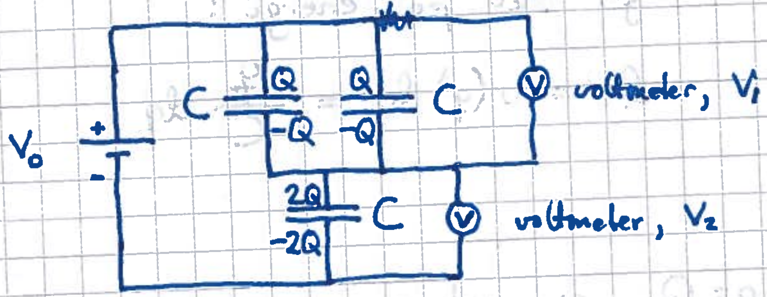
79A

Innlede med demo som viser både serie- og parallellkobling av kondensatorer:



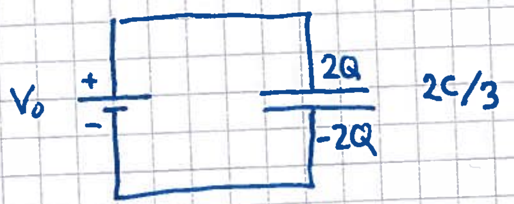
$$\left.\begin{array}{l} V_1 = Q/C \,, \quad V_2 = 2Q/C = 2V_1 \\ V_0 = V_1 + V_2 = 3V_1 \end{array}\right\} \Rightarrow V_1 = \frac{V_0}{3} \,, \quad V_2 = \frac{2V_0}{3}$$

Total kapasitans: $\left\{ \frac{1}{C} + \frac{1}{C+C} \right\}^{-1} = \left\{ \frac{3}{2C} \right\}^{-1} = \underline{\frac{2}{3}C}$

Total ladning: $2Q = V_0 \cdot \frac{2}{3} C$

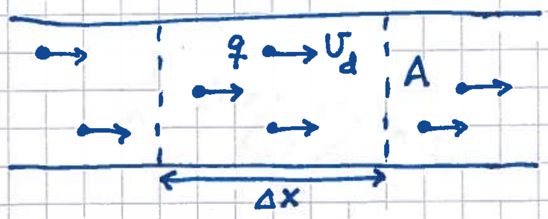
(dvs $Q = V_0 C/3$)

Ekvivalent krets:



Elektrisk strøm [YF 25, 26 ; LHL 21, 22]

Strøm og strømtetthet [YF 25.1 ; LHL 21.1]



Leder med n frie ladninger pr volumenhet, med midlere drifts-hastighet v_d langs lederen. (Nettoladning lik null.)

strøm $\overset{\text{def}}{=}$ mengde ladning som passerer tverrsnitt av lederen pr tidsenhet

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \to 0} \frac{dQ}{dt} \quad ; \quad [I] = \frac{C}{s} = A \quad (\text{ampere})$$

All fri ladning, $\Delta Q = q \cdot \Delta N = q \cdot n \cdot \Delta V$, i volumet $\Delta V = A \cdot \Delta x$ passerer tverrsnittet med areal A i løpet av $\Delta t = \Delta x / v_d$

$$\Rightarrow I = \frac{q n \Delta x A}{\Delta x / v_d} = n q v_d A$$

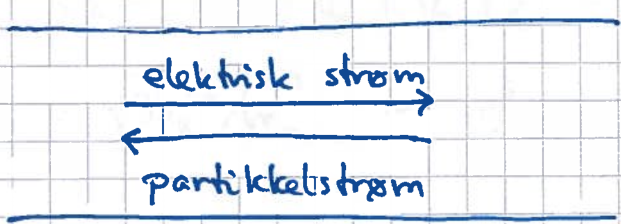
strømtetthet $\overset{\text{def}}{=}$ strøm pr flateenhet

$$j = I/A \quad ; \quad [j] = A/m^2$$

$$\Rightarrow j = n q v_d \quad ; \quad \text{evt.} \quad \boxed{\vec{j} = n q \vec{v}_d}$$

