TFY4104 Fysikk Løsningsforslag til Eksamen 7. august 2019

1) **E**
Klossen starter i posisjon

$$x(0) = -v_0\tau = -0.40 \cdot 0.25 = -0.10 \text{ m} = -10 \text{ cm}.$$

2) **B**

$$x(t \gg \tau) \simeq x(\infty) = 0.$$

3) **B**
Klossen snur når $dx/dt = 0$, dvs

$$v_0 \exp(-t/5\tau) - (v_0(t-\tau)/5\tau)\exp(-t/5\tau) = 0,$$

dvs

$$(6v_0/5)\exp(-t/5\tau) - (v_0 t/5\tau)\exp(-t/5\tau) = 0,$$

som har løsning $t = 6\tau$. Dette skjer i posisjon

$$x(6\tau) = v_0 \cdot 5\tau \cdot \exp(-6/5) = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}.$$

4) **D**

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left[(6v_0/5)\exp(-t/5\tau) - (v_0 t/5\tau)\exp(-t/5\tau)\right] = \left[-6v_0/25\tau - v_0/5\tau + v_0 t/25\tau^2\right]\exp(-t/5\tau),$$

som for $t = 0$ blir $a(0) = -11v_0/25\tau = -0.704 \text{ m/s}^2 = -70 \text{ cm/s}^2$.

5) **E**

$$\phi = \int_0^{\pi/\omega_0} \omega(t)\,dt = 2\omega_0 \int_0^{\pi/\omega_0} (1 - \cos 2\omega_0 t)\,dt = 2\omega_0 \cdot \pi/\omega_0 = 2\pi.$$

6) **D**

$$a_\perp^{\max} = \omega_{\max}^2 R = 16 \cdot 0.10^2 \cdot 4.0 = 0.64 \text{ m/s}^2 = 64 \text{ cm/s}^2.$$

7) **C**

$$a_\parallel = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R \cdot 4\omega_0 \cdot 2\sin\omega_0 t\cos\omega_0 t = 4\omega_0^2 R \sin 2\omega_0 t,$$

som har maksimalverdi $4\omega_0^2 R$ (ved $\omega_0 t = \pi/4$ og $3\pi/4$), dvs 16 cm/s^2.

8) **B**
Tapet i potensiell energi tilsvarer oppnådd kinetisk energi, som er summen av translasjons- og rotasjonsenergi: $mg\Delta y = \frac{1}{2}(1+c)mv^2 = 7mv^2/10$, siden $c = 2/5$ for ei kompakt kule. Dermed er $v = \sqrt{10g\Delta y/7}$. Her er $\Delta y = y(0) - y(10R) = R - R\exp(-7) \simeq R = 0.20$ m, slik at $v = 1.67$ m/s.

9) **D**
Helningsvinkelen β er bestemt ved at $\tan\beta = dy/dx$. Her er

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{7}{10}\exp(-7x/10R),$$

som har sin maksimale verdi 0.7 i $x = 0$. Dermed er

$$\beta_{\max} = \arctan(0.7) = 35^\circ.$$

10) **A**
Flaggstangas totale mekaniske energi (der vi velger potensiell energi $U = 0$ på bakkenivå): $E = MgL/2$. I det stanga er horisontal er $U = MgL/5$, og dermed er $K = E - U = 3MgL/10$. Med ren rotasjon om A er $K = I_A\omega^2/2$, med

$$I_A = ML^2/12 + M(3L/10)^2 = 13ML^2/75$$

(Steiners sats). Dermed er $\omega^2 = 3MgL/5I_A = 45g/13L$. Med $L = 5.00$ m blir $\omega = 2.606$ rad/s. Toppen av flaggstanga roterer om A langs en sirkelbane med radius 4.00 m, slik at $v_B = 2.606 \cdot 4.00 = 10.4$ m/s.

11) **E**
Avstanden fra A til de tre kulene er hhv $d/2$, $d/2$ og (med Pythagoras) $\sqrt{d^2 - (d/2)^2} = \sqrt{3d^2/4}$. Dermed er

$$I_A = 2 \cdot m \cdot (d/2)^2 + m \cdot 3d^2/4 = 5md^2/4 = 0.0195,$$

i enheten kg m^2, dvs 19.5 g m^2.

