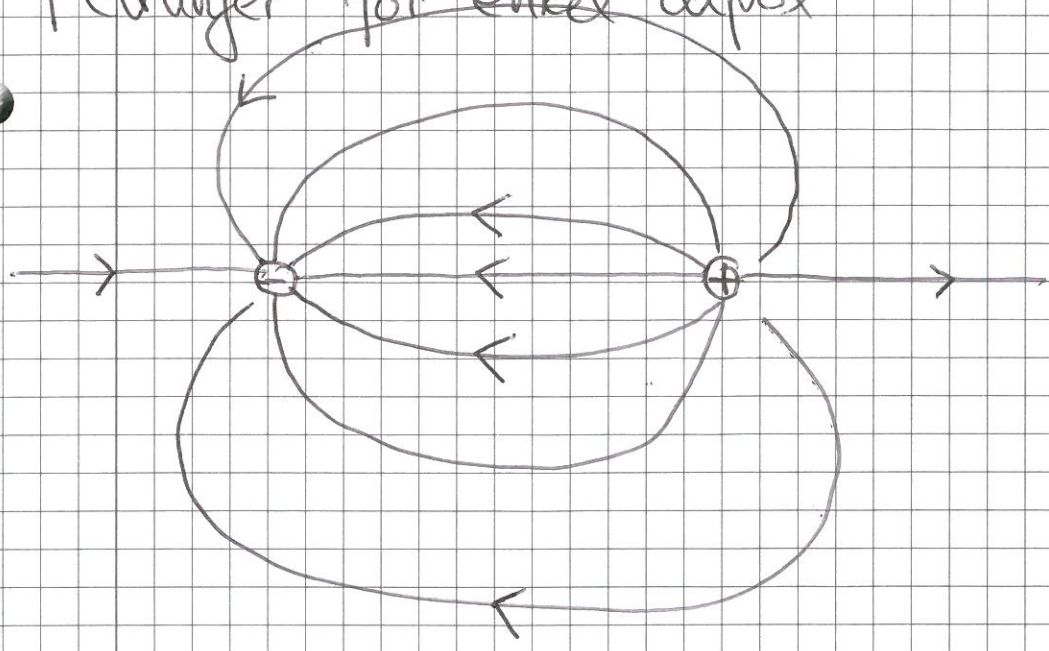
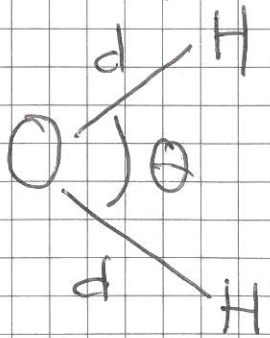


Feltlinjer for enkel dipol:



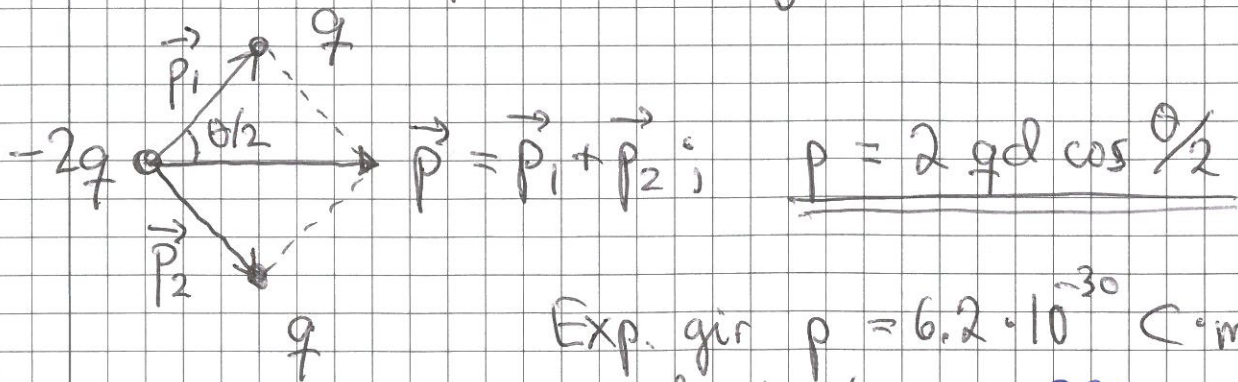
Et par eksempler!

