

Løsningsforslag

1. **A.** I vakuum er det ingen luftmotstand, og eneste kraft på W og B er tyngdekraften. Dermed null snordrag. Snordrag forskjellig fra null ville ha gitt større akselerasjon for W enn for B.
2. **D.** Skyvekraften $F = 275$ N er større enn maksimal statisk friksjonskraft $\mu_s mg$, slik at kassen akselereres, med $a = (F - \mu_k mg)/m = F/m - \mu_k g = 5.5 - 3.4 = 2.1$ m/s².
3. **D.** Klossen i ro: $\sum F = 0$ langs planet, som gir $f = mg \sin \theta$.
4. **D.** $v = ds/dt = 6.0t + 2.0 \Rightarrow v = 14$ m/s ved $t = 2.0$ s $\Rightarrow P = Fv = 140$ W ved $t = 2.0$ s.
5. **E.** Når kulene henger sammen, er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes mekanisk energi, dvs K er ikke bevart. I kollisjonen virker det ingen ytre (horisontale) krefter på de to kulene. Dermed er p bevart. I kollisjonen virker det heller ikke noe ytre dreiemoment (mhp snorenes festepunkt i taket) på de to kulene. Dermed er også L bevart.
6. **D.** Energibevaring: $K_B = mv_B^2/2 = U_A - U_B = 3mg\ell/4 \Rightarrow v_B^2/\ell = 3g/2 \Rightarrow S_B = mg + mv_B^2/\ell = 5mg/2$.
7. **B.** $2as = v_2^2 - v_1^2 = (2v_1)^2 - v_1^2 = 3v_1^2$. Videre er $2as = v_3^2 - v_2^2 = v_3^2 - 4v_1^2$. Kombinerer vi disse har vi $v_3^2 = 7v_1^2$, dvs $v_3 = \sqrt{7}v_1$.
8. **C.** Uten friksjon er det kun snakk om translasjon. En ytre kraft Mg virker nå på den totale massen $2M$, slik at $a = g/2$.
9. **D.** Med ren rulling er $a = \alpha R$. Vinkelakselerasjonen α for sylindren kommer fra friksjonskraften f som må virke mot venstre. N2 (translasjon) for systemet kloss+sylinder gir

$$Mg - f = 2Ma, \quad (1)$$

mens N2 for rotasjon for sylindren gir

$$\tau = I_0 \alpha \Rightarrow fR = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R} \Rightarrow f = \frac{1}{2}Ma. \quad (2)$$

Uttrykket for f innsatt i N2 for translasjon gir

$$Mg - \frac{1}{2}Ma = 2Ma \Rightarrow \frac{5}{2}Ma = Mg \Rightarrow a = \frac{2}{5}g.$$

10. **E.** Sylinderen vil gli (slure) bortover med delvis rulling. Friksjonen blir kinetisk, med friksjonskoeffisient $\mu = 0.100$. Friksjonskraften virker mot venstre og er lik $f = 0.100 \cdot N = 0.100 \cdot Mg$. N2 for translasjon gir nå

$$Mg - f = 2Ma \Rightarrow Mg - 0.100 \cdot Mg = 2Ma \Rightarrow a = \frac{9}{20}g.$$

11. **C.** Da ingen ytre krefter virker, er dreieimpulsen L konstant. Studenten gjør et indre arbeid ved å trekke bøkene inntil kroppen, slik at den kinetiske energien øker. Dette kan også beregnes: Dreieimpuls $L = I_0 \omega$ konstant mens I_0 avtar og ω øker. $K = \frac{1}{2}I_0 \omega^2 = \frac{1}{2}L\omega$ må da øke.

12. **C.** Punktet A sin translasjonshastighet er $v_t = v$ mot venstre. A's hastighet pga rotasjonen er $v_r = \omega R = v_t = v$ med retning rett oppover. Vektorsummen blir $\sqrt{2}v$ med retning 45° oppover mot venstre.

