

**TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.**  
**Løsningsforslag til Test 12.**

**Oppgave 1**

Tyngdekraften har komponent  $mg \sin \alpha$  nedover parallelt med skråplanet. Normalkraften fra underlaget er lik tyngdekraftens normalkomponent  $mg \cos \alpha$ , siden det ikke er noen akselerasjon normalt på skråplanet. Når klossen glir, er det kinetisk friksjon, med friksjonskraft  $f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ . Med konstant hastighet er  $f = mg \sin \alpha$ , dvs  $\mu = \tan \alpha$ . Riktig svar: D.

**Oppgave 2**

Klossen starter med mekanisk energi

$$E = mgh + mv_0^2/2 = mgL \sin \alpha + mv_0^2/2.$$

Den har mistet all denne mekaniske energien, dvs  $E$  tilsvarer friksjonsarbeidet

$$W_f = fL = \mu mgL \cos \alpha.$$

Dermed er

$$\mu = E/mgL \cos \alpha = \tan \alpha + v_0^2/2gL \cos \alpha.$$

Riktig svar: E.

**Oppgave 3**

Total impuls er bevart i kollisjonen:  $mv_0 = 2mv$ , dvs  $v = v_0/2$ . Riktig svar: A.

**Oppgave 4**

$|\Delta K| = mv_0^2/2 - 2mv^2/2 = mv_0^2/2 - mv_0^2/4 = mv_0^2/4$ . Riktig svar: C.

**Oppgave 5**

De to massene snur i høyden  $h = L(1 - \cos \beta)$ . Der er potensiell energi lik  $2mgh$  og kinetisk energi null. Energibevarelse etter at kollisjonen er over gir da

$$mv_0^2/4 = mgh = mgL(1 - \cos \beta) \Rightarrow \beta = \arccos(1 - v_0^2/8gL).$$

Riktig svar: B.

**Oppgave 6**

Matematisk pendel med lengde  $L$  og små utsving:  $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ , dvs  $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g}$ . Riktig svar: A.

**Oppgave 7**

De fire punktmassene er alle i avstand  $d$  fra aksene, med  $d^2 = (a/2)^2 + (a/2)^2 = a^2/2$ . Dermed er  $I_0 = 4ma^2/2 = 2ma^2$ . Riktig svar: B.

**Oppgave 8**

Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksene en lengde  $a/2$ , gir  $I_1 = I_0 + 4m(a/2)^2 = 2ma^2 + ma^2 = 3ma^2$ . Riktig svar: C.

**Oppgave 9**

Steiners sats, med en parallellforskyvning av aksene en lengde  $a/\sqrt{2}$ , gir  $I_2 = I_0 + 4m(a/\sqrt{2})^2 = 2ma^2 + 2ma^2 = 4ma^2$ . Riktig svar: D.

### Oppgave 10

Energibevarelse gir

$$mgh = mv^2/2 + MV^2/2 = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + MV^2/2,$$

og impulsbevarelse horisontalt gir

$$mv_x = MV.$$

I ligningene over er  $v_x$  og  $v_y$  klossens hastighetskomponenter målt i labsystemet. Klossens hastighet relativt skråplanet blir ikke den samme som den vi måler i labsystemet, dvs  $y$ -komponentene blir like store,  $v'_y = v_y$ , siden skråplanet bare beveger seg horisontalt, men  $x$ -komponentene blir forskjellige,  $v'_x = v_x + V$ . Klossen befinner seg hele tiden på skråplanet, og med 45 graders helningsvinkel er det klart at  $v'_y = v'_x$ . Med andre ord,  $v_y = v_x + V$ . Nå har vi 3 ligninger for 3 ukjente,  $v_x$ ,  $v_y$  og  $V$ . Vi kan eliminere  $v_y$  i energibevarelseligningen med  $v_y = v_x + V = (M/m + 1)V$ , og deretter eliminere  $v_x$  med  $v_x = MV/m$ . Den resulterende ligningen for  $V$  er

$$mgh = M^2V^2/2m + m(M/m + 1)^2V^2/2 + MV^2/2 = \frac{1}{2}mV^2(1 + 3M/m + 2M^2/m^2)$$

med løsning

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 + 3M/m + 2M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: C.

