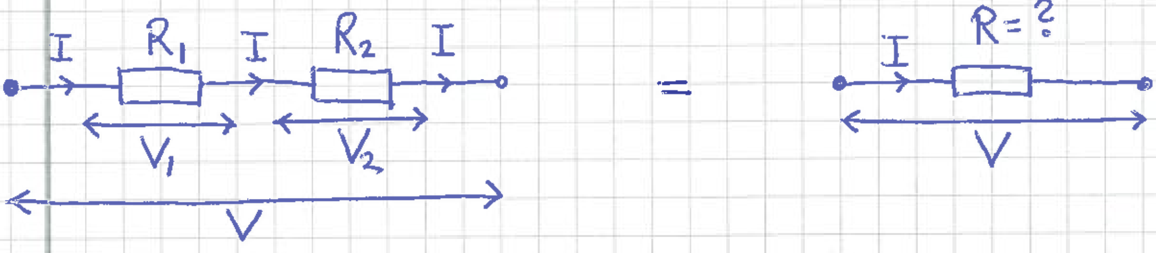
# Kobling av flere motstander [YF 26.1; LHL 21.3]

## Seriekobling:

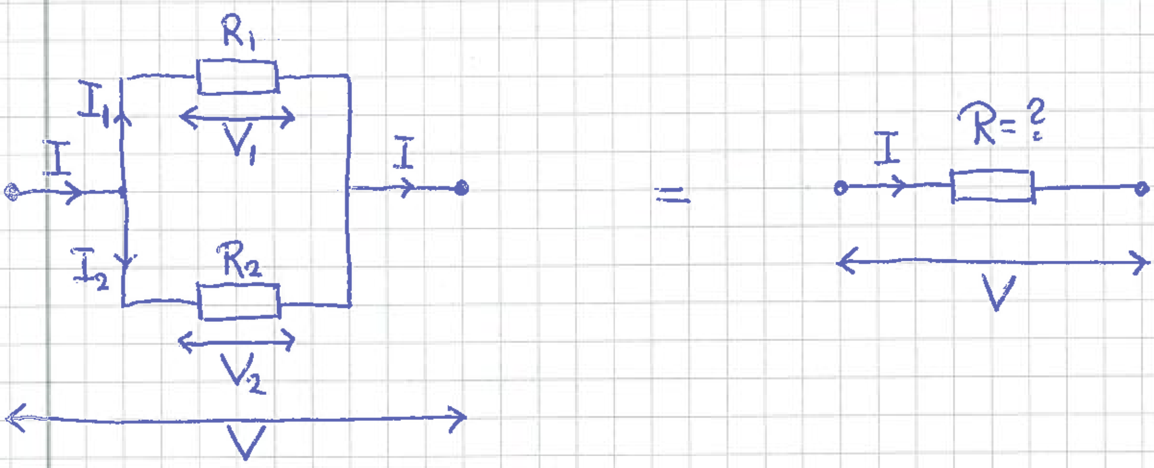



Lik strøm $I$ gjennom de to motstandene

$\Rightarrow \quad V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = RI$

$\Rightarrow \quad \boxed{R = R_1 + R_2}$ Med N stk. i serie: $\boxed{R = \sum_{j=1}^{N} R_j}$

## Parallellkobling:




Lik spenning over de to motstandene; $V_1 = V_2 = V$

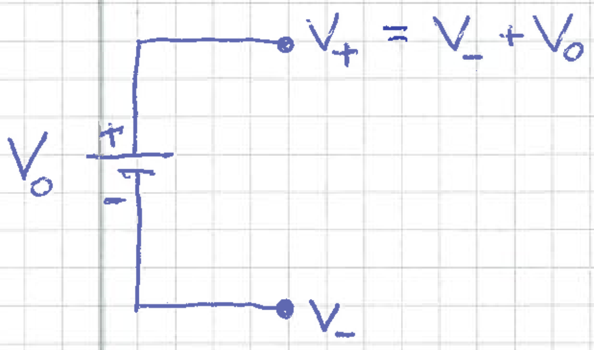
$\Rightarrow \quad I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R}$

$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ Med N stk i parallell: $\boxed{R^{-1} = \sum_{j=1}^{N} R_j^{-1}}$

