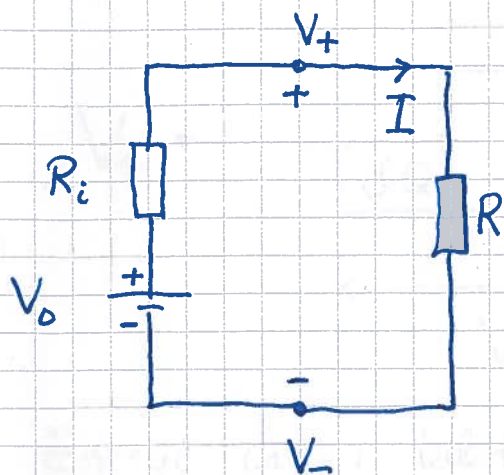


Reelle spenningskilder har indre motstand R_i :

145



$$K2: V_0 - R_i I - R I = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{R_i + R}$$

Spenningen over den ytre kretsen, her R , er

$$V_+ - V_- = V_0 - R_i I < V_0$$

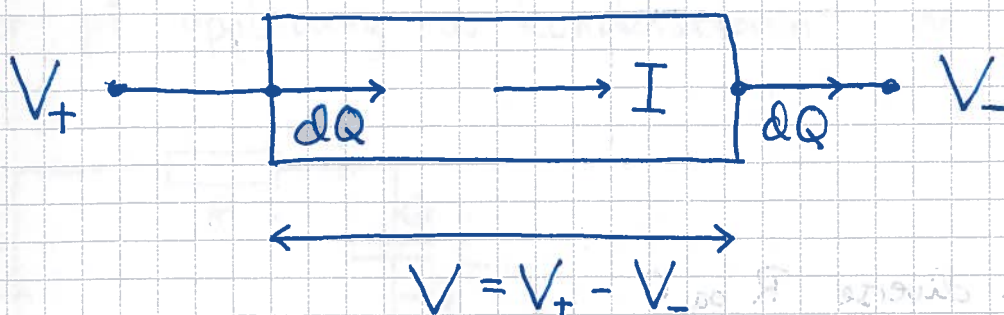
når $I > 0$.

Gamle batterier får større og større R_i , dvs

mindre og mindre polspenning ($V_+ - V_-$) når $I > 0$.

Elektrisk effekt: [YF 25.5 ; LHL 22.2]

146



Energi inn i lederbiten med ladning dQ ved potensial V_+ :

$$dU_{\text{inn}} = V_+ \cdot dQ$$

Utt, med ldn. dQ ved pot. V_- :

$$dU_{\text{utt}} = V_- \cdot dQ$$

Differansen er elektrisk energi som omdannes til varmeenergi i lederbiten; effekttapet er

$$\underline{P} = \frac{dU}{dt} = \frac{dU_{\text{inn}} - dU_{\text{utt}}}{dt} = \underbrace{(V_+ - V_-)}_{=V} \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{=I} = \underline{\underline{V \cdot I}}$$

Hvis lederbiten følger Ohms lov:

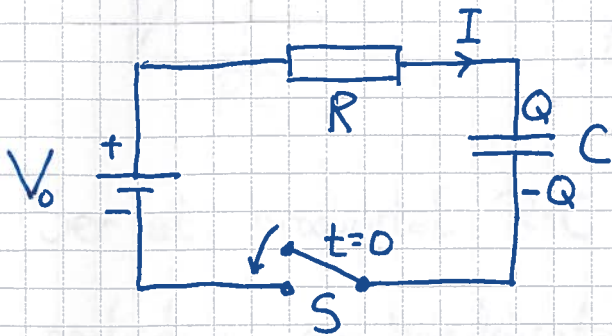
$$V = R \cdot I$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = V^2/R$$

RC-krets [YF 26.4; LHL 22.4]

147

Ser på opplading av kondensatoren i en RC-krets:



- $Q=0$ og $I=0$ før $t=0$
- Lukker bryteren ved $t=0$ med bryteren S (switch)
- Finn $Q(t)$ og $I(t) = dQ/dt$

$$\text{K2: } V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

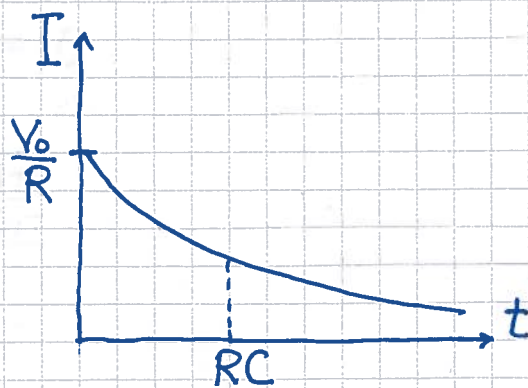
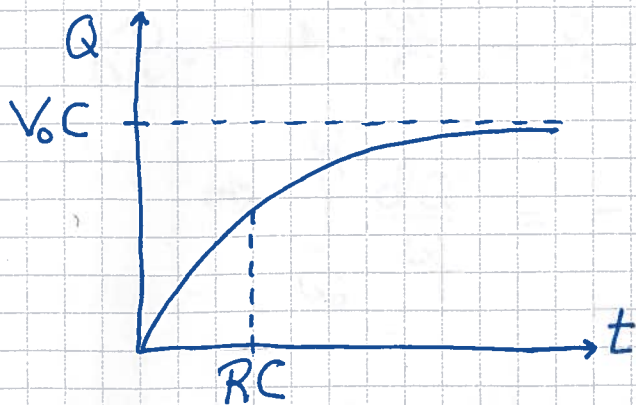
$$\Rightarrow -RC \frac{dQ}{dt} = Q - V_0 C$$

$$\Rightarrow \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = - \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln \left\{ \frac{Q - V_0 C}{-V_0 C} \right\} = -t/RC$$

$$\Rightarrow \underline{Q(t) = V_0 C \{ 1 - e^{-t/RC} \}}$$

$$\Rightarrow \underline{I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}}$$



Ser at produktet $R \cdot C$ angir en "typisk" tid for opplading av kondensatoren i en RC-krets.

Kalles kretsens tidskonstant : $\tau = RC$

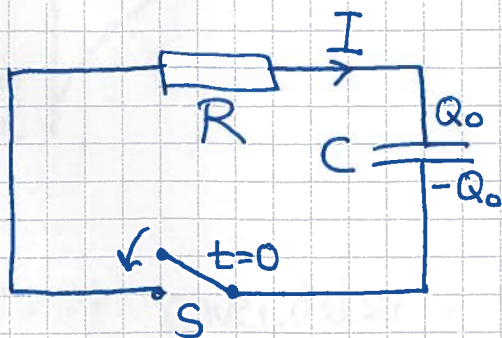
$$Q(\tau) = V_0 C (1 - 1/e) \approx 0.63 V_0 C$$

$$Q(3\tau) = V_0 C (1 - 1/e^3) \approx 0.95 V_0 C$$

$$I(\tau) = \frac{V_0}{R} \cdot 1/e \approx 0.37 \frac{V_0}{R}$$

$$I(3\tau) = \frac{V_0}{R} \cdot 1/e^3 \approx 0.05 \frac{V_0}{R}$$

Utlading av en oppladet kondensator:



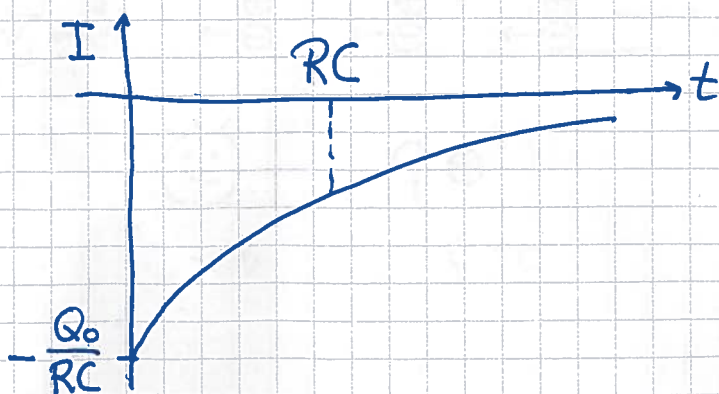
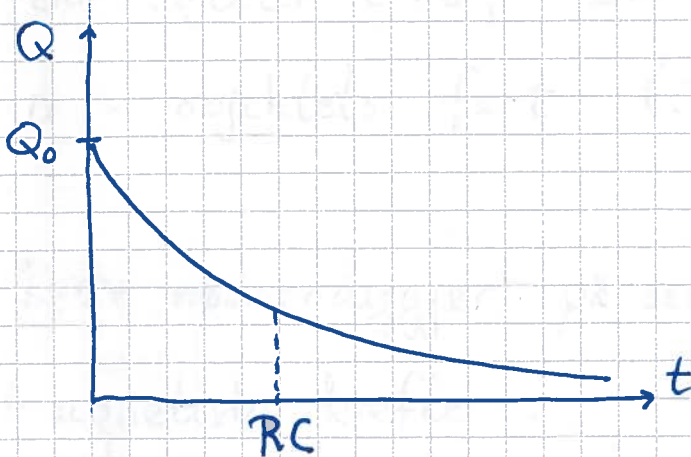
- $Q = Q_0, I = 0$ før $t = 0$
- Lukket krets fra $t = 0$
- Finn $Q(t)$ og $I(t)$

$$K2: -\frac{Q}{C} - R \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = - \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \underline{Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}}$$

$$\Rightarrow \underline{I(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}}$$



Diverse anvendelser: Blinklys, Blitz, ---

Frekvensfilter i AC-kretser

Magnetostatikk [YF 27, 28 ; LHL 23]

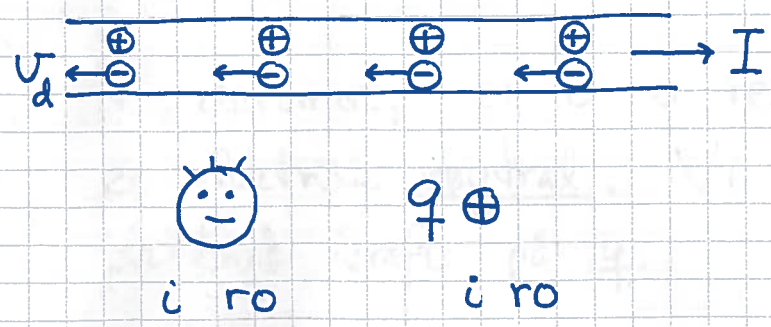
Einstein: "Alt er relativt!"

Men lysfarten (i vakuum) er c i alle inertialsystem, uavhengig av lyskildens fart.

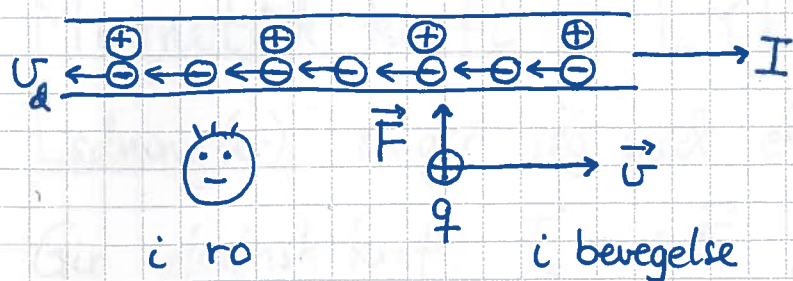
En av flere konsekvenser av dette er såkalt

lengdekontraksjon: Objekter i bevegelse er kortere enn objekter i ro, $\Delta X = \Delta X_0 \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2}$, der u = objektets fart (i x-retning).

Dette nødvendiggjør på sett og vis magnetfeltet og magnetiske krefter:



Ladningen q er i ro og "ser" en noytral strømførende leder.
 $\Rightarrow F = 0$; ingen nettokraft på q



Elektronene (\ominus) har større hastighet enn kjerneene/ionene (\oplus) relativt ladningen q :

$$u_- \approx v + v_d \quad ; \quad u_+ = v$$

Dermed størst lengdekontraksjon for avstanden mellom elektronene (\ominus). Dermed "ser" ladningen q en negativt ladet leder når q er i bevegelse (langs lederen). Dermed påvirkes q av en elektrisk kraft \vec{F} (tiltrekkende hvis $q > 0$).