Eks 1: \vec{p} for H_2O -molekylet



$d = 0.96 \text{ \AA}$
 $\theta = 104.5^\circ$

Modell med punktladninger:

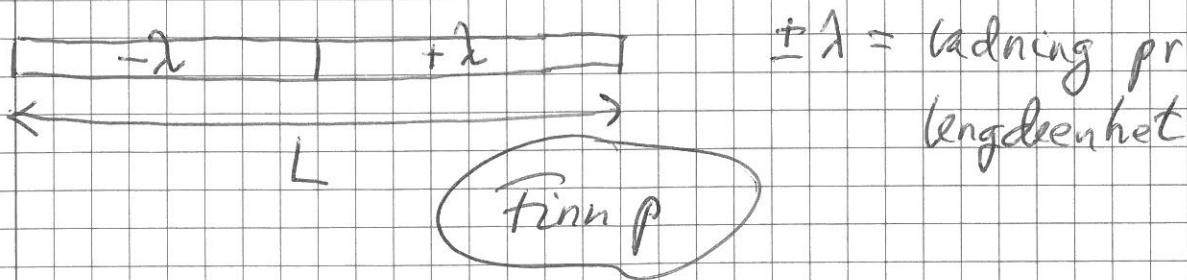


Exp. gir $p = 6.2 \cdot 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$;
 må da bruke $q \approx 0.33 e$.

[Har egentlig en "sky" av elektronkledning i hele molekylet!]

Eks 2: Stavedipol

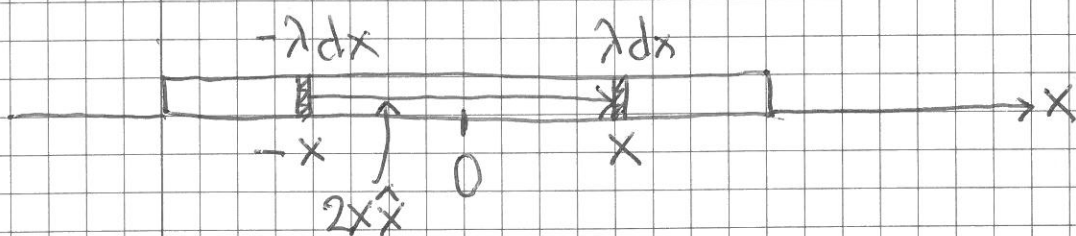
95



Løsning: Lite ladningspar (liten dipol)

$\pm dq = \pm \lambda dx$ i inbyrdes avstand

$2x$ har dipolmoment $d\vec{p} = \lambda dx \cdot 2x \cdot \hat{x} :$



⇒ Hele staven har dipolmoment

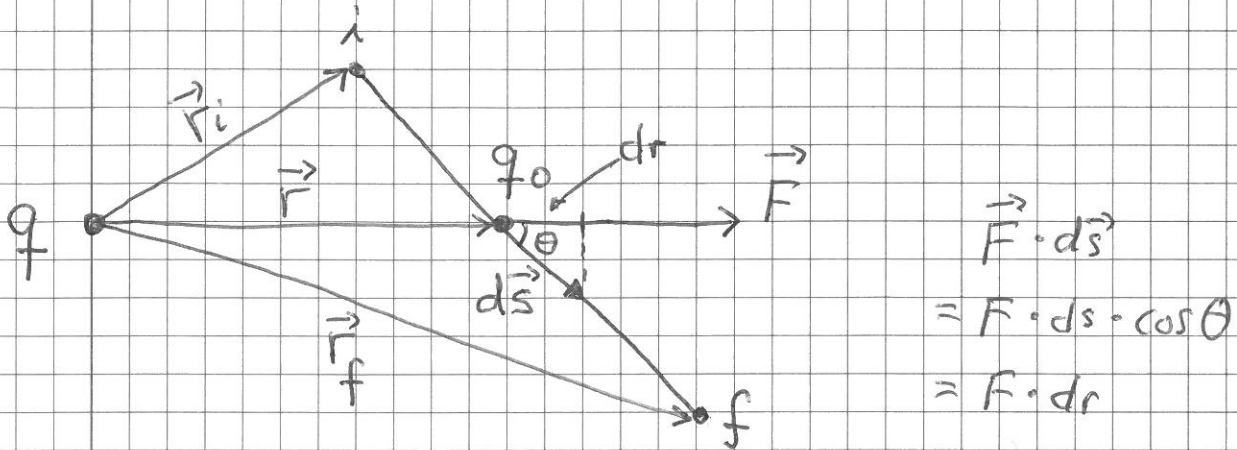
$$\vec{p} = \int d\vec{p} = \int_0^{L/2} \lambda dx \cdot 2x \hat{x}$$

$$= 2\lambda \hat{x} \int_0^{L/2} \frac{1}{2} x^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4} \lambda L^2 \hat{x}}}$$

$$[\text{Enhetsjeld: } [\lambda L^2] = \frac{C}{m} \cdot m^2 = (C \cdot m), \text{ OK}]$$