## Likestrømkretser [YF 26 (25) ; LHL 22]

DC = direct current = likestrøm

Likespenningskilde :




Sørger for konstant spenning (= potensialforskjell)

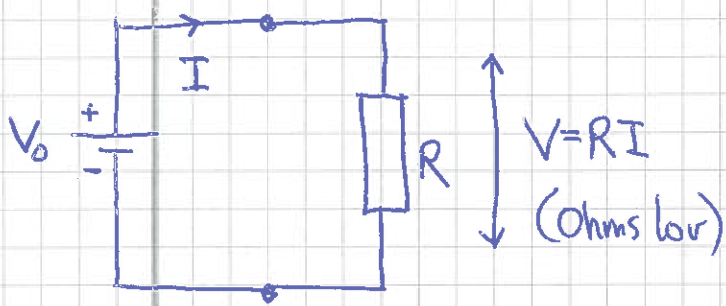
$$V_0 = V_+ - V_-$$

mellom polene

Eks: Kjemisk batteri, Solcelle, ....

Kobler til (f.eks.) motstand R

$\Rightarrow$ får lukket krets, og strøm :




$I = ?$

## Kirchhoffs regler [YF 26.2 ; LHL 22.3]

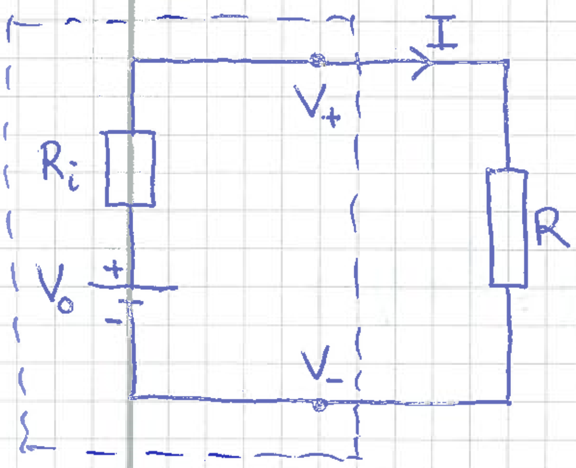
Pga ledningsbevarelse : $\boxed{\sum_j I_j = 0 \text{ i alle knutepunkt}}$ ("K1")

Pga energibevarelse : $\boxed{\sum \text{potensialendringer} = 0 \text{ for alle sløyfer}}$ ("K2")

Dermed (pga K2): $V_0 - RI = 0$

$$\Rightarrow \underline{\underline{I = V_0/R}}$$

<u>Reell</u> spenningskilde har en viss <u>indre</u> motstand $R_i$:



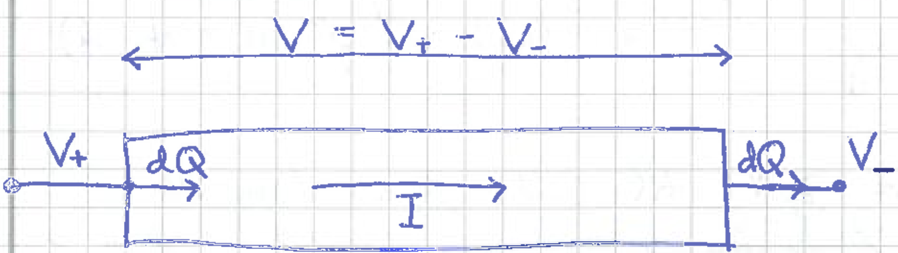

$$K2 \Rightarrow V_0 - R_i I - RI = 0$$

$$\Rightarrow \underline{I = \frac{V_0}{R_i + R}}$$

og spenningen "levert" til den "ytre kretsen" (R) er

$$V_+ - V_- = V_0 - R_i I < V_0 \text{ når } I > 0$$

## <u>Elektrisk effekt</u> [YF 25.5 ; LHL 22.2]




$$dU_{inn} = V_+ \cdot dQ \qquad dU_{ut} = V_- \cdot dQ$$

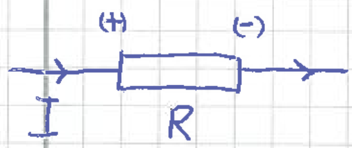
Effekttap (dvs el.energi "tapes" som varmeenergi):