Vi, derimot, er i ro relativt lederen, som for oss er elektrisk neutrale. Vi måler derfor ingen elektrisk kraft på q .

Vi måler en magnetisk kraft \vec{F}_m . Denne uttrykkes ved hjelp av et magnetfelt \vec{B} . Magnetfeltet \vec{B} skapes av strømmen I .

Magnetisk kraft [YF 27.2; LHL 23.4]

(152)

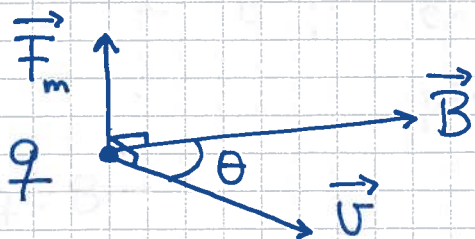
Ladning(er) omgir seg med elektrisk felt \vec{E} .

Gir elektrisk kraft $\vec{F}_e = q\vec{E}$ på en annen ladning q

Strøm(mer) omgir seg med magnetfelt \vec{B} .

Gir magnetisk kraft $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ på ladning q ,

når denne er i bewegelse med hastighet \vec{v}



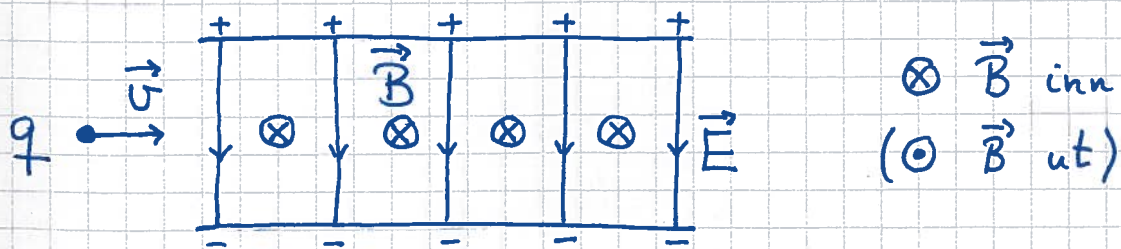
$$F_m = qvB \sin\theta ; \quad \vec{F}_m \perp \vec{B} \quad \text{og} \quad \vec{F}_m \perp \vec{v}$$

$$\text{Enhet: } [B] = \frac{\text{N}}{\text{C} \cdot \text{m/s}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \text{T (tesla)}$$

Når både \vec{E} og \vec{B} er til stede:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Eks:



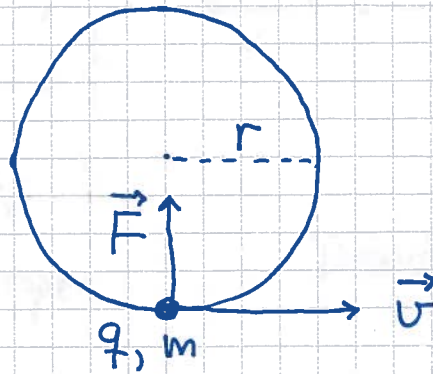
\otimes \vec{B} inn
 \odot \vec{B} ut

Hvis $v = E/B$, er $\vec{F} = 0 \Rightarrow$ ingen avbryning!

Ladning i uniformt magnetfelt

[YF 27.4 ; LHL 23.1+4]

$\vec{B} \otimes$
(inn i planet)



Antar $\vec{v} \perp \vec{B}$; en komponent av $\vec{v} \parallel \vec{B}$
påvirkes ikke

$$\Rightarrow F = qvB$$

Merk: Med $\vec{F} \perp \vec{v}$ er tilført effekt $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$.
Magnetisk kraft kan ikke gjøre arbeid!