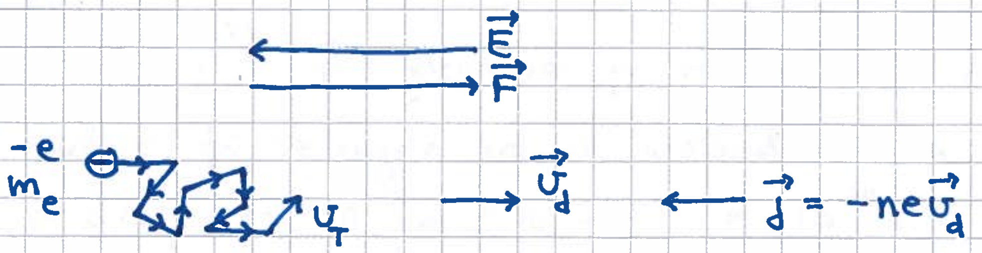
I metall : $q = -e$ (elektroner)

$$\Rightarrow j = -n e v_d$$



Ohms lov [YF 25.2, 25.6 ; LHL 21.2, 21.4]

Felt $\vec{E}$ gir kraft $\vec{F} = -e\vec{E}$ som driver frie elektroner gjennom metallet:



ℓ = midlere avstand mellom kollisjoner (midlere fri veilengde)

$\tau = \ell / v_T$ = midlere tid ——"——

v_T = midlere elektronhastighet ved temperatur T

$\vec{v}_d \approx \vec{a} \cdot \tau = -\frac{e\vec{E}}{m_e} \cdot \tau$ = midlere driftshastighet

$\Rightarrow \boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$ Ohms lov

der $\sigma = ne^2\tau/m_e$ er materialets konduktivitet (elektrisk ledningsevne)

(Paul Drude, ca 1900)

Tallverdiestimater:

Ved absolutt temperatur T bidrar hvert kvadratiske ledd i "energifunksjonen" med $\frac{1}{2}k_B T$, der $k_B \approx 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K er Boltzmanns konstant.

[$R = k_B \cdot N_A \approx 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ = gasskonstanten

$N_A \approx 6.022 \cdot 10^{23}$ pr mol = Avogadros konstant]

For elektroner i tre dimensjoner:

$$\langle K \rangle = \langle \tfrac{1}{2} m_e (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \rangle \doteq \tfrac{1}{2} m_e v_T^2 = \tfrac{3}{2} k_B T$$

$\Rightarrow v_T = \sqrt{3k_B T / m_e} \sim 10^5$ m/s ved $T = 300$ K (ca romtemp.)

Hva med v_d, i f.eks kobber?

$m_{Cu} \approx 63$ g/mol ; massetettheten er 8.96 g/cm^3

$\Rightarrow n \approx 8.5 \cdot 10^{28}$ frie elektroner pr m^3 (1 fritt elektron pr atom)

Anta midlere fri veilengde ca lik avstand mellom atomene

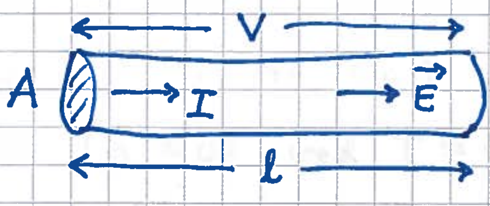
$\Rightarrow \tau = d/v_T \sim 10^{-9}\,\text{m} / 10^{5}\,\text{m/s} = 10^{-14}\,\text{s}$

$\Rightarrow v_d = e\tau E/m_e \sim 10^{-6}$ m/s

(hvis $E \sim 1$ mV/m ; realistisk i Cu-ledning i elektrisk krets)

$\vec{j} = \sigma \vec{E}$ er Ohms lov på "mikroskopisk form";

$V = R \cdot I$ ———"——— "makroskopisk form":



$V = E \cdot \ell$; $j = \frac{I}{A} = \sigma E$

$\Rightarrow I = \sigma A V/\ell \Rightarrow V = \frac{\ell}{\sigma A} I = RI$

dvs: Lederens <u>motstand</u> (resistans) er: $R = \frac{\ell}{\sigma A}$

Konduktans G : $I = G \cdot V \Rightarrow G = \sigma A/\ell = 1/R$

Resistivitet ρ : $\rho = 1/\sigma$

Enheter: $[R] = V/A = \Omega$ (ohm) ; $[G] = 1/\Omega = S$ (siemens)

$[\rho] = \Omega \cdot m$; $[\sigma] = \Omega^{-1} \cdot m^{-1} = S/m$

Mens σ og ρ er materialegenskaper, er G og R også avhengige av lederens utforming (tverrsnitt A og lengde ℓ).