Elektrisk potensial [YF 23.2; LHL 19.9] (96)

- Pot. energi U for (testladn.) q_0 i \vec{E} -felt fra (referanseladn.) q :



$$\Delta U = U_f - U_i \stackrel{(\text{def})}{=} - \int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_{r_i}^{r_f} F \cdot dr$$

$$= - \frac{q q_0}{4\pi \epsilon_0} \int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \underbrace{\frac{q q_0}{4\pi \epsilon_0 r_f}}_{U_f} - \underbrace{\frac{q q_0}{4\pi \epsilon_0 r_i}}_{U_i}$$

- Naturlig å velge $U = 0$ for $r \rightarrow \infty$;
da er $U(r) = q \cdot q_0 / 4\pi \epsilon_0 r$ pot. energi for par av ldn. q og q_0 i innbyrdes avstand r .

Definerer nå elektrisk potensial V som

pot. energi U pr ladn.enhet:

$$V \stackrel{\text{def}}{=} U/q_0$$

$$\text{Enhet: } [V] = \text{J/C} = \text{V (volt)}$$

Coulombpotensialet:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Potensial i avstand r fra punktladning q

Slik $\vec{E} = \vec{F}/q_0$ og $V = U/q_0$ er definert

blir

$$\Delta V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

= pot. forskjellen mellom posisjon i (initial) og f (final).

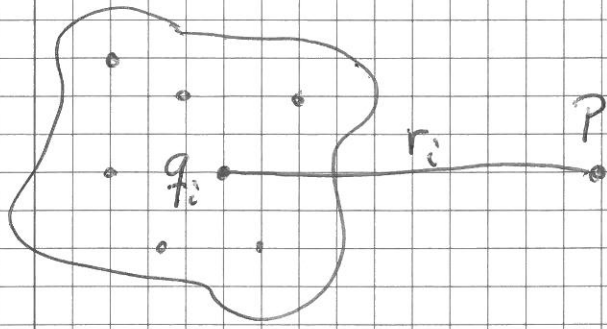
⇒ Alternativ enhet for \vec{E} : $[E] = \text{V/m}$

Alt. energienhet: 1 eV (elektronvolt) = endring i

pot. energi når ladning $q=e$ flyttes fra posisjon i der pot. er V_i til pos. f der pot. er $V_f = V_i + 1\text{V}$.

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ J/C} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

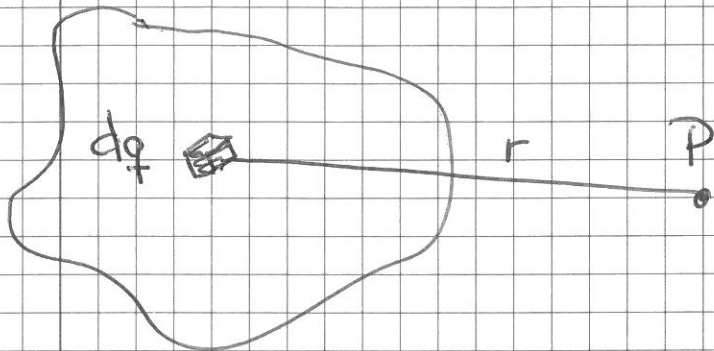
Potensial fra flere punktladninger:



$$V_P = \sum_i V_P^i$$

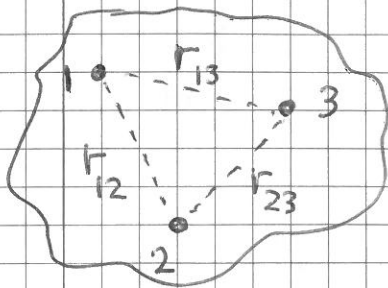
$$= \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

Pot. fra kont. ldn.-fordeling:



$$V_P = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Pot. energi for ladningssystem [YF 23.1; LHL 19.9 20.3]