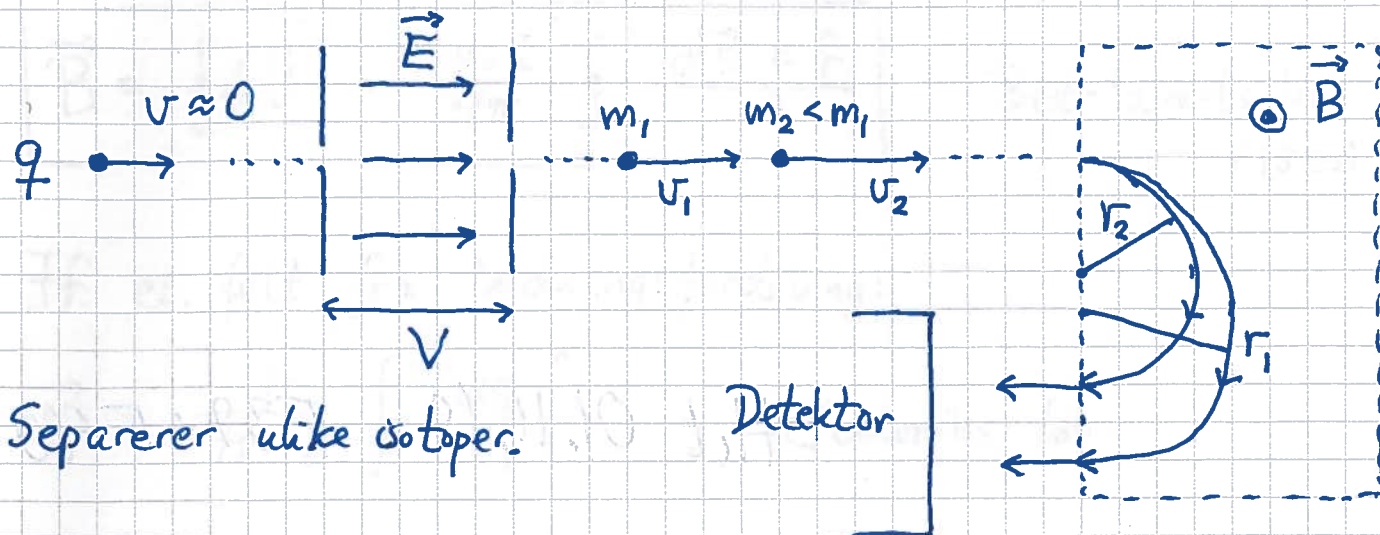
$\Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = \text{konstant}$; vi får uniform sirkelbevegelse

$$N2: qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega_c = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} = \text{syklotronfrekvensen}$$

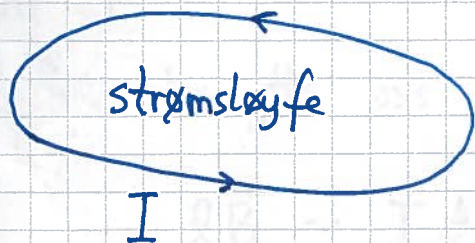
Eks: Massespektrometer [YF 27.5] (Øv. 12)

154



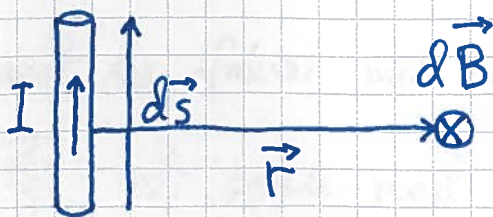
Biot - Savarts lov [YF 28.2; LHL 23.5]

Magnetostatikkens analogi til Coulombs lov:



$\vec{B} = ?$

Hver liten del $d\vec{s}$ av strømsløyfa gir bidrag $d\vec{B}$ til totalt felt \vec{B} :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ = vakuump permeabiliteten ;
 $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Totalt felt fra lukket strømsløyfe:

$$\vec{B} = \oint d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Biot-Savarts lov
(1820)

Jf. el. felt fra ladningsfordeling:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \hat{r}}{r^2} ; \text{ Coulombs lov}$$



Vi ser på tre sentrale eksempler, uten matematiske detaljer. (Et 5-siders pdf-notat ligger på websiden, for den som er interessert!)