Kretssymbol :

(eller

)

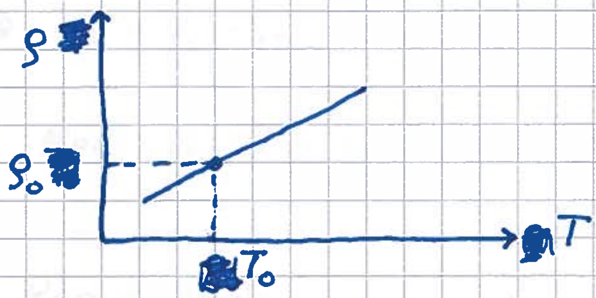
Vi bruker <u>denne</u>!

Resistivitet og temperatur [YF 25.2 ; LHL 21.2, 21.5]

Drudemodellen : $\rho = m_e / ne^2\tau$, dvs $\rho \sim 1/n\tau$

Metaller : Stor n, som avhenger lite av T. Men økt T gir hyppigere kollisjoner, dvs redusert τ, dvs større ρ.

Eksperimentelt :



$$\rho(T) = \rho_0 \{ 1 + \alpha (T - T_0) \}$$

$\alpha_{Al} \approx \alpha_{Cu} \approx \alpha_{Ag} \approx 0.004\ K^{-1}$

$[T] = K$ (kelvin)

Halvledere : Si, Ge, GaAs, ...

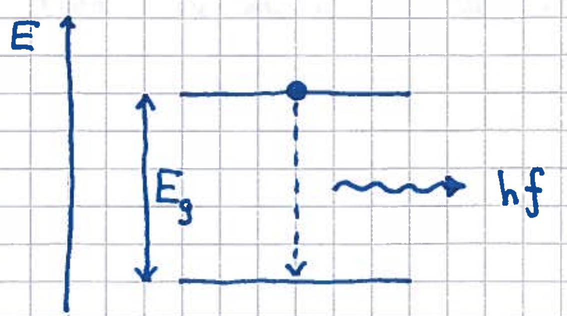
Isolator ($n \approx 0$) ved $T \approx 0$. Økt T gir sterk økning i n, dvs ρ avtar med økende T.

Kreves en minsteenergi E_g (båndgapet) for å frigjøre et elektron fra "moderatomet".

Eks :

	Si	GaAs	GaN	AlGaAs	InGaN
E_g (eV)	1.12	1.43	3.44	1.4 − 2.2	2 − 3.4

↑ NP 2014 !



h = Plancks konstant
≈ $6.626 \cdot 10^{-34}$ Js

Frigjort elektron som "fanges inn" av et atom gir utsendt foton med energi $hf \gtrsim E_g$, dvs $\lambda \approx hc/E_g$.

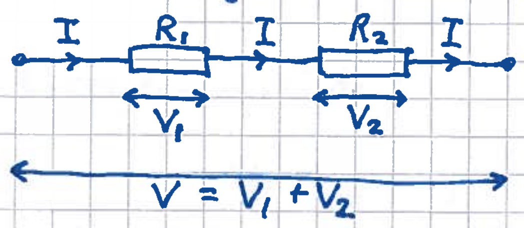
AlGaAs : 560 − 870 nm (rødt - gult)

InGaN : 360 − 620 nm (blått - gult)

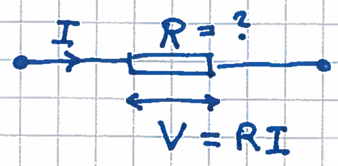
⇒ Hvite LED-pærer !

Kobling av flere motstander [YF 26.1 ; L&L 21.3]

Seriekobling:



=

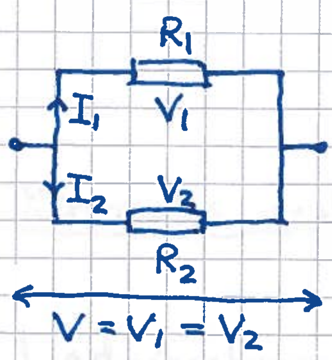


Lik strøm I gjennom R_1 og R_2

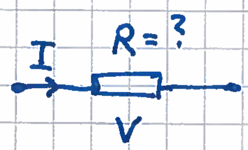
$\Rightarrow \quad V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = RI \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = R_1 + R_2}$

Med N stk i serie: $\quad R = \sum_{j=1}^{N} R_j$

Parallellkobling:



=



Lik spenning over R_1 og R_2

$\Rightarrow \quad I = I_1 + I_2 = V/R_1 + V/R_2 = V/R$

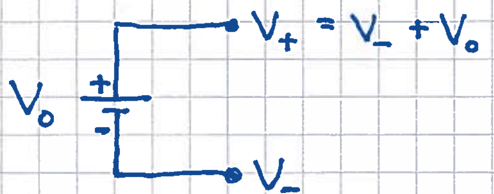
$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

Med N stk i parallell: $\quad R^{-1} = \sum_{j=1}^{N} R_j^{-1}$

Likestrømkretser [YF 26 (25) ; LHL 22]

(DC = direct current = likestrøm)

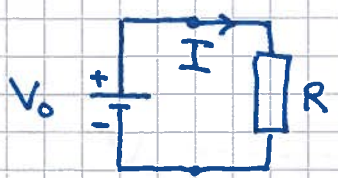
Likespenningskilde :



Sørger for konstant <u>spenning</u> (potensialforskjell) V_0 mellom <u>polene</u>.