### Oppgave 11

Løsningen her følger i stor grad samme spor som i oppgave 10, men nå har  $m$  (ringen) kinetisk energi

$$K_m = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = mv^2/2 + (mr^2)(v'/r)^2/2 = mv^2/2 + m(v')^2/2.$$

Her har vi brukt rullebetingelsen i skråplanets referansesystem,  $\omega = v'/r$ . Sammenhengen mellom ringens hastighet  $v$  i labsystemet og  $v'$  i skråplansystemet blir som for klossen i oppgave 10, så vi har:

$$\begin{aligned}v'_x &= v_x + V, \\v'_y &= v_y = v'_x = v_x + V.\end{aligned}$$

Kombinert med (pga impulsbevarelse horisontalt)  $v_x = MV/m$  gir dette

$$\begin{aligned}v'_x &= v'_y = v_y = (M/m + 1)V, \\v^2 &= v_x^2 + v_y^2 = (MV/m)^2 + (M/m + 1)^2V^2, \\(v')^2 &= (v'_x)^2 + (v'_y)^2 = 2(M/m + 1)^2V^2.\end{aligned}$$

Energibevarelse gir da

$$mgh = mv^2/2 + m(v')^2/2 + MV^2/2 = \dots = \frac{1}{2}mV^2(3 + 7M/m + 4M^2/m^2)$$

med løsning

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{3 + 7M/m + 4M^2/m^2}}.$$

Riktig svar: D.

### Oppgave 12

Kortvarig støtkraft  $F$  tilsier at friksjonskraften  $f$  fra underlaget kan neglisjeres gjennom støtet med varighet  $\Delta t$ . Newtons 2. lov gir  $F\Delta t = \Delta p = p = MV_0$ . Newtons 2. lov for rotasjon, om akse gjennom CM, gir  $\tau\Delta t = \Delta L = I_0\Delta\omega = I_0\omega_0$ . Støtkraften  $F$  angriper kuleskallet i høyde  $H - R$  over sentrallinjen og virker dermed på kuleskallet med et dreiemoment  $\tau = F(H - R)$  mhp aksene gjennom CM. Videre er  $I_0\omega_0 = (2MR^2/3)(V_0/R) = 2MRV_0/3$  ved ren rulling. Dermed:

$$\frac{MV_0}{\Delta t} \cdot (H - R)\Delta t = 2MRV_0/3 \Rightarrow H - R = 2R/3,$$

dvs  $H = 5R/3$ . Riktig svar: E.

### Oppgave 13

Indre dreieimpuls (spinn):

$$L_s = I_0\omega_0 = \frac{2}{3}MR^2 \cdot \frac{V_0}{R} = \frac{2}{3}MRV_0.$$

Banedreieimpuls:

$$L_b = |\mathbf{R}_{CM} \times M\mathbf{V}_0| = MRV_0.$$

Som vektorer peker disse to i samme retning, slik at total dreieimpuls blir  $L = 5MRV_0/3$ . Riktig svar: A.

### Oppgave 14

$$L_b = MRV = 4.87 \cdot 10^{24} \cdot 108 \cdot 10^9 \cdot 35.2 \cdot 10^3 = 1.85 \cdot 10^{40} \text{ kgm}^2/\text{s}.$$

Riktig svar: D.

### Oppgave 15

$$L_s \simeq \frac{2}{5}MR_0^2\omega_0,$$

som med  $M = 4.87 \cdot 10^{24}$  kg,  $R_0 = 6052 \cdot 10^3$  m og  $\omega_0 = 2\pi/T_s = 2\pi/(243 \cdot 24 \cdot 3600)$  pr sekund gir  $L_s = 2.14 \cdot 10^{31}$  kgm<sup>2</sup>/s. Riktig svar: B.