Vi kan benytte oss av at

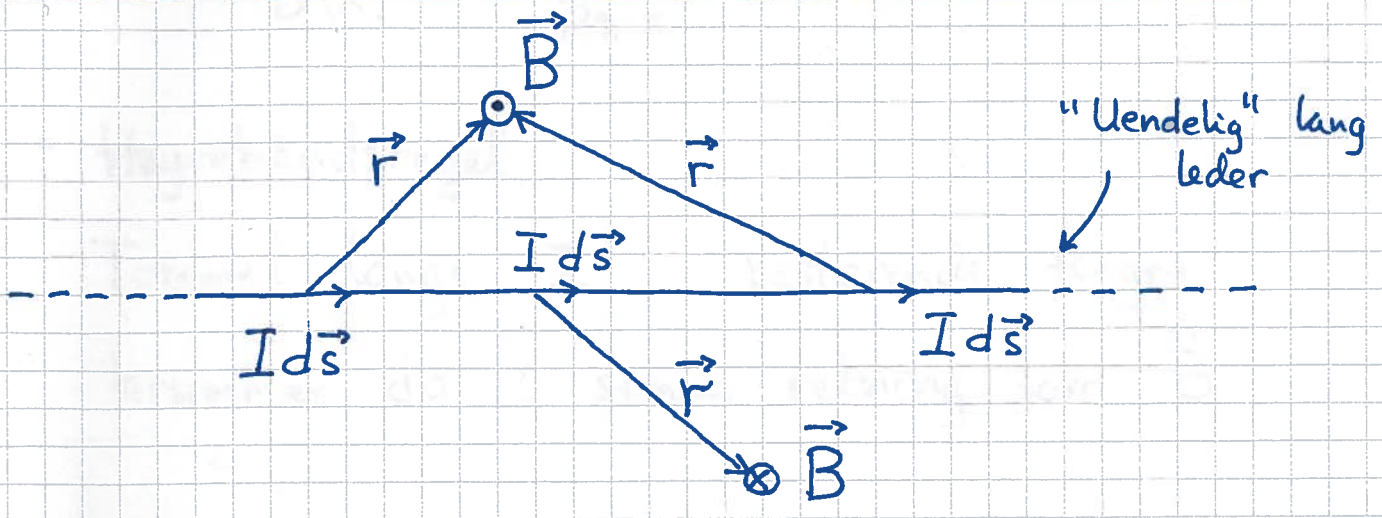
$$d\vec{B} \sim I d\vec{s} \times \hat{r} \quad (\text{evt. } I d\vec{s} \times \vec{r})$$

for å argumentere for retningen til \vec{B} på ulike steder.

Ellers vil alltid $|\vec{B}|$ inneholde faktoren $\mu_0 I$, samt en faktor med enhet $1/m$.

$|\vec{B}|$ vil avta med avstanden fra strømlederen på ulike vis, avhengig av formen på strømlederen / strømsløyfa.

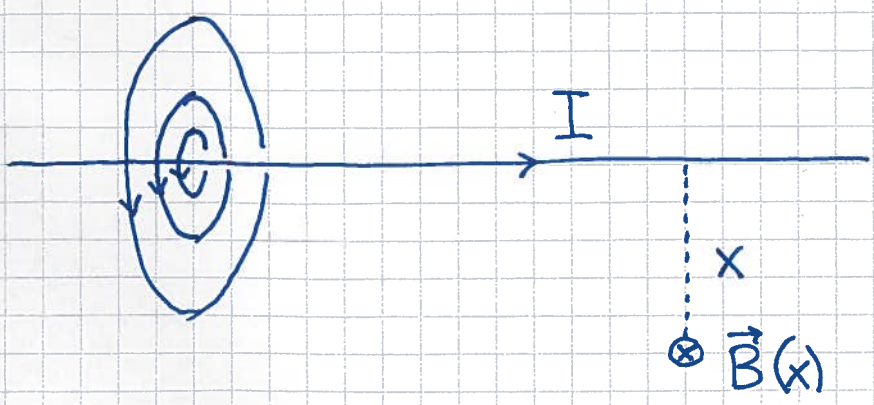
Eks 1: \vec{B} fra lang og rett strømførende leder [YF 28.3; LHL 23.5]



Siden $d\vec{B} \sim I d\vec{s} \times \vec{r}$, peker alle bidrag ut på oppsiden og alle inn på nedsiden av lederen.