Eks: Kjemisk batteri, solcelle

Kobles til f.eks. en motstand R og gir <u>lukket krets</u> og <u>strøm</u> :



Ohms lov $\Rightarrow$ $I = V_0 / R$

Kirchhoffs regler [YF 26.2 ; LHL 22.3]

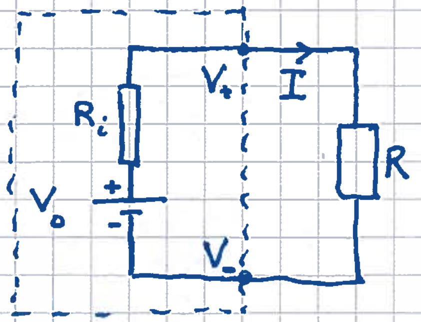
Ladningsbevarelse $\Rightarrow$

$$\boxed{\sum_j I_j = 0 \quad \text{i alle knutepunkt i en elektrisk krets}} \qquad (K1)$$

Energibevarelse $\Rightarrow$

$$\boxed{\sum_i \text{potensialendringer} = 0 \quad \text{rundt alle sløyfer i en elektrisk krets}} \qquad (K2)$$

Reell spenningskilde har indre motstand R_i :



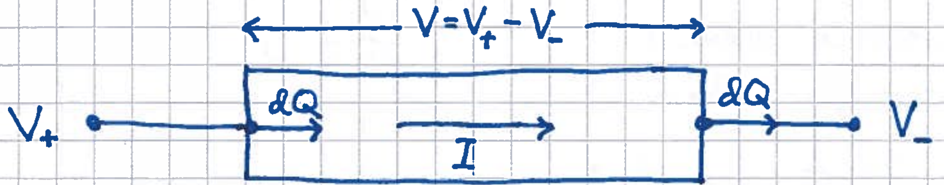
$$K2: \quad V_0 - R_i I - RI = 0$$

$$\Rightarrow \quad I = V_0 / (R_i + R)$$

Spenningen over R (den ytre kretsen) er

$$V_+ - V_- = V_0 - R_i I < V_0 \qquad \text{når } I > 0$$

Elektrisk effekt [YF 25.5 ; LHL 22.2]



$$dU_{inn} = V_+ \cdot dQ \qquad\qquad dU_{ut} = V_- \cdot dQ$$

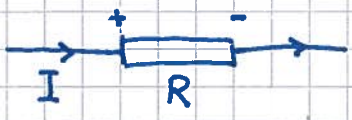
Effekttap i lederbiten (elektrisk energi omdannes til varmeenergi pga kollisjoner i lederbiten) :

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dU_{inn} - dU_{ut}}{dt} = \frac{V_+ dQ - V_- dQ}{dt} = V \cdot \frac{dQ}{dt} = \underline{\underline{V \cdot I}}$$

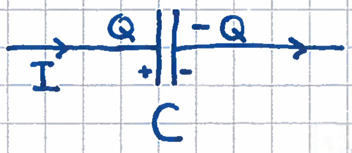
Hvis lederen er en ohmsk motstand :

$$V = R \cdot I \quad \Rightarrow \quad P = RI^2 = V^2/R$$

RC - krets [YF 26.4 ; LHL 22.4]



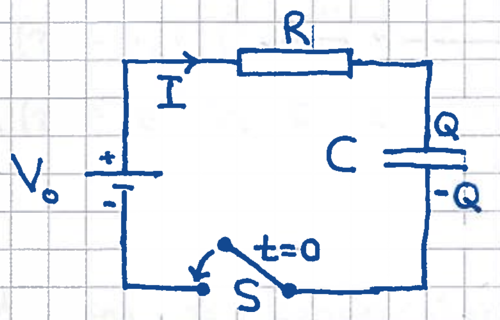
$$V = RI$$



$$V = \frac{Q}{C} \quad ; \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

(Tips: Velg positiv strømretning inn på plate med ladning Q; da er $I = dQ/dt$)