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dU_{inn} - dU_{ut}}{dt} = \frac{V_+ dQ - V_- dQ}{dt} = V \cdot \frac{dQ}{dt} = \underline{\underline{V \cdot I}}$$

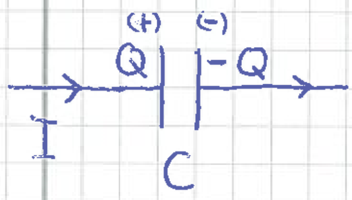
Hvis det er en <u>ohmsk motstand</u>, er $V = R \cdot I$, slik at

$$P = V \cdot I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

# RC-krets [YF 26.4; LHL 22.4]

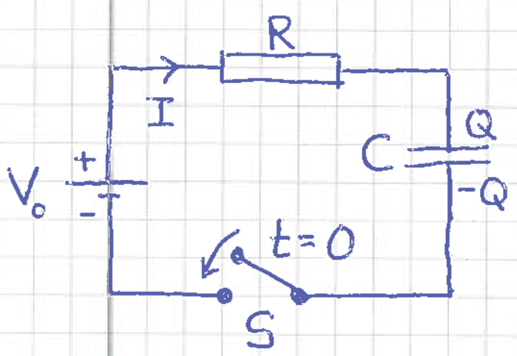



$$V = RI$$




$$V = \frac{Q}{C} \quad ; \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

Opplading av kondensator i RC-krets:




- $Q(0) = 0$
- Lukker kretsen ved $t = 0$ (S = "switch"; bryter)
- Bestem $Q(t)$ og $I(t)$

K2: $$V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

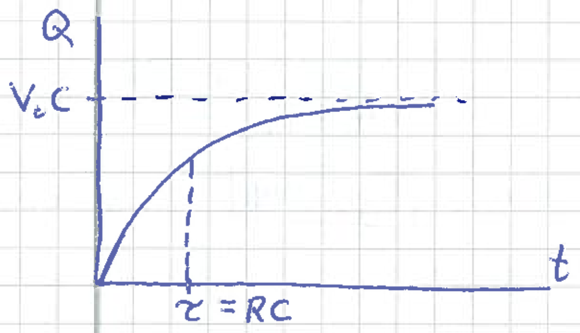
$$\Rightarrow \quad -R\frac{dQ}{dt} = \frac{Q}{C} - V_0 = \frac{Q - V_0 C}{C}$$

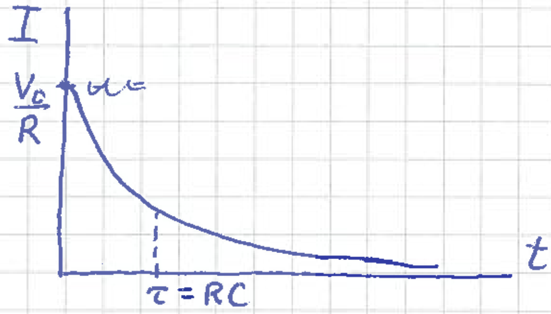
$$\Rightarrow \quad \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{Q - V_0 C}{-V_0 C}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{Q(t) = V_0 C\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}}$$

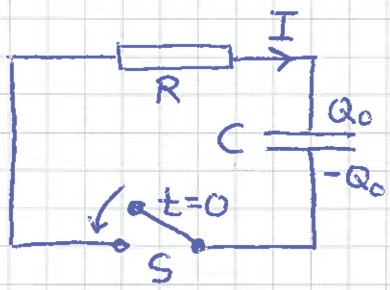



RC-kretsens <u>tidskonstant</u>: $\tau = RC$ = karakteristisk tid for opplading (og utlading) av kondensator i en RC-krets

$$Q(\tau) = V_0C(1 - 1/e) \approx 0.63\, V_0C\,, \qquad Q(3\tau) = V_0C(1 - 1/e^3) \approx 0.95\, V_0C$$

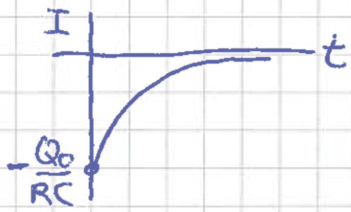
Utlading:



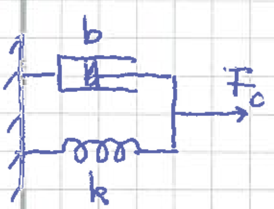

- $Q(0) = Q_0$
- Bestem $Q(t)$ og $I(t)$

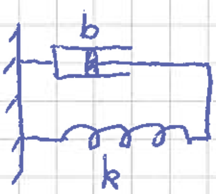
$$K2: \quad -\frac{Q}{C} - R\frac{dQ}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_{Q_0}^{Q} \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC}\,, \qquad I(t) = -\frac{Q_0}{RC}\, e^{-t/RC}$$


Mekanisk analogi:



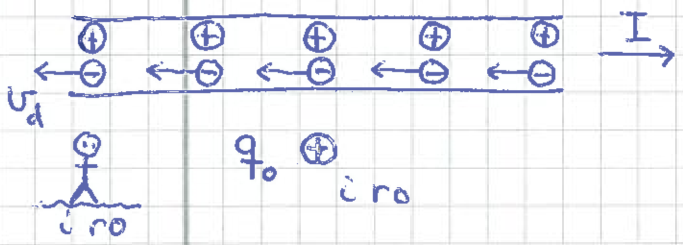

$F_0$ skrus av
$x(0) = x_0$

$$F_0 - b\dot{x} - kx = m\ddot{x} \xrightarrow{m \to 0} 0 \qquad\qquad -kx - b\dot{x} = 0$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{F_0}{k}\left(1 - e^{-kt/b}\right) \qquad\qquad \Rightarrow x(t) = x_0\, e^{-kt/b}$$

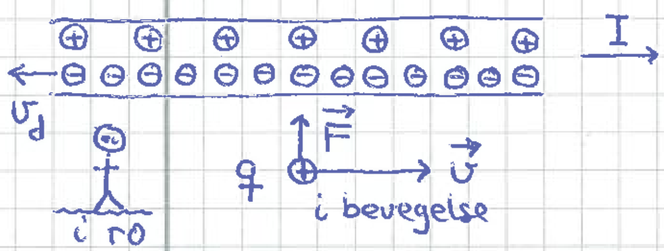
# Magnetostatikk [YF 27, 28 ; LHL 23]

Coulombs lov og Einsteins relativitetsteori nødvendiggjør magnetfelt og magnetisk kraft:




$q_0$ i ro ser nøytral strømførende leder

$\Rightarrow$ $F = 0$ ; og vi er enige




Ladning $q$ i bevegelse ser negativt ladet strømførende leder, fordi elektronene ⊖ har større relativ hastighet ($u_- \approx v + v_d$) enn atomkjernene ⊕ ($u_+ = v$).

Dermed er det størst lengdereduksjon for avstanden mellom ⊖ :

$$\Delta x_- = \Delta x_0 \sqrt{1 - u_-^2/c^2} < \Delta x_+ = \Delta x_0 \sqrt{1 - u_+^2/c^2}$$

Konklusjon: $q$ påvirkes av en elektrisk kraft $\vec{F}$

Motsatt rettet $\vec{v}$ $\Rightarrow$ $u_- \approx v - v_d < u_+ = v$

$\Rightarrow$ $\Delta x_- > \Delta x_+$ $\Rightarrow$ positivt ladet leder

$\Rightarrow$ motsatt rettet $\vec{F}$

Vi er i ro relativt den strømførende lederen og måler ingen elektrisk kraft på $q$. Vi måler en magnetisk kraft $\vec{F}_m$. Denne uttrykkes via et magnetfelt $\vec{B}$. Magnetfeltet $\vec{B}$ skapes av strømmen $I$.