13. C. Trehetsmoment om akse gjennom sentrum: $I_0 = \frac{1}{12}mL^2$ (f.eks fra formelark). Akse $\frac{1}{3}L$ fra den ene enden $= \frac{1}{2}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{6}L$ fra sentrum. Steiners sats gir treghetsmoment om denne akse:

$$I = I_0 + m \left(\frac{1}{6}L \right)^2 = m \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36} \right) L^2 = m \frac{4}{36} L^2 = m \frac{1}{9} L^2.$$

14. D. Translasjonsfarten $v = \omega R$ er gitt ved energibevarelse:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 \left(1 + \frac{I_0}{MR^2} \right) = \text{lik for alle.}$$

En sylinder har større treghetsmoment enn massive baller, $\frac{1}{2}MR^2$ vs $\frac{2}{5}MR^2$. Da blir v ved bunnen minst for sylinderen og lik for de to ballene. (Også **E** ble godtatt som riktig svar, da startposisjon og starthastighet til de ulike objektene strengt tatt ikke var spesifisert.)

15. C. For harmonisk svingning er $a = -\omega^2 x$, slik at her er vinkelhastigheten $\omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$. Da er perioden $T = 2\pi/\omega = 1.57 \text{ s}$.

16. C. $dx/dt = -0.040 \text{ m} \cdot 30\text{s}^{-1} \cdot \sin(30\text{s}^{-1}t + \pi/6)$ og maksimal hastighet er $= |-0.040 \text{ m} \cdot 30\text{s}^{-1}| = 1.2 \text{ m/s}$.

17. C. Tyngden Mg av legemet fordeles med halvparten på hver av de to snorene i overkant av nedre trinse, dvs $\frac{1}{2}Mg$. Snorkraften i denne høyre snora må være lik over øvre trinse og over til venstre snor der F virker. Ved likevekt er derfor $F = \frac{1}{2}Mg$.

18. E. La L være bjelkens lengde. Vertikalkomponenten F_y finnes enkelt ved dreiemomentbalanse om ytterpunktet på bjelken, der kun denne kraften og bjelkens tyngde G_B har dreiemoment: $F_y \cdot L - G_B \cdot L/2 = 0$, som gir $F_y = G_B/2 = 50.0 \text{ N}$.

19. B. Dette er med god tilnærming en matematisk pendel med lengde $L = 9 \text{ m}$, og med egenfrekvens (vinkelfrekvens) $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Du dytter mest effektivt på resonans, med $\omega = \omega_0$, dvs med periode $T = 2\pi\sqrt{L/g} \simeq 6 \text{ sekunder}$.

20. D. Dette er en fysisk pendel med treghetsmoment $I = ML^2/3$ mhp akslingen i enden av metallstanga. Den svinger med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{Mgd/I}$, der $d = L/2$ er avstanden fra akslingen til stangas massesenter. Dermed:

$$\omega_0^2 = \frac{MgL/2}{ML^2/3} = \frac{3g}{2L} \Rightarrow L = \frac{3g}{2\omega_0^2} = \frac{3gT_0^2}{8\pi^2} = 0.70 \text{ m.}$$

21. D. Minst kinetisk energi og hastighet der potensiell energi er størst, dvs på toppen av banen. Total kinetisk energi er

$$K = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = (1+c)\frac{1}{2}Mv^2,$$

med $c = 2/5$ for kompakt kule, og der vi har brukt rullebetingelsen $\omega = v/R$. Med andre ord, $K = 7Mv^2/10$. Energibevarelse gir nå

$$MgA = \frac{7}{10}Mv_0^2 - \frac{7}{10}Mv_{\min}^2 \Rightarrow v_{\min} = \left(v_0^2 - 10gA/7 \right)^{1/2} = 0.54 \text{ m/s.}$$

22. B. Helningsvinkelen er gitt ved

$$\tan \theta = dy/dx = (2\pi A/\lambda) \cos(2\pi x/\lambda),$$

som er maksimal i (f eks) $x = 0$,

$$\theta_{\max} = \arctan(2\pi A/\lambda) = \arctan(0.196) = 11^\circ.$$

23. E. Maksimal normalkraft N ved bunnen av banen, for der er farten v størst, krumningsradien ρ minst, og dermed sentripetalakselerasjonen størst:

$$N - Mg = Mv^2/\rho.$$

Krumningsradien er

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}.$$

Ved bunnen av banen er $dy/dx = 0$ og $|d^2y/dx^2| = 4\pi^2 A/\lambda^2$, slik at $\rho = \lambda^2/4\pi^2 A$. Farten ved bunnen av banen er

$$v = v_{\max} = \left(v_0^2 + 10gA/7\right)^{1/2} = 0.995 \text{ m/s}.$$

Dette gir en maksimal normalkraft

$$N = M(g + v^2/\rho) = 0.32 \text{ N}.$$

24. A. Siden farten er maksimal i banens bunnpunkt, er baneakselerasjonen $a = dv/dt = 0$. Da kan det heller ikke være noen horisontale krefter som virker på kula. Siden det ikke er andre kandidater til horisontalkrefter enn friksjonskraften akkurat her, må vi ha $f = 0$.