12) **E**
Her benytter vi Steiners sats og at treghetsmomentet med hhp en akse normalt på ei stang med masse m og lengde d gjennom sentrum av stanga er $md^2/12$. Mhp kvadratets sentrum har dermed hver sidekant et treghetsmoment $md^2/3$, slik at for hele kvadratet er $I_0 = 4md^2/3$. Aksen A er parallellforskjøvet $d/2$ relativt aksen gjennom kvadratets sentrum, så Steiners sats gir $I_A = I_0 + 4m(d/2)^2 = 4md^2/3 + md^2 = 7md^2/3$. Med $m = 0.25$ kg og $d = 0.25$ m får vi $I_A = 36.5$ g m^2.

13) **A**
La oss kalle sluttfarten (i absoluttverdi) til m og $2m$ for hhv v_1 og v_2. Systemet har total impuls lik null, og impulsbevarelse gir da $v_1 = 2v_2$. Lagret potensiell energi i den spente fjæra er $U = k(x_1 - x_0)^2/2$, og denne omdannes til kinetisk energi $K = K_1 + K_2 = mv_1^2/2 + 2mv_2^2/2 = 3mv_2^2$. Dette gir $v_2 = (x_1 - x_0)\sqrt{k/6m} = 0.035 \cdot \sqrt{45/0.090} = 0.78$ m/s.

14) **C**
Vi har sammenhengene $P = fv$ og $f = bv^2$ slik at $P = bv^3 = 0.60 \cdot (180/3.6)^3 = 75000$ W $= 75$ kW.

15) **C**
Newtons 2. lov gir $F = \Delta p/\Delta t = mv_0/\tau$ slik at $v_0 = F\tau/m = 290 \cdot 0.90 \cdot 10^{-3}/0.128 = 2.0$ m/s.

16) **C**
$a = f/m = \mu_k mg/m = \mu_k g = 0.2g = 2.0$ m/s^2.

17) **C**
Newtons 1. lov gir $k\Delta z = mg$, dvs en fjærkonstant $k = mg/\Delta z$. Loddet svinger med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{g/\Delta z}$, slik at perioden er $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{\Delta z/g} = 2\pi\sqrt{0.034/9.81} = 0.37$ s.

18) **E**
Svingetid for en fysisk pendel (se formelark): $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/mgd}$. Her er m pendelens totale masse, I er treghetsmomentet mhp aksen A, og d er avstanden fra A til CM.
Her er $m = 2M$, $d = 3L/4$ (som også antydet i figuren), og $I = ML^2 + ML^2/3 = 4ML^2/3$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{(4ML^2/3)/(2Mg \cdot 3L/4)} = 2\pi\sqrt{8L/9g}$, dvs $L = (9g/8)(T/2\pi)^2 = 0.28$ m.

19) **D**
$Q = \omega_0/\Delta\omega$, der $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ er resonanskurvens halvverdibredde. Her er $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 22.36\ \mathrm{s}^{-1}$ og $2\gamma = b/m = 0.035/1.00 = 0.035\ \mathrm{s}^{-1}$, slik at $Q = 639$.

20) **E**
$A(t) = A(0)\exp(-\gamma t) = A(0)/5$ slik at $t = (1/\gamma)\ln 5 = (2/0.035)\ln 5 = 92$ s.

21) **A**

$$E = q/4\pi\varepsilon_0(2d)^2 - q/4\pi\varepsilon_0(3d)^2 = (9-4)q/144\pi\varepsilon_0 d^2 = 5q/144\pi\varepsilon_0 d^2$$

22) **B**

$$V = q/4\pi\varepsilon_0(2d) - q/4\pi\varepsilon_0(3d) = (3-2)q/24\pi\varepsilon_0 d = q/24\pi\varepsilon_0 d$$

23) **E** Her sammenlignes $Q/4\pi\varepsilon_0(3r)^2$ og $2Q/4\pi\varepsilon_0(2r)^2$ (med $r = 100$ mm), og vi ser at forholdet mellom sistnevnte og førstnevnte er $36/8 = 9/2$. Dermed blir rett svar 1350 V/m.

24) **B** En liten ladning $\lambda d\xi$ i posisjon ξ bidrar i posisjon x med feltet $dE = \lambda d\xi/4\pi\varepsilon_0(x-\xi)^2$. Totalt felt i posisjon x blir da

$$E(x) = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{d\xi}{(x-\xi)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x-L} - \frac{1}{x}\right),$$

som med innsetting av $x = 2L = 0.030$, $\lambda = 25\cdot 10^{-9}$ og $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot 10^9$, alt i SI-enheter, gir $E = 7500$ V/m.

25) **E** Dette er to like store dipoler Qa som begge er rettet nedover, slik at totalt dipolmoment blir $2Qa$.