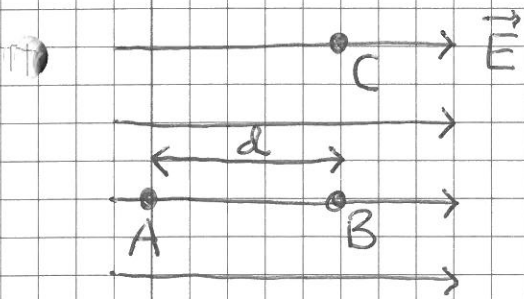
Alle ldn. i systemet vekselvirker parvis \Rightarrow Total U, relativt "referansesystemet" der alle q_i er ∞ langt fra hverandre, blir:

$$U = U_{12} + U_{13} + \dots + U_{1n} + U_{23} + \dots + U_{2n} + \dots + U_{n-1,n}$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j > i}}^n U_{ij} = \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}$$

Eks 1: ΔV i uniformt \vec{E} -felt

(99)

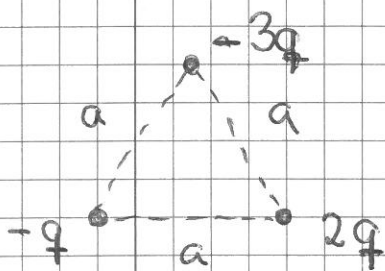


$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$= -E \int_A^B ds = \underline{\underline{-E \cdot d}}$$

mens $V_C - V_D = - \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \underline{\underline{0}}$ fordi $\vec{E} \perp d\vec{s}$

Eks 2: U for tre punktladninger



Anta $q = e$ og $a = 5 \text{ \AA}$.

Bestem U , i både J og eV.

Løsning:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left\{ (-1) \cdot (-3) + (-1) \cdot 2 + (-3) \cdot 2 \right\} = \underline{\underline{-\frac{5q^2}{4\pi\epsilon_0 a}}}$$

$$= -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 1.6^2 \cdot 10^{-38}}{5 \cdot 10^{-10}} \text{ J} = \underline{\underline{-2.3 \cdot 10^{-18} \text{ J}}}$$

$$= -\frac{2.3 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = \underline{\underline{14.4 \text{ eV}}}$$

Beregning av \vec{E} fra V

[VF 23.5; LHL 19.9]



$$d\vec{s} = \hat{x} dx + \hat{y} dy + \hat{z} dz \quad (\text{"veidement"})$$

$$dV = V(\vec{r} + d\vec{s}) - V(\vec{r}) = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Generelt, for $f(\vec{r}) = f(x, y, z)$, har vi:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

$$= \nabla f \cdot d\vec{s}$$

der $\nabla f = \hat{x} \frac{\partial f}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial f}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial f}{\partial z}$

= gradienten til f

Dermed: $dV = \nabla V \cdot d\vec{s}$

og det følger at

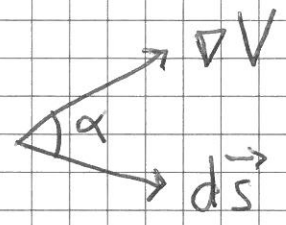
$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

$E_x = -\partial V / \partial x$ osv

Dessuten: $\vec{F} = q_0 \vec{E} = -q_0 \nabla V = -\nabla U$

Betydning av ∇V :

$$dV = |\nabla V| \cdot |d\vec{s}| \cdot \cos \alpha$$



⇒ max dV når $d\vec{s} \parallel \nabla V$ ($\alpha=0$)

⇒ ∇V er vektor i retning av max økning i V, med absoluttverdi lik endring i V pr lengdeenhet

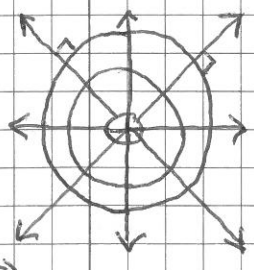
Ekuipotensialflater [YF 23.4; LHL 19.11]

= flater (ert. kurver) med konstant V

⇒ $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ når forflytning $d\vec{s}$ er på ekuipotensialflaten ⇒ $\vec{E} \perp d\vec{s}$

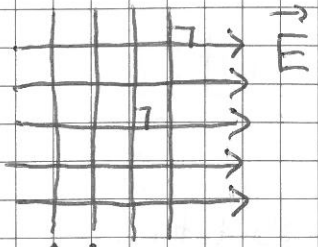
⇒ $\vec{E} \perp$ ekuipotensialflate

Eks 1: Punktladning



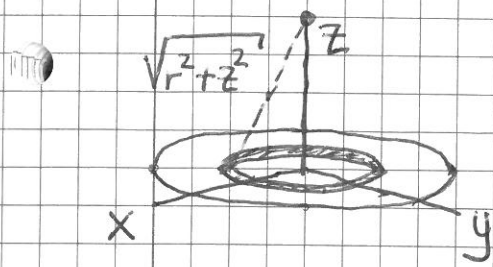
\vec{E} radielt ⇒ Ekuipot. fl. er kuleskall