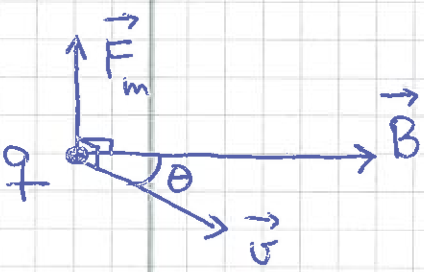
# Magnetisk kraft [YF 27.2 ; LHL 23.4]

Ladning(er) omgir seg med elektrisk felt $\vec{E}$

$\Rightarrow$ elektrisk kraft $\vec{F}_e = q\vec{E}$ på ladning $q$

Strøm omgir seg med magnetfelt $\vec{B}$

$\Rightarrow$ magnetisk kraft $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ på ladning $q$ i bevegelse med hastighet $\vec{v}$




$$F_m = qvB\sin\theta$$

$$\vec{F}_m \perp \vec{B} \quad \text{og} \quad \vec{F}_m \perp \vec{v}$$

Enhet for magnetfelt:

$$[B] = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{A \cdot m} = T \quad \text{(tesla)}$$

Med både $\vec{E}$ og $\vec{B}$ til stede:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}}$$

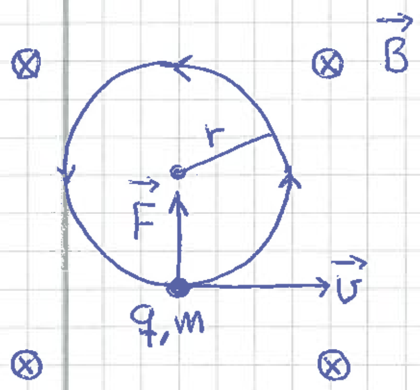
Lorentzkraften

# Ladning i uniformt magnetfelt [YF 27.4; LHL 23.1+4]



⊗ inn i planet

⊙ ut av —〃—




Anta $\vec{v} \perp \vec{B}$

$\Rightarrow \quad F = qvB$

$\vec{F} \perp \vec{v} \quad \Rightarrow$ tilført effekt $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

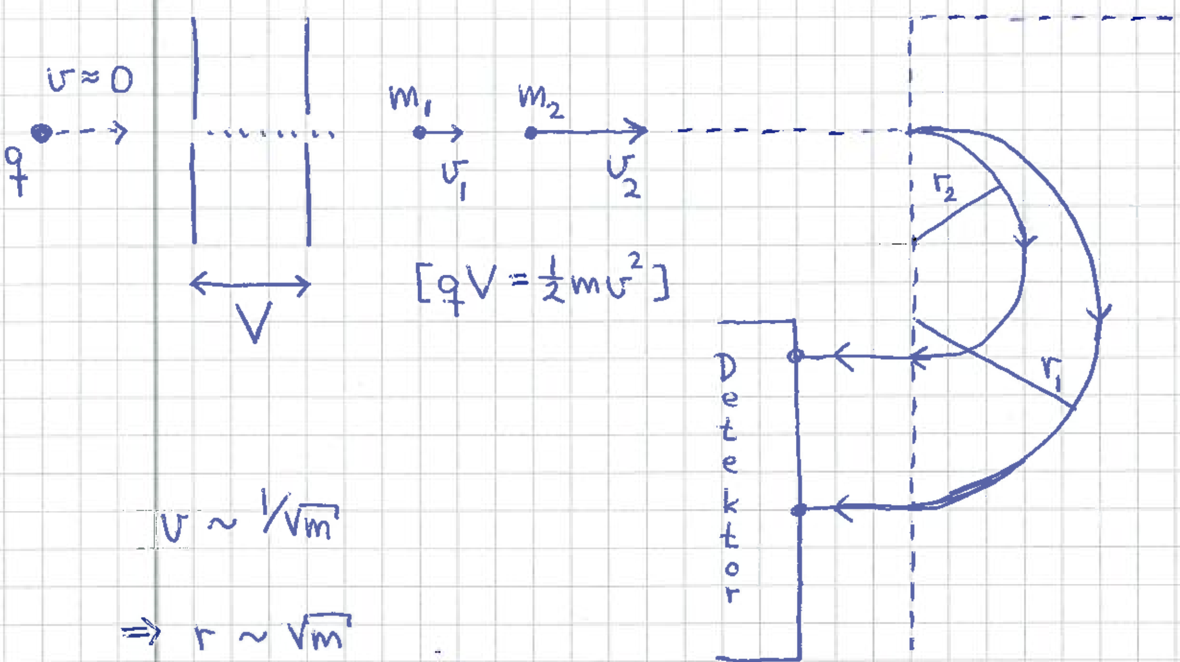
$\Rightarrow$ kinetisk energi $K = \frac{1}{2}mv^2$ = konstant

