

Størrelser og enheter [YF1]

①

Eks:

Lengde ;

$$l = 42.2 \text{ km}$$

dekadisk forstørrelse
(k=kilo = 10^3)

fysisk størrelse

symbol

tallverdi

SI-enhet

(her: 3 gjeldende siffer)

Notasjon: $[l] = \text{m}$

"SI-enheten til lengde er meter"

Grunnenheter i SI-systemet:

Lengde $[l] = \text{m}$

Masse $[m] = \text{kg}$

Tid $[t] = \text{s}$

Strømstyrke $[I] = \text{A}$

Temperatur $[T] = \text{K}$

Stoffmengde $[n] = \text{mol}$

Lysstyrke $[I] = \text{cd}$

②

Sammensatte enheter:

Hastighet $[v] = \text{m/s}$

Akselerasjon $[a] = \text{m/s}^2$

Impuls (beregelsesmengde) $[p] = \text{kg m/s}$

osv.

Avledete enheter (med egne symboler):

Kraft $[F] = \text{kg m/s}^2 = \text{N}$

Energi $[W] = \text{N m} = \text{J}$

Effekt $[P] = \text{J/s} = \text{W}$

Ladning $[Q] = \text{A s} = \text{C}$

osv.

Se f.eks wikipedia.no

Se også (f. eks)

www.nature.com/articles/nphys3612.pdf
om redefinisjon av kg, A, K og mol,
muligens vedtatt allerede 16.11.2018!

Se også "1001 Gram", med Ane Dahl Torp !!

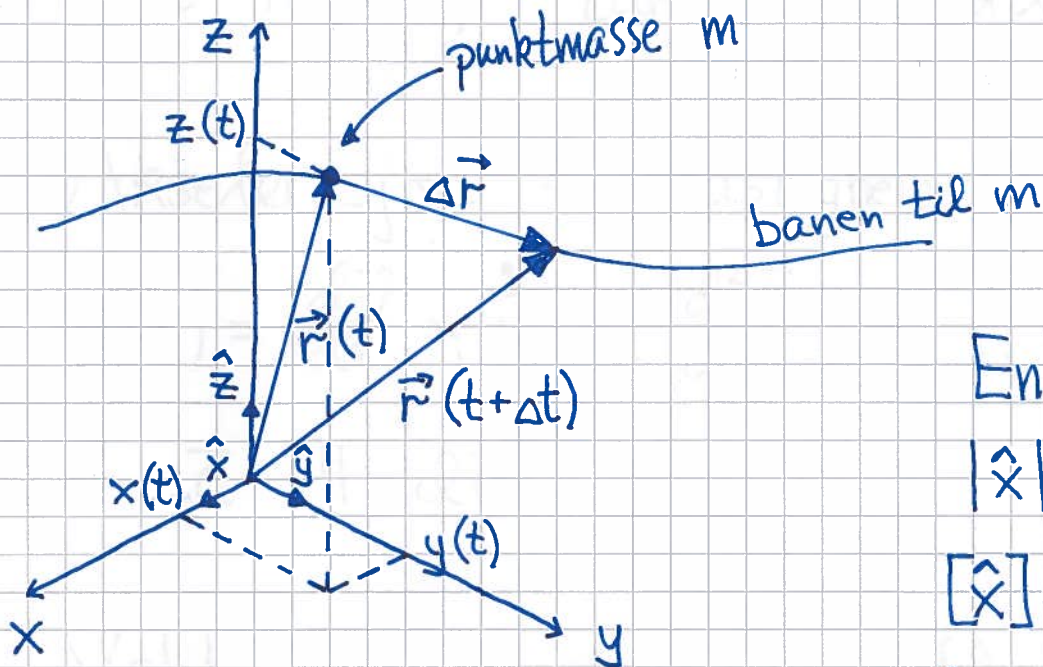
MEKANIKK

[YF 2-11, 14; LL 1-7, 9]

(3)

Kinematikk

[YF 2, 3; LL 1]



Enhetsvektorer:

$$|\hat{x}| = |\hat{y}| = |\hat{z}| = 1$$

$$[\hat{x}] = [\hat{y}] = [\hat{z}] = 1$$

(dvs dimensjonsløse)