26) **C** De to ladningene til høyre bidrar begge med et felt som peker oppover. De to ladningene til venstre bidrar til sammen med et felt som også peker oppover. Alt i alt et felt som peker oppover.

27) **A**

$$U = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1+1-1-1-2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{Q^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a},$$

som med innsetting av oppgitte tallverdier blir -5.6 J.

28) **B** Metallstykket er et ekvipotensial, da $E = 0$ inni metallet og $\boldsymbol{E}$ står normalt på metallets overflate i alle posisjoner på overflaten.

29) **A** Her er det bare alternativ A som har riktig enhet. Med litt regning:
$E_r = -dV/dr = 4\alpha V_0 r^3\exp(-\alpha r^4)$, $dE_r/dr \sim \exp(-\alpha r^4)(3r^2 - 4\alpha r^6) = 0$ for $r = (3/4\alpha)^{1/4}$.

30) **E** Felt inni skiva: $E = E_0/\varepsilon_r = E_0 - E_i$, dvs $E_i = E_0(1 - 1/\varepsilon_r)$. Dette er det induserte feltet, slik at vi samtidig har $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$, felt fra to ladde plan $\pm\sigma_i$ (ladning pr flateenhet), mellom planene, dvs her inni skiva. Dermed er $\sigma_i = \varepsilon_0 E_0(1 - 1/\varepsilon_r)$, som med gitte tallverdier $E_0 = 17.8$ kV/m og $\varepsilon_r = 2.7$ gir 99 nC/m^2.

31) **D** Total motstand: $R + (1/2R + 1/(3R+2R))^{-1} + 3R = R + 10R/7 + 3R = 38R/7$. Total strøm: $7V_0/38R$. Av dette går en andel 2/7 gjennom grenen med motstand $5R$ (og en andel 5/7 gjennom grenen med motstand $2R$), slik at $I = 2V_0/38R = V_0/19R = 44/95$ mA $= 0.46$ mA.

32) **E** $C = \varepsilon_r\varepsilon_0 A/d = 5.2\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 2630\cdot 1.0/0.22\cdot 10^{-9} = 0.55$ kF.

33) **E** Potensialforskjell mellom indre kule og ytre kuleskall (med $a = 15.0$ cm og $b = 15.5$ cm): $V = \int_a^b E(r)dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(1/a - 1/b)$. Da er $C = Q/V = 4\pi\varepsilon_0/(1/a - 1/b) = 0.52$ nF.

34) **B** $Q(t) = V_0C(1 - \exp(-t/RC))$. Hvis $Q = 0.95V_0C$, er $\exp(-t/RC) = 0.05 = 1/20$, dvs $t = RC \ln 20 = 440 \cdot 0.44 \cdot \ln 20 = 580$ s.

35) **C** Med stasjonære forhold er kondensatorene "ferdig ladet opp", og det går ingen likestrøm gjennom disse. Da er dette en krets med tre seriekoblede motstander R, slik at $I = V_0/3R = 44/3 \cdot 44 \cdot 10^3 = 0.33$ mA.

36) **D** Magnetfelt fra lang rett leder: $B(x) = \mu_0 I/2\pi x$, der x er avstanden fra lederen. Dermed: $\phi = \int B dA = \int_a^{2a} (\mu_0 I/2\pi x) \cdot a dx = (\mu_0 I a/2\pi) \ln 2$. Her har vi delt opp omsluttet areal i smale striper med lite areal $dA = a dx$. Dermed er gjensidig induktans

$$M = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi}.$$

37) **B** Med svak demping er $f \simeq f_0 = \omega_0/2\pi = 1/2\pi\sqrt{LC}$, som med gitte verdier for L og C gir $f = 1144$ Hz $\simeq 1.1$ kHz.

38) **D** N2: $qv_0B = mv_0^2/r$, dvs $r = mv_0/qB$. En figurbetraktning viser at $\sin\theta = a/r$, slik at $\theta = \arcsin(aqB/mv_0)$, som med gitte tallverdier blir $0.55°$.

39) **E** Maksimal magnetisering, dvs alle magnetiske dipoler (spinn) i samme retning som det ytre magnetfeltet B, oppnås når B er tilstrekkelig stor. Med B så stor at argumentet x til arctan-funksjonen blir mye større enn 1, blir $\arctan(x) \simeq \pi/2$, slik at maksimal magnetisering er $\pi M_0/2$, som med $M_0 = 44$ A/m blir 69 A/m.

40) **A** $F = IhB = (V/R)hB = (vBh/R)hB = vB^2h^2/R = 3.7$ mN.