Eks 2: Uniformt \vec{E} -felt



Ekuipot. fl. er plan $\perp \vec{E}$

Eks: V og \vec{E} på aksen til jevnt ladet skive (102)



σ = ladning pr flateenhet

R = skivas radius

$[Q = \sigma A = \sigma \pi R^2 = \text{skivas ladning}]$

Bidrag dV til $V(z)$ fra smal ring med radius r , bredde dr , areal $dA = 2\pi r dr$, ladning $dq = \sigma dA$, avstand $\sqrt{r^2 + z^2}$ til punkt på z -aksen:

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\sigma r dr}{2\epsilon_0 \sqrt{r^2 + z^2}}$$

$$\Rightarrow V(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left\{ \sqrt{R^2 + z^2} - z \right\} \quad \text{Jf. 80.8}$$

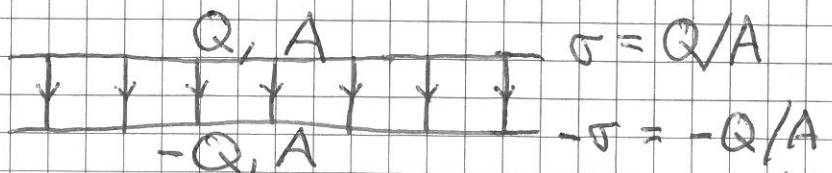
$$\Rightarrow \vec{E}(z) = -\nabla V(z) = -\hat{z} \frac{\partial V}{\partial z} = -\hat{z} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left\{ \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} - 1 \right\}$$

Viktig "grensetilfelle": $R \gg z$, dvs meget stort plan, evt. meget nært det ladede planet.

Da er $z/\sqrt{R^2 + z^2} \approx z/R \ll 1$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z} ; \text{ dvs } \underline{\text{uniformt}} \text{ elektrisk felt!}$$

Plattekondensator:



$$\Rightarrow E = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ mellom de to platenes (tilnærmet uniformt)}$$

Materialets elektriske egenskaber

Ledere (Metaller): γ_F 22.5 ; LHL 19.8

Dielektrika (Isolatorer): γ_F 24.4, 24.5 ; LHL 20.5

Ledere

Har frie, mobile ledninger som bevæger sig i lederen/metallet hvis de påvirkes af kræfter.

• $\vec{E} = 0$ inni metallet (i elektrostatisk tilstand)

Hvis $\vec{E} \neq 0$, er $\vec{F} = q\vec{E} \neq 0$ på fri ladning q , dvs vi har ikke tilstand!

• Netto ladning må ligge på overflaten på metalstykket

Pga at $F(r) \sim 1/r^2$ er ladningsdensiteten $\rho = 0$ inni metallet

• $\vec{E} \perp$ overflaten på metaloverflade, og $|\vec{E}| = \sigma/\epsilon_0$

Her er σ = ladn. pr f.teenhed på metallets overflade.

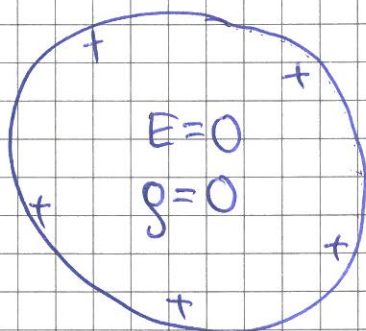
Hvis $E_{\parallel} \neq 0$, er $F_{\parallel} = qE_{\parallel} \neq 0$, dvs ikke tilstand!

- Et metallstykke er et ekvipotensial i likevekt

Med $d\vec{S}$ i/på metallstykket er $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$,
 da $\vec{E} = 0$ inni og $\vec{E} \perp d\vec{S}$ på overflaten.