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1 ; \quad \hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \dots = 0$$

Posisjon (til m, ved tid t):

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$

Forflytning (i løpet av Δt):

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$

Hastighet $\stackrel{\text{def}}{=} \text{forflytning pr tidsenhet}$

(4)

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow \vec{v} \parallel \Delta \vec{r}$, tangentiell til banen

Akselerasjon $\stackrel{\text{def}}{=} \text{hastighetsendring pr tidsenhet}$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

$\Rightarrow \vec{a} \parallel d\vec{v}$

Vektorrelasjonene må gjelde komponentvis:

$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

med $v_x = dx/dt = \dot{x}$ osv

$$\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$$

med $a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2$ osv

Derivasjon gir \vec{v} fra \vec{r} og \vec{a} fra \vec{v} (5)

\Rightarrow Integrasjon gir \vec{r} fra \vec{v} og \vec{v} fra \vec{a} :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v} dt$$

$$\Rightarrow \int_{\vec{r}(0)}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t) dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t \vec{v}(t) dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a} dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \int_0^t \vec{a}(t) dt}$$

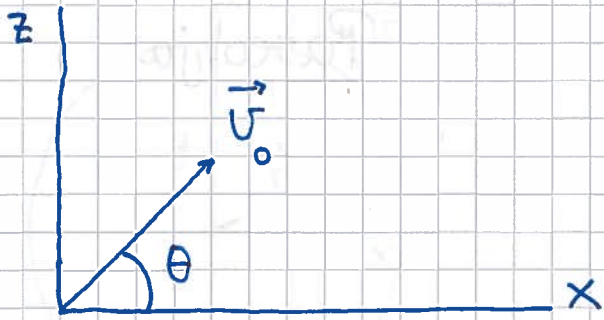
Dersom \vec{a} er konstant:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t ; \quad \vec{v}(0) = \vec{v}_0$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 ; \quad \vec{r}(0) = \vec{r}_0$$

Eks: Kast i tyngdefeltet

(6)



$$\vec{a} = -g \hat{z}$$

$$\vec{r}(0) = 0, \quad \vec{v}(0) = \vec{v}_0$$

Find $\vec{r}(t)$ og banen $z(x)$

Løsn:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 - gt \hat{z}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 = \vec{v}_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \hat{z}$$

$$\Rightarrow x(t) = v_0 t \cos \theta, \quad z(t) = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

Banen:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$$

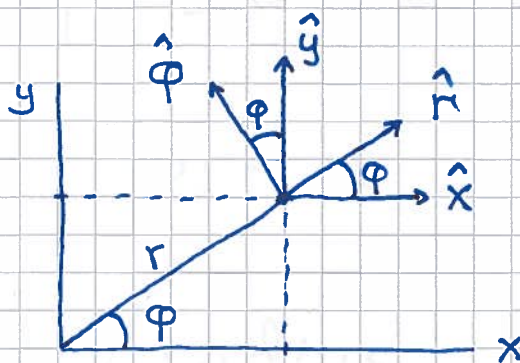
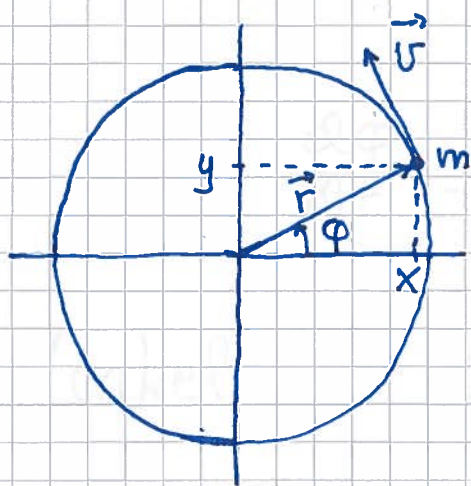
$$\Rightarrow z(x) = x \tan \theta - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta}$$

Parabel (som observert)

Sirkelbevegelse

[YF 3.4 ; LL 1.7, 1.8]

(7)