Opplading av kondensator i RC-krets :



- Inntil $t=0$: $Q=0$, $I=0$
- Lukker kretsen ved $t=0$ med bryteren S ("switch")
- Bestem $Q(t)$ og $I(t)$

K2 : $$V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \quad -RC\frac{dQ}{dt} = Q - V_0 C$$

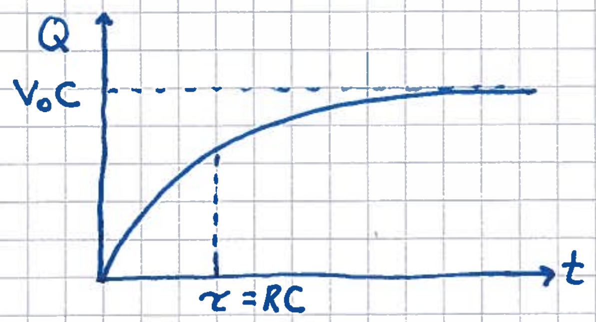
$$\Rightarrow \quad \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

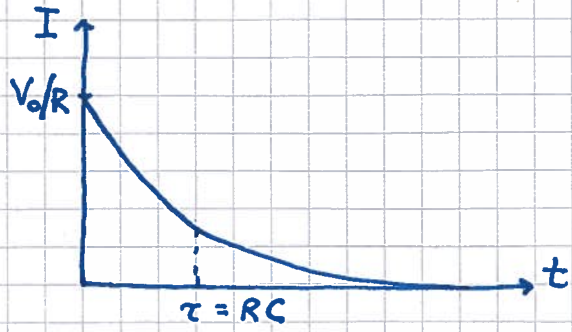
$$\Rightarrow \quad \ln\left\{\frac{Q - V_0 C}{-V_0 C}\right\} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{Q(t) = V_0 C\left\{1 - e^{-t/RC}\right\}}}$$

og dermed

$$\underline{\underline{I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0}{R}\, e^{-t/RC}}}$$





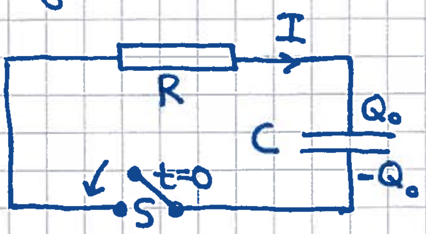
Produktet av R og C er kretsens <u>tidskonstant</u> : $\tau = RC$

Angir en "typisk tid" for opplading (og utlading) av kondensatoren i en RC-krets.

$$Q(\tau) = V_0 C\,(1 - e^{-1}) \approx 0.63\, V_0 C \quad ; \quad Q(3\tau) = V_0 C\,(1 - e^{-3}) \approx 0.95\, V_0 C$$

$$I(\tau) = e^{-1}\, V_0/R \approx 0.37\, V_0/R \quad ; \quad I(3\tau) = e^{-3}\, V_0/R \approx 0.05\, V_0/R$$

Utlading av kondensatoren :

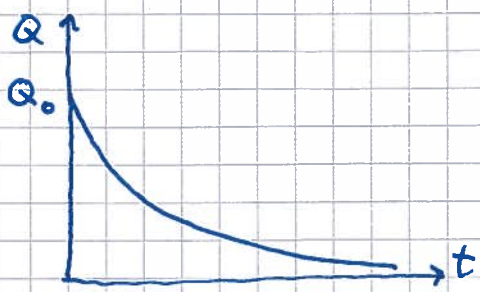


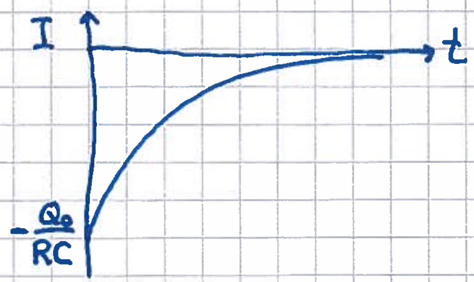
- Inntil $t=0$: $Q = Q_0$, $I = 0$
- Kretsen lukkes ved $t=0$
- Bestem $Q(t)$ og $I(t)$

K2 : $-Q/C - R\, dQ/dt = 0$

$$\Rightarrow \int_{Q_0}^{Q} \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC} \quad ; \quad I(t) = -\frac{Q_0}{RC}\, e^{-t/RC}$$





Anvendelser : Blinklys, Pacemaker, Blitz, ...