25. E. N2 for translasjon tangentielt: $f - Mg \sin \theta = M dv/dt$. N2 for rotasjon om CM: $fR = -I_0 d\omega/dt = -(2/5)MR^2(dv/dt)/R$, slik at $f = -(2M/5)dv/dt$. Som innsatt i translasjonsligningen gir $dv/dt = -(5g/7) \sin \theta$.

26. C. Med avstand d fra hver av ladningene befinner vi oss i planet som halverer linjen mellom de to. Retningen på \mathbf{E} er her horisontalt mot venstre, når vi adderer bidragene fra de to ladningene. Feltstyrken til hvert av de to bidragene er $q/4\pi\epsilon_0 d^2$. Vi trenger komponentene horisontalt, og må derfor gange dette med cosinus til vinkelen mellom horisontallinjen og linjen fra q til den aktuelle posisjonen. Det gir en faktor $\cos \theta = (d/2)/d = 1/2$. Dermed:

$$E = 2 \cdot (q/4\pi\epsilon_0 d^2) \cdot (1/2) = q/4\pi\epsilon_0 d^2.$$

27. E. $p = 1.82 \cdot 10^{-21}/3 \cdot 10^8 \text{ Cm} = q \cdot 0.92 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, slik at $q = 6.59 \cdot 10^{-20} \text{ C}$, som er $0.41 e$.

28. A. Potensialet fra et elektron er $V(r) = -e/4\pi\epsilon_0 r$ når $V(r \rightarrow \infty)$ er satt til null. Med $V = -1.44 \text{ V}$ og $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ finner vi $r = 1.0 \text{ nm}$.

29. E. Liten ladning dq i posisjon x bidrar med $dp = xdq = x\lambda(x)dx = \lambda_0 x^2 dx/L$ til totalt dipolmoment. Integrasjon over staven gir

$$p = \frac{\lambda_0}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 = \frac{1}{12} \lambda_0 L^2.$$

30. B. $\mathbf{E} = -\nabla V = -(V_0/a^2)(2x, 4y, 6z)$ som i punktet $(0, 2a, a)$ er $\mathbf{E} = -(V_0/a)(0, 8, 6)$, med absoluttverdi $10V_0/a$.

31. B. Ser på $3q$ som tre stk q , som sammen med de tre stk $-q$ danner tre dipoler, to med dipolmoment $p = qa$ og retning hhv mot venstre og oppover, og en med dipolmoment $p = \sqrt{2}qa$ med retning diagonalt opp mot venstre. Vektorsummen av de to første er samme vektor som den tredje, slik at totalt dipolmoment er $2\sqrt{2}qa$.

32. A. Vi summerer over de 6 ladningsparene:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left[1 + 1 + 1/\sqrt{2} - 3 - 3 - 3/\sqrt{2}\right] = -(4 + \sqrt{2}) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

33. D. Midt i kvadratet har ladningene nederst til venstre og øverst til høyre elektriske felt som kansellerer hverandre. Bidragene fra de to resterende ladningene peker begge diagonalt ned mot høyre, og total feltstyrke blir

$$E = \frac{3q + q}{4\pi\epsilon_0(a/\sqrt{2})^2} = \frac{2q}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

34. B. Ladningene nederst til venstre og øverst til høyre bidrar til sammen med like stort potensial i punktene 1 og 2. Disse kan vi derfor se bort fra når vi beregner potensialforskjellen mellom 1 og 2. Vi finner dermed

$$V_1 - V_2 = \frac{3q - (-q)}{4\pi\epsilon_0 a/2} - \frac{3q + q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{5}a/2} = (1 - 1/\sqrt{5}) \frac{2q}{\pi\epsilon_0 a}$$

35. A. C avtar med plateavstanden d .

36. D. Nettoladningen fordeler seg (ikke nødvendigvis jevnt) på *overflaten* av et metallstykke, ikke over hele volumet.

37. E. Total kapasitans: $C = (1 + 1/8 + 1/4 + 1/8 + 1/2)^{-1} \text{ mF} = 0.5 \text{ mF}$. Her er det lik ladning på alle kondensatorer, $Q = 0.5 \cdot 9.0 = 4.5 \text{ mC}$. Spenningen over kapasitansen 1.0 mF er derfor 4.5 V .