Polarkoordinater :

r = avstand fra origo

φ = vinkel mellom \hat{x} og \hat{r} , positiv mot klokka

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi$$

$$\varphi = \arctan(y/x), \quad r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{r} = \hat{x} r \cos \varphi + \hat{y} r \sin \varphi = r \hat{r}$$

$$\hat{r} = \hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi$$

$$\hat{\varphi} = -\hat{x} \sin \varphi + \hat{y} \cos \varphi$$

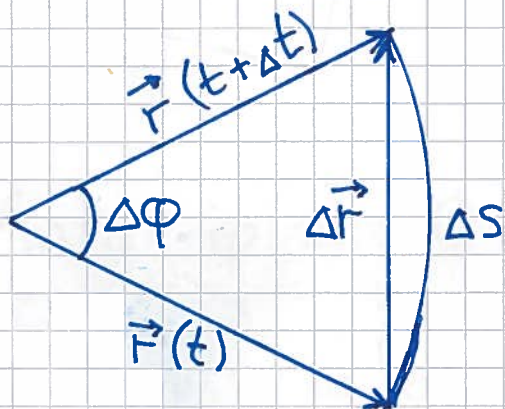
Vinkelhastighet $\stackrel{\text{def}}{=}$ omløpt vinkel
pr tidsenhet

⑧

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} ; [\omega] = s^{-1}$$

Vinkel $\stackrel{\text{def}}{=}$ buelengde / radius

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r} ; [\varphi] = 1 \text{ (rad)}$$



Når $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\Delta\varphi \rightarrow 0$$

$$\Delta r = |\Delta\vec{r}| \rightarrow \Delta s = r \Delta\varphi$$

$$\Delta\vec{r} \perp \vec{r}$$

$$\Rightarrow v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r \Delta\varphi}{\Delta t} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$

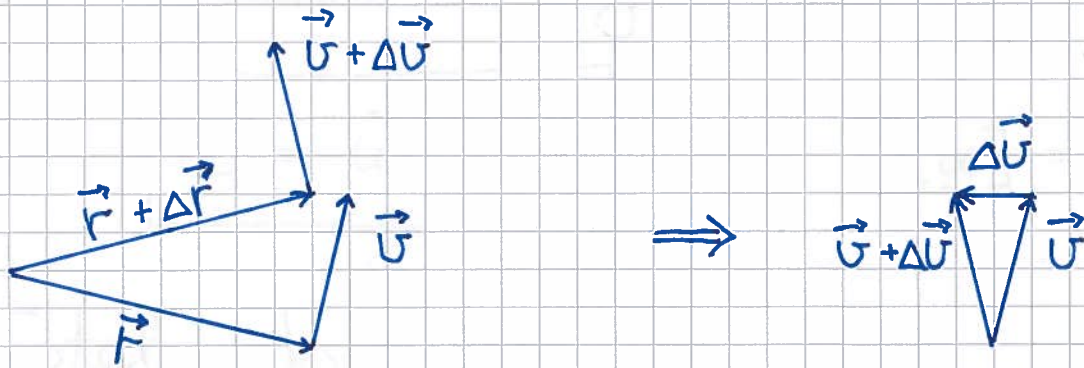
$$\vec{v} \parallel \Delta\vec{r} \text{ og } \Delta\vec{r} \perp \vec{r} \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = v \hat{\varphi} = r\omega \hat{\varphi}$$

Akselerasjon ved sirkelbevegelse:

(9)

Anta uniform sirkelbevegelse, dvs konstant ω og v . Ser da at $\Delta \vec{v}$, og dermed \vec{a} , peker inn mot sentrum:



Anta $\varphi(0) = 0$

$$\Rightarrow \int_0^{\varphi} d\varphi = \omega \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad \varphi(t) = \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t) = \hat{x} r \cos \omega t + \hat{y} r \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = -\hat{x} \omega r \sin \omega t + \hat{y} \omega r \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{a}(t) &= -\hat{x} \omega^2 r \cos \omega t - \hat{y} \omega^2 r \sin \omega t \\ &= -\omega^2 \vec{r}(t) \end{aligned}$$

som kalles sentripetalakselerasjonen

$$\boxed{\vec{a}_{\perp} = -\omega^2 \vec{r}}$$