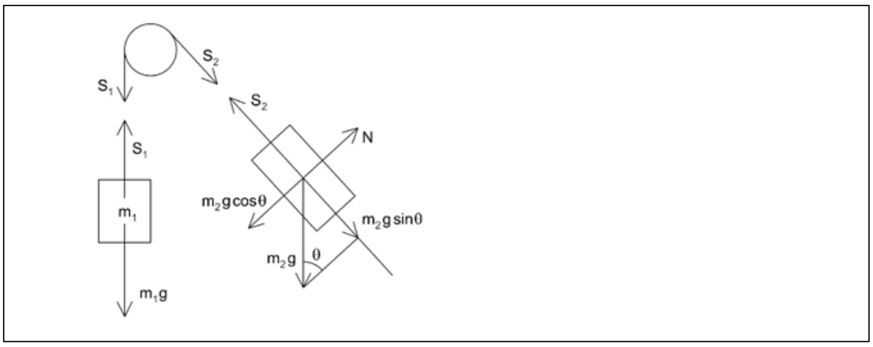
Løsning eksamen TFY4104 18. desember 2014

Oppgave 1

a) Kraftdiagrammene er vist nedenfor for begge klossene og for trinsa.



Ved stram snor har begge klossene samme akselerasjon a.

Krefter som virker på kloss med masse m_1: $S_1 - m_1 g = m_1 a$

Krefter som virker på kloss med masse m_2: $m_2 g \sin\theta - S_2 = m_2 a$

Dreiemoment for trinsa: $\tau = (S_2 - S_1)R = I \cdot \alpha = I \cdot \dfrac{a}{R}$

$$(m_2 g \sin\theta - m_2 a - m_1 a - m_1 g)R = \frac{I}{R}a = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}$$

$$\frac{1}{2}Ma + m_1 a + m_2 a = m_2 \,\mathrm{g} \sin\theta - m_1 g$$

$$\underline{\underline{a = \frac{g\left(m_2 \sin\theta - m_1\right)}{\frac{M}{2} + m_1 + m_2}}}$$

$$\tau = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} = \frac{1}{2}MRa = \underline{\underline{\frac{1}{2}\frac{MRg(m_2\sin\theta - m_1)}{m_1 + m_2 + M/2}}}$$

b) Hookes lov og Newtons andre lov gir.

$$-kx = (M+m)a$$

$$\underline{\underline{a = -\frac{kx}{M+m}}}$$

der x er utslaget til de to massene M+m, k er fjærkonstanten og a massenes akselerasjon.

Akselerasjonskraft er lik friksjonskraft idet massen m faller av:

$ma_{maks} = \mu_s mg$

$a_{maks} = \mu_s g$

Maksimalt utslag A massen m kan ha før den faller av er :

$$|A| = \frac{M+m}{k}a_{maks} = \underline{\underline{\frac{M+m}{k}\mu_s g}}$$

c) I punktet P er de radielle kreftene ifølge Newtons 2.lov:

$mg\cos\alpha - N = ma_{rad}$

N=0

Den radielle akselerasjonen er: $a_{rad} = \frac{v_2^{\,2}}{R}$

Den tangentielle hastigheten er:

$mg\cos\alpha = m\frac{v_2^{\,2}}{R}$

$\underline{v_2^2 = Rg\cos\alpha}$

Energibevaring, potensiell energi + kinetisk energi er konstant.
På toppen av snøballen er kinetisk energi tilnærmet null, og potensiell energi mgR.
Denne maksimale potensielle energien er lik summen av kinetisk og potensiell energi i punktet P:

$mgR = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgR\cos\alpha$

$v_2^2 = 2Rg - 2Rg\cos\alpha = \underline{2Rg(1-\cos\alpha)}$

Har to uttrykk for v_2 og bruker disse for å bestemme vinkelen α:

$Rg\cos\alpha = 2Rg(1-\cos\alpha)$

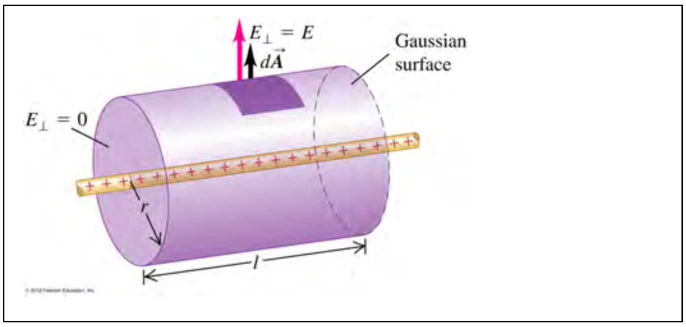
$3\cos\alpha = 2$

$\cos\alpha = 2/3$

$\underline{\underline{\alpha = 48{,}2°}}$

Oppgave 2

a) Den indre sylinderen har en positiv ladningsfordeling. Retningen på det elektriske feltet vil derfor være ut fra overflaten på sylinderen som vist på figuren.



Størrelsen av det elektriske feltet bestemmes av Gauss lov. Legger en Gausskurve som en sylinder med radius a<r<b. Antar at lengden av kabelen er L slik at Q_{encl}=λL.
Gausflaten består av to endeflater og sylinderflaten.

$d\vec{A}$ på de to ende-flatene er vinkelrett på $\vec{E}$, slik at fluksen gjennom disse gaussflatene er lik 0.

$$\Phi_E = \oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_o}$$

$$= \oiint \vec{E}\cdot d\vec{A}_{endeflate} + \oiint \vec{E}\cdot d\vec{A}_{sylinderflate} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_o}$$

$$= 0 + E\cdot 2\pi L\int_0^r dr = E\cdot 2\pi L r = \frac{\lambda L}{\varepsilon_o}$$

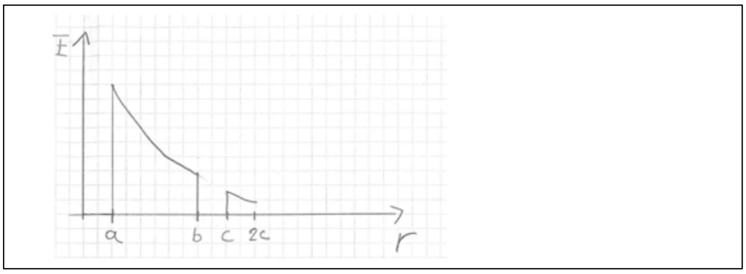
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}\hat{r}$$

Den ytre sylinderen har ingen ladning. Q_{encl} er derfor den samme utenfor koaksialkabelen som mellom de to sylinderne. Det elektriske feltet utenfor kabelen er derfor for r>c:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$$

b) En skisse av feltet er vist nedenfor:
E=0 inne i en leder. For r<a er derfor E=0 og for b<r<c er E=0.



c) Den elektriske potensialforskjellen mellom de to sylinderne:

$$V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_b^a \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{a}{b} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{b}{a}$$

d) Benytter Amperes lov til å bestemme det magnetiske feltet mellom de to lederne.
Velger et linjeintegral som er en sirkel med radius a<r<b.
Strømmen innenfor denne sirkelen I_{inne}=I
Amperes lov gir da:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I_{inne}$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Retningen på magnetfeltet er sirkler rundt den strømførende lederen. Dersom strømmen peker ut av papirplanet går magnetfeltet i sirkler mot klokka.

Utenfor koaksialkabelen er I_{inne}=I-I=0
Dermed er B=0

e) Velger strømretninger og slynger som angitt på figuren nedenfor.
Bruker Kirchhoffs lover til å bestemme strømmene.
Slynge 1:

$$\varepsilon_1 - R_1 I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1} = \frac{10,0V}{30\Omega} = \underline{\underline{0,33A}}$$

I_1 er positiv, dvs den valgte retningen er riktig.