$\Rightarrow \vec{B}$ må være tangentiell til sirkel med sentrum på lederen

Feltlinjer for \vec{B} (som for \vec{E} -felt: linjer $\parallel \vec{B}$; linjetetthet prop. med feltstyrken $|\vec{B}|$) blir sirkler med sentrum på lederen.



- Biot-Savarts lov gir

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

- Høyrehåndsregel:

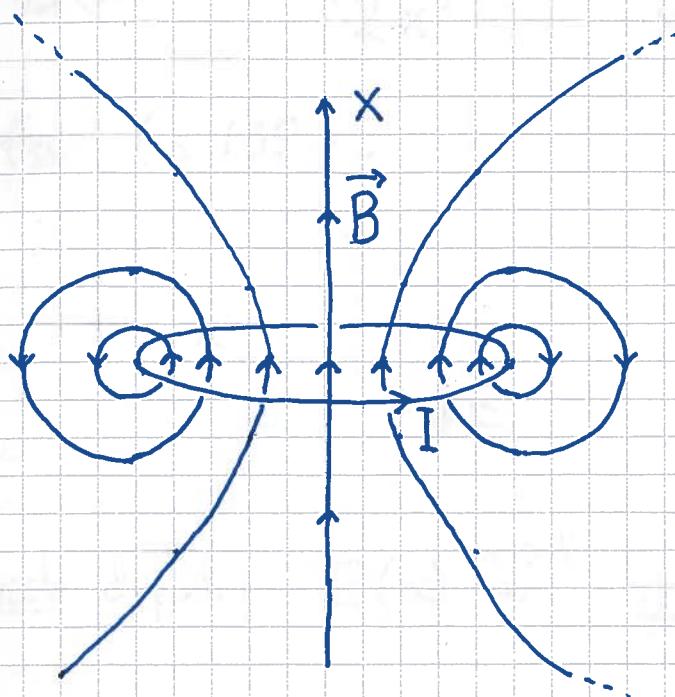
Tommel langs I ; resterende fingre krummer da i samme retning som \vec{B}

- Merk at feltlinjer for \vec{B} alltid er lukkede kurver.

Dette uttrykker at vi ikke har "magnetiske ladninger".

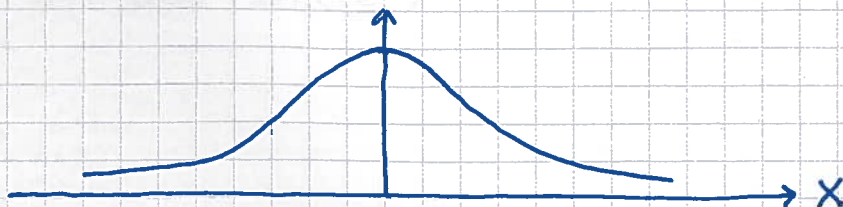
Men: Vi har magnetiske dipoler; se neste eksempel!

Eks 2: \vec{B} fra sirkulær strømsløyfe
[YF 28.5 ; LHL 23.6]



- Strømsløyfe i yz -planet, strøm I , radius R .
- Nær lederen er \vec{B} omtrent som for lang rett leder.
- På x -aksen er $\vec{B} \parallel \hat{x}$ pga symmetri
- Biot - Savarts lov gir, på x -aksen:

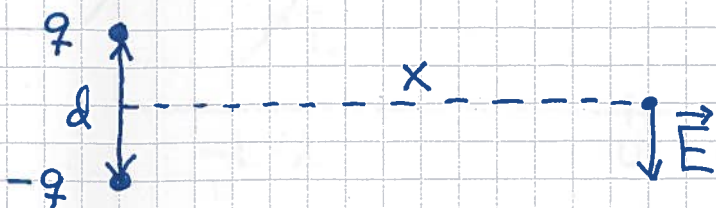
$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



