdot 10^5 / 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.430 = 2.0 \text{ T}$ .

**33. F**  $I_0 = V_0 \omega C$  slik at  $C = I_0 / 2\pi f V_0 = 47 \cdot 10^{-3} / 2\pi \cdot 50 \cdot 64 \text{ F} = 2.3 \mu\text{F}$ .

**34. A**  $I_0 = V_0 / \omega L$  slik at  $L = V_0 / 2\pi f I_0 = 0.64 / 2\pi \cdot 50 \cdot 4.7 \text{ H} = 0.43 \text{ mH}$ .

**35. E**  $B(0) = \mu_0 I / 2R = \mu_0 I / d$  slik at  $I = B(0)d / \mu_0$ . Med  $B(0) = 1 \text{ T}$  og  $d = 1 \text{ m}$  blir  $I$ , målt i enheten A (ampere), den inverse tallverdien av  $\mu_0$ , dvs i underkant av  $0.8 \text{ MA}$ .

**36. F** I en typisk diamagnet er  $\mu_r$  litt mindre enn  $1.0$ .

**37. D** I en typisk paramagnet er  $\mu_r$  litt større enn  $1.0$ .

**38. E** I en typisk ferromagnet er  $\mu_r$  mye større enn 1.0.

**39. C**  $\tau = mB \sin \alpha = 7.2 \cdot 0.72 \cdot \sin 25^\circ = 2.2 \text{ Nm}$ .

**40. A**  $m = IA = I\pi R^2$  slik at  $I = m/\pi R^2 = 7.2/\pi \cdot (0.072)^2 \text{ A} = 0.44 \text{ kA}$ .