38. C. Likespenningskilden sørger for å opprettholde potensialforskjell V_0 mellom kondensatorplatene, selv om plateavstanden endres. (Halvering av plateavstanden gir halvert kapasitans, og dermed halvert plateladning, siden $C = Q/V$.)

39. A. Kretsen blir en seriekobling av de to kobberledningene og den ene motstanden på 0.23Ω . Hver kobberledning har motstand $R_l = l/\sigma A = 0.90/6.0 \cdot 10^7 \cdot 1.5 \cdot 10^{-6} = 0.90/90 = 0.010 \Omega$, slik at total motstand blir 0.25Ω . Strømstyrken blir dermed $I = V/R = 1.5/0.25 = 6.0 \text{ A}$.

40. E. Total motstand i kretsen er $R + R + (1/2R + 1/3R)^{-1} = 2R + 6R/5 = 16R/5 = 6.4\Omega$. Total strømstyrke blir dermed $9.0/6.4 = 1.4 \text{ A}$. Av dette går en andel $3/5$ gjennom motstanden $2R$, dvs $I = 0.84 \text{ A}$.

41. D. Ved konstant trykk vil gassen utvide seg ved tilførsel av varme. En andel av tilført varme vil dermed gå med til å utføre arbeid på omgivelsene. Dermed øker gassens indre energi med mindre enn 10 J .

42. A. Størst areal under $p(V)$, og dermed størst utført arbeid W_p når gassen utvider seg ved konstant trykk. Adiabaten er brattere enn isoterme, slik at W_{ad} blir mindre enn W_T .

43. A. Midlere kvadratiske hastighet $\langle v^2 \rangle$ er proporsjonal med absolutt temperatur T . Halvering av T reduserer derfor v_{rms} med en faktor $q/\sqrt{2} \simeq 0.7$, dvs med ca 30 prosent.

44. D. Adiabatt fra b til c er brattere enn en isoterm gjennom b. Derfor er $T_c < T_b$. Videre er åpenbart $T_d < T_c$. Dermed: $T_d < T_c < T_b = T_a$.

45. B. Dette er en varmekraftmaskin, med virkningsgrad

$$\eta = W/Q_{inn} = (Q_{inn} - |Q_{ut}|)/Q_{inn} = (12 - 8)/12 = 1/3 = 33\%.$$

46. C. Varme overføres mellom to objekter (vann og is) med ulik temperatur. Da er prosessen irreversibel, og total entropi øker.

47. C. Samme varmestrøm gjennom begge lag:

$$(j =) \quad 3\kappa \cdot \Delta T_A/2\ell = \kappa \cdot \Delta T_B/\ell \quad \Rightarrow \quad \Delta T_B = (3/2) \cdot \Delta T_A.$$

$$70 \text{ K} = \Delta T_A + \Delta T_B = (5/2) \cdot \Delta T_A \quad \Rightarrow \quad \Delta T_A = 28 \text{ K}.$$

48. A. Temperaturøkning fra $T = (227 + 273) \text{ K} = 500 \text{ K}$ til $T' = 700 \text{ K}$ gir

$$\frac{P'}{P} = \frac{\sigma T'^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4}{\sigma T^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4} = \frac{700^4 - 273^4}{500^4 - 273^4} = 4.1.$$

49. B.

$$p_d = 612 \exp(45000 \cdot (273.16^{-1} - 295.15^{-1})/8.314) = 2678 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow \rho = M/V = Nm/V = m \cdot p_d/k_B T = 18 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 2678 / 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 295.15 = 0.020 \text{ kg/m}^3 = 20 \text{ g/m}^3$$

50. B.

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_0 (V_0/V_1)^{\gamma-1} = 293 \cdot 6^{0.4} = 600 \text{ K} = 327^\circ \text{C}$$