Slynge 2:

$$-R_2 I_2 - \varepsilon_2 + R_1 I_1 = 0$$

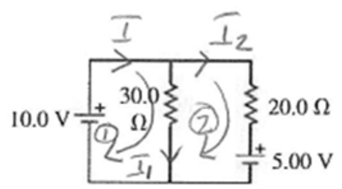
$$I_2 = \frac{1}{R_2}\left(R_1 I_1 - \varepsilon_2\right) = \frac{1}{20\Omega}(0,33A\cdot 30\Omega - 5,0V) = \frac{1}{20\Omega}(10,0V - 5,0V) = \underline{\underline{0,25A}}$$

I_2 er positiv, dvs den valgte retningen er riktig.

Knutepunktregelen:

$$I = I_1 + I_2 = 0,33A + 0,25A = \underline{\underline{0,58A}}$$

I er positiv, dvs den valgte retningen er riktig.



Oppgave 3 Flervalgsoppgaver

1) Tilbakelagt strekning

$$s = v_o\Delta t_1 + (v_o\Delta t_2 + \frac{1}{2}a_2(\Delta t_2)^2 + (v\Delta t_3 + \frac{1}{2}a_3(\Delta t_3)^2$$

$$= 40m/s\cdot(4-0)s + 40m/s\cdot(8-4)s + \frac{1}{2}\frac{(100-40)m/s}{(8-4)s} + 100m/s\cdot(12-8)s + \frac{1}{2}\frac{(0-100)m/s}{(12-8)s}$$

$$= 160m + 160m + 120m + 400m - 200m = \underline{\underline{640m}}$$

2) Klossen dras med konstant hastighet, dvs a=0
Friksjonskraft $f_k = \mu_k N$
Krefter i x og y retning blir:

$$\sum F_x = -T\cos\theta + f_k = 0$$

$$\sum F_y = T\sin\theta + N - mg = 0$$

$$N = mg - T\sin\theta$$

Friksjonskraft: $f_k = \mu_k N = \underline{\underline{\mu_k (mg - T\sin\theta)}}$

3) Arbeid bidrar til kinetisk energi

$$W = \frac{1}{2} m v_1^{\,2}$$

Arbeid økes til 4W. Hastighet øker da til:

$$4W = \frac{1}{2} m v_2^2 = 4\frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\underline{\underline{v_2 = 2v_1}}$$

4) Benytter energibevaring

Kinetisk energi er null i høyde 1,20m og null når trampolinen er sunket 14 cm.

Ser på potensiell energi i høyde h og potensiell energi til fjær ved sammentrykking.

$$mgh = \frac{1}{2} kA^2$$

$$60,0kg \cdot 9,8m/s(1,20m + 0,15m) = \frac{1}{2} k(0.15m)^2$$

$$\underline{\underline{k = 7,1 \cdot 10^4\, N/m}}$$

5) Radielle krefter som virker på kula:

$$mg\cos\theta - T = ma = m\frac{v^2}{R}$$

Energibevaring for å bestemme hastigheten v:

$$mg\frac{R}{2} = \frac{1}{2} mv^2$$

$$v^2 = gR$$

Strekk-kraft er:

$$T = mg + m\frac{gR}{R} = \underline{\underline{2mg}}$$

6) Den totale bevegelsesmengden

$$\overline{p_{tot}} = \overline{p_1} + \overline{p_2}$$

Størrelsen av p_{tot}:

$$|p_{tot}| = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(Mv)^2 + (\mathrm{M}\,v)^2} = \underline{\underline{\sqrt{2}Mv}}$$

7) Benytter impulsbevaring:

$mv_1 = (m+M)v_2$

$$\underline{\underline{\frac{v_2}{v_1} = \frac{m}{m+M}}}$$

8) Treghetsmoment om aksen AA:

$$I = \sum m_i r_i^2 = mL^2 + mL^2 = \underline{\underline{2mL^2}}$$

9) Hastigheten for massen m:

Fra den matematiske beskrivelsen av x(t) ser en at ω=30/s og maksimalt utslag x_{max}=0.040m

$$v = \omega \cdot r = 30s^{-1} \cdot 0,040m = \underline{\underline{1,2m/s}}$$

En alternativ metode som er mer omstendelig, basert på energibevaring:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}kx^2{}_{\max}$$

Må bestemme fjærkonstanten k:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = \omega^2 m$$

$$mv_{\max}^2 = \omega^2 m x_{\max}^2$$

$$v_{\max} = \omega x_{\max} = 30s^{-1} \cdot 0,04m = 1,2m/s$$

10) Rotasjonsenergi for kule I_k og sylinder I_s:

$$\frac{1}{2}I_k\omega^2 = \frac{1}{2}I_s\omega_s^2$$

$$\frac{2}{5}MR^2\omega^2 = \frac{1}{2}MR^2\omega_s^2$$

$$\underline{\underline{\omega_s = \frac{2\omega}{\sqrt{5}}}}$$

11) Høyrehåndsregelen angir at jojen vil rulle mot høyre. Dreiemomentet peker inn i pairplanet slik at rotasjonen blir med klokka.

12) Dreiemomentet er bestemt av

$\tau = \frac{dL}{dt}$ dvs vinkelkoeffisienten på grafen

Ved tiden t=2s er $\frac{dL}{dt} = \frac{(20-0)kgm^2/s}{(4-0)s} = \underline{\underline{5Nm}}$

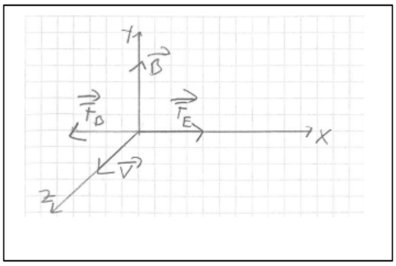
13) I følge Coulombs lov er det samme kraft som virker på de to kulene uavhengig av ladningen av dem, dvs alternativ 4 er korrekt.

14. Kraften som virker på partikkelen er gitt ved Lorentz-kraften:

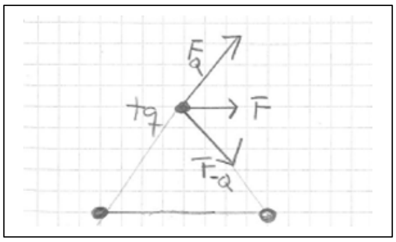
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Dersom F=0 må $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ være like stor og motsatt rettet $\vec{F}_E = q\vec{E}$

F_E har samme retning som det elektriske feltet, dvs langs positiv x-akse, dvs at F_B er rettet langs negativ x-akse. Ved bruk av høyrehåndsregelen finner en da at partikkelens hastighet er langs positiv z-akse.



15. Kraften fra +Q er frastøtende. Kraften fra –Q er tiltrekkende slik at $\vec{F}_{netto}$ er rettet horisontalt til høyre.



16. Sammenhengen mellom elektriske potensial og elektrisk felt:

$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$\vec{E} = -\nabla \vec{V}$

$V = -kr + b$

Der k er vinkelkoeffisienten av den rette linja og b er en konstant

$$E = -\frac{dV}{dt} = +k$$

Det elektriske feltet er en konstant, dvs en horisontal rett linje, alternativ 4.

17. Når kondensatoren er helt oppladet går det ingen strøm gjennom kretsen I=0

18. $Q = CV = \dfrac{\varepsilon_r \varepsilon_o A}{d} V$

Spenningen er konstant V=100V og et dielektrisk materiale settes inn mellom platene slik at permittiviteten øker. A og d er konstant. Da må ladningen Q øke, dvs alternativ d.