- Langt unna strømsløyfa, $x \gg R$:

$$B(x) \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2 x^3} \sim \frac{1}{x^3}$$

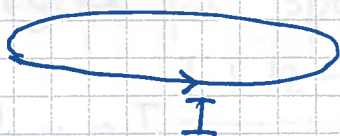
Fra før (s. 105):



Elektrisk dipol; $E(x) \stackrel{x \gg d}{\approx} \frac{q d}{4\pi \epsilon_0 x^3} \sim \frac{1}{x^3}$

Strømsløyfa er en magnetisk dipol:

N (nord)

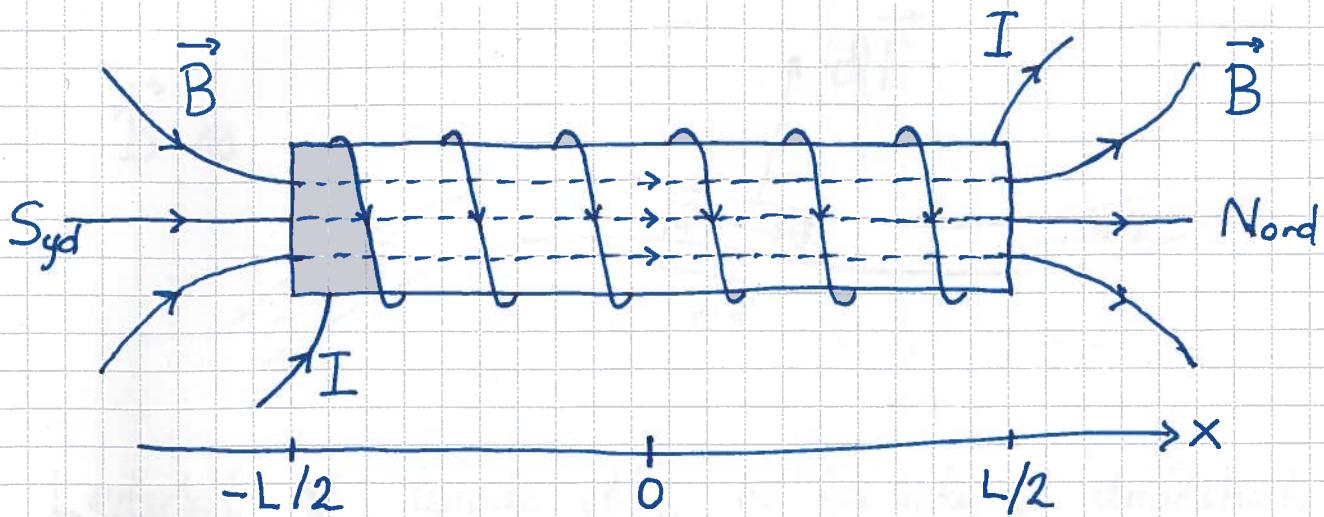


S (syd)

Atomer og molekyler er små magnetiske dipoler.

(Mer om det senere.)

Eks 3: \vec{B} fra strømførende spole [YF 28.7; LHL 23.6] (160)



- N viklinger på lengde L ; tverrsnitt $A = \pi R^2$
- Tette viklinger $\Rightarrow \vec{B}$ fra N sirkulære strømsøyfer jevnt fordelt på lengde $L \Rightarrow$ Kan summere (integreere) \vec{B} fra Eks 2 (se notat).
- Feltstyrke på spolens akse:

$$B(x) = \frac{1}{2} \mu_0 n I \left\{ \frac{L/2 - x}{\sqrt{(L/2 - x)^2 + R^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(L/2 + x)^2 + R^2}} \right\}$$

$n = N/L =$ antall viklinger pr lengdeenhet; $[n] = 1/m$

- Lang spole, $L/2 \gg R$:

$$B(\pm L/2) = \frac{1}{2} \mu_0 n I$$

$$\boxed{B(|x| \ll L/2) = \mu_0 n I} \quad (\text{overalt inni spolen})$$

$$B \approx 0 \quad \text{utenfor spolen}$$