$\Rightarrow$ uniform sirkelbevegelse

N2: $qvB = mv^2/r \quad \Rightarrow \quad r = mv/qB$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{v}{r} = qB/m}$$ Syklotronfrekvensen

Eks: Massespektrometer (Øving 12)

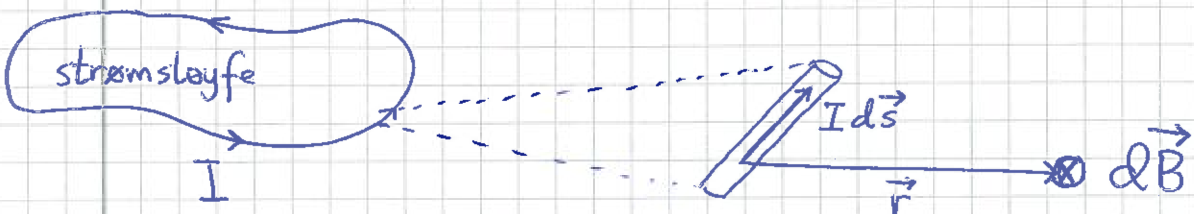



$[qV = \frac{1}{2}mv^2]$

$v \sim 1/\sqrt{m}$

$\Rightarrow \quad r \sim \sqrt{m}$

# Biot-Savarts lov [YF 28.2 ; LHL 23.5]




Magnetfelt $d\vec{B}$ fra lederbit med lengde og retning gitt ved $d\vec{s}$, og strøm $I$, i avstand gitt ved $\vec{r}$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

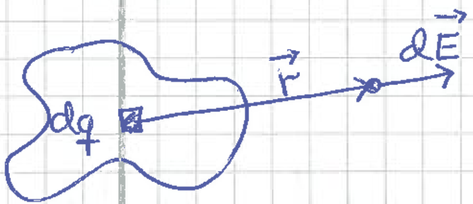
$\Rightarrow$ Feltet fra hele den lukkede strømsløyfa : $(I = \text{konst.})$

$$\boxed{\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}}$$

Biot-Savarts lov (1820)

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$ = vakuumpermeabiliteten (eksakt)

Jf. Coulombs lov :




$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq\,\hat{r}}{r^2}$$

$\varepsilon_0$ = vakuumpermittiviteten

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ = hastigheten til elektromagnetiske bølger i vakuum

$= 299792458$ m/s (eksakt)

$\Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$ (eksakt)

Tre viktige eksempler, med kvalitativ argumentasjon, uten matematiske detaljer.

Eks 1: $\vec{B}$ fra lang, rett strømførende leder [YF 28.3; LHL 23.5]

$\odot$ $\vec{B}$ (ut)

$I$

$\otimes$ $\vec{B}$ (inn)

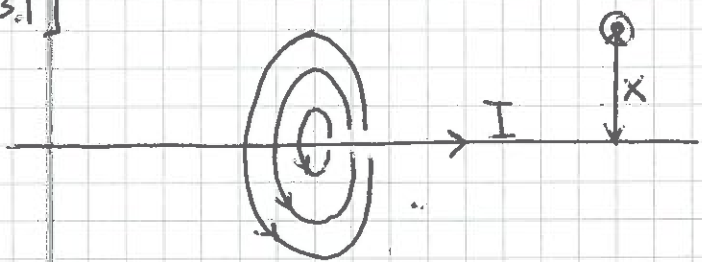
$d\vec{B} \sim I\, d\vec{s} \times \vec{r}$

$\Downarrow$

$\vec{B}$ er tangent til sirkel med sentrum på lederen

$\Rightarrow$ Feltlinjer for $\vec{B}$ er sirkler med sentrum på lederen.
↳ [Linjer $\parallel \vec{B}$; Linjetetthet prop. med $\vec{B}$]

[YF 27.3
LHL 23.1]




Biot-Savart gir

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

[Detaljert utregning av $B(x)$ på hjemmesiden, s 127B]

- Høyrehåndsregel:

  Tommel langs $I$, resten av fingrene krummer i retningen til $\vec{B}$.

- Har alltid lukkede feltlinjer for $\vec{B}$.