- Metall med hulrom har $E=0$ i hulrommet og all netto ladning på ytre overflate

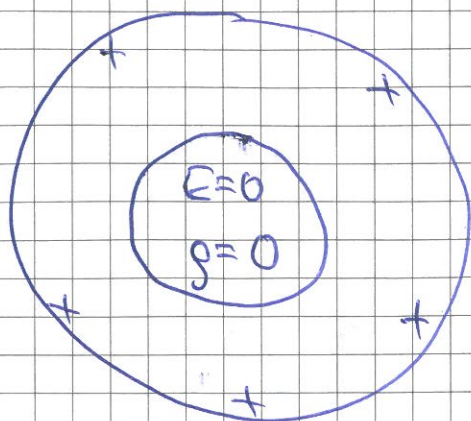
Bevis:



Kompakt metallbit

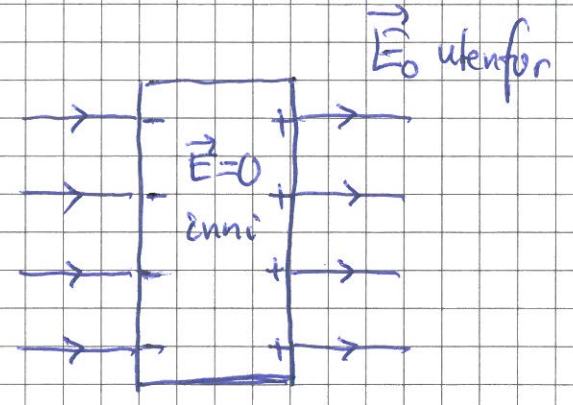
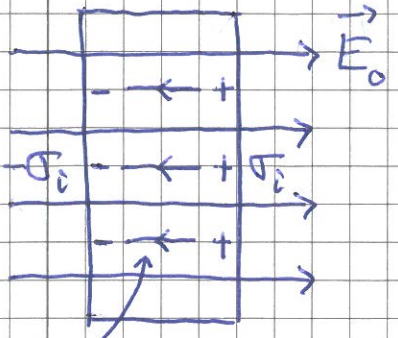


Fjern negtral metallbit inni;
 endrer da verken \vec{E} eller g



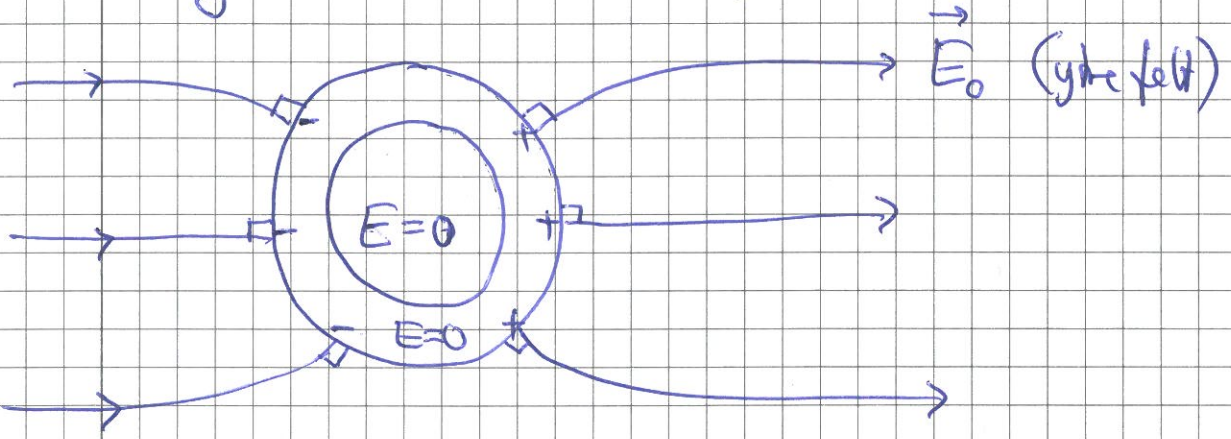
Metallbit ^m/hulrom

Metall i ytre felt \vec{E}_0

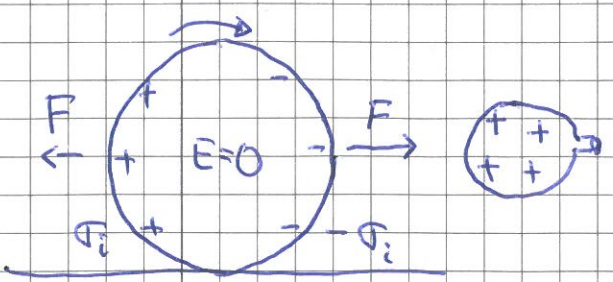


Indusert felt $\vec{E}_{ind} = -\vec{E}_0$
 inni pga indusert
 overflateledning $\pm \sigma_i$

Faradaybur (leder i hulrom):



Ølboks i ytre felt fra ladd ballong:



Netto feltreking pga
 konkre anstand til $-\sigma_i$
 enn til $+\sigma_i$