### Oppgave 16

Elektrisk feltstyrke mellom platene:  $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/Ad\epsilon_0$ . Kondensatorens dipolmoment:  $p = Qd$ . Dermed er  $p = \epsilon_0 EAd$ , slik at  $p/Ad = p/V = \epsilon_0 E$  (der  $V = Ad$  er volumet mellom platene). Riktig svar: E.

### Oppgave 17

Avstanden mellom  $-2Q$  og hver av de to  $Q$  er  $d$ . Avstanden mellom de to  $Q$  er  $2d \sin \alpha/2$ . Total potensiell energi er da

$$U = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2d \sin \alpha/2} - 2 \cdot \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left( \frac{1}{2 \sin \alpha/2} - 4 \right),$$

slik at  $U < 0$  dersom  $2 \sin \alpha/2 > 1/4$ , dvs  $\alpha > 2 \arcsin(1/8) \simeq 14^\circ$ . Riktig svar: B.

### Oppgave 18

$$E(z) = -\frac{dV}{dz} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} - 1 \right),$$

slik at  $E(0) = \sigma/2\epsilon_0$ . Riktig svar: D.

### Oppgave 19

Det elektriske feltet er null overalt inne i hulrommet og overalt inne i metallet (se forelesningene). Det betyr at hele volumet innenfor  $r = 2R$  er et ekvipotensial. Dermed:  $E_1 = E_2 = 0$  og  $V_1 = V_2$ . Riktig svar: A.

### Oppgave 20

Kretsens totale motstand er  $2R + (1/R + 1/R + 1/R)^{-1} = 7R/3$ , slik at total strøm i kretsen er  $3V_0/7R$ . Denne fordeler seg naturligvis likt på de tre parallellkoblede motstandene, dvs strøm  $V_0/7R$  gjennom hver av dem. Riktig svar: E.

### Oppgave 21

Anta at det går en strøm  $I_1$  i spole nr 1. Dette skaper et magnetfelt  $B_1 = \mu_0(N_1/\lambda)I_1$  overalt inne i spolen (der vi antar lang, tettviklet spole). Det betyr at spole nr 2 omslutter en magnetisk fluks  $\phi_2 = N_2B_1A = N_2\mu_0(N_1/\lambda)I_1A$ , som igjen betyr at gjensidig induktans er

$$M = \phi_2/I_1 = \mu_0N_1N_2A/\lambda.$$

Riktig svar: C.

### Oppgave 22

Her er maksimal strøm  $V_0/R = 4.5$  A. Kretsens tidskonstant er  $L/R = 1$  s. En strøm 4.0 A er noe mer enn en andel  $1 - 1/e \simeq 0.62$  av maksimal strøm, så det bør ta noe mer enn 1 sekund å oppnå 4.0 A i kretsen. Vi bør nok satse på 2.2 s. Med litt regning:  $I(t) = (V_0/R)(1 - \exp(-Rt/L))$ , som løst mhp  $t$  gir

$$t = \frac{L}{R} \ln \left( \frac{1}{1 - RI(t)/V_0} \right) = 1.0 \text{ s} \cdot \ln 9 = 2.2 \text{ s}.$$

Riktig svar: D.

### Oppgave 23

Siden  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , har vi  $L = 1/\omega_0^2 C = 1/4\pi^2 f_0^2 C$ , som med innsetting av oppgitte tallverdier gir  $L = 63.1 \cdot 10^{-12}$  H. Riktig svar: C.

### Oppgave 24

Vi må benytte en kondensator med kapasitans  $C = 1/4\pi^2 f_0^2 L$ , som med oppgitte tallverdier gir  $C = 25$  nF. Da er i grunnen bare B et aktuelt svar... La oss sjekke at vi får riktig Q-faktor med motstand som i alternativ B: Vi har  $Q = \sqrt{L/C}/R$ , dvs  $R = \sqrt{L/C}/Q = \sqrt{10^{-6}/25 \cdot 10^{-9}}/10^4 = 6.3 \cdot 10^{-4} = 0.63$  m $\Omega$ . Stemmer. Riktig svar: B.