19. Kraften som virker på den øvre sidekanten er:

$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$

$F = I \cdot l \cdot B \sin 90° = 5A \cdot 0{,}1m \cdot 1{,}5T = \underline{\underline{0{,}75N}}$

20. Bruker Høyrehåndsregelen og Biot-Savarts lov $\overline{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

Retningen på magnetfeltet blir nedover, retning 4.

21. Når sløyfen går mot høyre avtar den magnetiske fluksen gjennom sløyfen og det induseres et magnetisk felt for å opprettholde fluksen, dvs i samme retning som feltet fra den strømførende lederen. Strømmen vil da med klokka. Strømmen er selvsagt proporsjonal med I. Alternativ a.

22. Når metallstaven går mot venstre avtar den magnetiske fluksen gjennom sløyfen og det induseres et magnetisk felt for å opprettholde fluksen, dvs i samme retning som feltet fra den strømførende lederen. Strømmen vil da med klokka.
Forflyttingen av metallstaven genererer en spenning.

$$\varepsilon = v \cdot B \cdot L = 20m/s \cdot 1{,}5T \cdot L = 30 \cdot LV/m$$

Der L er avstanden mellom de to skinnene.

Effekt-tapet i motstanden er:

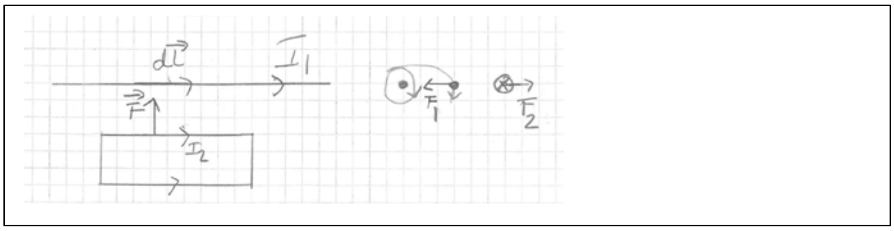
$$P = \varepsilon \cdot I = \varepsilon \frac{\varepsilon}{R} = \frac{(30LV/m)^2}{11{,}8k\Omega} = 76 \cdot L^2 mW/m^2$$

Her skulle lengden mellom de to skinnene vært oppgitt til L=1,0m . Da er alternativ a) riktig. Alternativ c) godtas også fordi L ikke var oppgitt.

23. Strømmen I_1 setter opp et magnetfelt som virker med en kraft på begge de to horisontale lederne i den strømførende rektangelet.

$\overline{F} = I \cdot d\vec{l} \times \overline{B}$

Bestemmer retningen på kraften ved å bruke høyrehåndsregelen. Kraften F_1 på den horisontale lederen nærmest I_1 peker opp mot AB og er større enn kraften F_2 på den nedre horisontale lederen som peker nedover. Nettokraft peker derfor opp mot AB.



24. Dreiemomentet på spolen

$$\tau = \mu \cdot B \sin 30° = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin 30° = 20 \cdot 2{,}5A \cdot \pi(0{,}05m)^2 \cdot 0{,}15T \cdot \sin 30° = \underline{\underline{2{,}9 \cdot 10^{-2}\,Nm}}$$

25. Ved resonans er strøm-amplituden I=V/Z maksimal, dvs impedansen Z minimal.

Z=$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ og minimal Z oppnås når $X_L = X_C$ og R kan ha enhver verdi (men dess mindre R dess mindre Z).

Svar ark for flervalgsoppgavene

Kandidatnummer______________________________

Kun ett svaralternativ er riktig. Angi riktig svar med et kryss x i riktig rute

Oppgave	**a**	**b**	**c**	**d**
1			X	
2				X
3		X		
4	X			
5		X		
6			X	
7				X
8			X	
9				X
10				X
11	X			
12		X		
13				X
14			X	
15				X
16				X
17				X
18				X
19		X		
20			X	
21	X			
22	X		X	
23			X	
24			X	
25				X